



# آزمون ۲۰ مهر ماه ۱۴۰۳

## اختصاصی دوازدهم ریاضی

### دفترچه پاسخ

نام طراحان	نام درس	فصلنامه
بهمن امید - دانیال آرکیش - علی آزاد - سهیل تقی زاده - محمدهادی جلالی - داود حسین پور - عادل حسینی - بهرام حلاج - سجاد داوطلب - ستار زواری - حامد قاسمیان - حامد معنوی - میلاد منصوری - جهانپخش نیکنام	حسابان ۲	
امیر حسین ابومحبوب - اسحاق اسفندیار - جواد ترکمن - سیدمحمد رضا حسینی - فرد - افشین خاصه خان - کیوان دارابی - سوگند روشنی - علیرضا شریف خطیبی - سیامک شهبازی زاده - هومن عقیلی - احمدرضا فلاح - مهرداد ملوندی - نیما مهندس	هندسه	
امیر حسین ابومحبوب - افشین خاصه خان - کیوان دارابی - مصطفی دیداری - سوگند روشنی	ریاضیات گسسته	
مهران اسماعیلی - حسین الهی - بهزاد آزادفر - زهره آقامحمدی - علی پرزگر - علیرضا جباری - مهدی حاجی زاده - ویدا حیدری - محسن سلماسی - وند - محمد رضا سهرابی - فرد - معصومه شریعت ناصری - مهدی شریفی - نگار صفری - متین فرخی - ادریس محمدی - آراس محمدی - سیدمحمد علی موسوی - امیراحمد میرسعید - حسام نادری - مجتبی نکوئیان	فیزیک	
محبوبه بیگ محمدی - سعید تیزرو - محمد رضا جمشیدی - امیر حاتمیان - حمید ذبحی - یاسر راش - سینا رحمانی تبار - روزبه رضوانی - امیر حسین طیبی - محمد عظیمیان زواره - محسن مجنونی - هادی مهدی زاده - اکبر هنرمند	شیمی	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب سهیل تقی زاده	امیر حسین ابومحبوب مهد خانی امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهد خانی امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	حسین بصیر بهنام شاهی	محمدحسن محمدزاده مقدم احسان پنجه شاهی امیر حسین کمره ای
ویراستاری رتبه های برتر	سپهر متولیان امیر حسین ربیعان امیرمحمد محقق	امیر حسین ربیعان امیرمحمد محقق	امیر حسین ربیعان امیرمحمد محقق	سینا صالحی دانیال سیدی	آرمان قنواقی ایلیا اسفندیار پور
مسئول درس	عادل حسینی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	عادل حسینی	الهه شهبازی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	احسان صادقی - سجاد سلیمی - علیرضا عباسی زاهد				

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان ۲

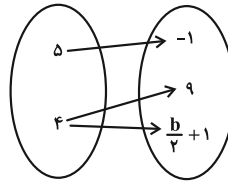
۱- گزینه «۲»

(علی آزاد)

برای این که رابطه تابع باشد، لازم است  $2a - 1$  و  $9$  برابر باشند.

$$2a - 1 = 9 \Rightarrow a = 5$$

در این صورت رابطه به صورت زیر خواهد بود:



که برای تابع بودن آن لازم است  $9$  و  $\frac{b}{2} + 1$  برابر باشند:

$$\frac{b}{2} + 1 = 9 \Rightarrow b = 16$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۲- گزینه «۱»

(سامر قاسمیان)

تنها تابع خطی که دامنه و برد آن به ترتیب نامتناهی و متناهی هستند، تابع ثابت است. در این سؤال تابع ثابت  $f(x) = -2$  را داریم که مقدار آن به ازای همه مقادیر  $x$  برابر  $-2$  است.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳ و ۱۱۰)

۳- گزینه «۲»

(عادل حسینی)

دامنه تابع  $f$  مجموعه  $\mathbb{R} - \{1\}$  است، پس دامنه تابع  $g$  هم باید همین باشد. این یعنی مخرج  $g(x)$  ریشه مضاعف دارد:

$$x^2 - bx + 1 = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow b = 2$$

حال ضابطه تابع  $g$  هم باید  $\frac{1}{x-1}$  باشد:

$$\Rightarrow \frac{x-a}{(x-1)^2} = \frac{1}{x-1} \Rightarrow x-a = x-1 \Rightarrow a = 1$$

در نتیجه  $a + b = 3$  است.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۱ تا ۴۵)

۴- گزینه «۱»

(پوانیش نیکنام)

ابتدا ضابطه را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} f(x) &= m\sqrt{(x-1)^2} + n\sqrt{(x+2)^2} + 3x \\ &= m|x-1| + n|x+2| + 3x \\ \xrightarrow{-2 \leq x < 1} f(x) &= m(-x+1) + n(x+2) + 3x \\ &= (-m+n+3)x + m+2n \end{aligned}$$

ضابطه تابع همانی در دامنه‌اش  $f(x) = x$  است، پس داریم:

$$\begin{cases} -m+n+3=1 \\ m+2n=0 \end{cases} \Rightarrow n = -\frac{2}{3}, m = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow f(m+n) = f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه ۱۱۰)

۵- گزینه «۴»

(بومن امیری)

$$\text{دامنه: } 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1$$

$$\text{برد: } \sqrt{1-x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{1-x} - 2 \geq -2$$

پس دامنه بازه  $(-\infty, 1]$  و برد بازه  $[-2, +\infty)$  است که اشتراک آن‌ها بازه  $[-2, 1]$  است و داریم:

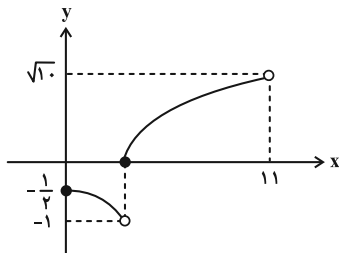
$$a = -2, b = 1 \Rightarrow b - a = 3$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۶- گزینه «۳»

(سامر معنوی)

نمودار تابع را رسم می‌کنیم تا براساس برد آن یک مجموعه به عنوان هم‌دامنه انتخاب کنیم:



برد تابع مجموعه  $(-\frac{1}{2}, \sqrt{10}] \cup (-1, -\frac{1}{2})$  است و از آنجا که برد همواره

زیرمجموعه هم‌دامنه است، در بین گزینه‌ها فقط بازه  $[-2, \sqrt{10})$  قابل قبول است.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۳۹، ۴۵ و ۴۶)

۷- گزینه «۲»

(بهرام ملاح)

با توجه به ویژگی‌های جزء صحیح، معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$[2x] + ([2x] - 1) + ([2x] - 2) = 3[2x] - 3 = 6$$

$$[2x] = 3 \Rightarrow 3 \leq 2x < 4 \Rightarrow \frac{3}{2} \leq x < 2$$

پس داریم:

$$\text{در نتیجه } a = \frac{3}{2}, b = 2, \text{ و } a + b = \frac{7}{2} \text{ است.}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۲)

۸- گزینه «۲»

(عادل حسینی)

$$\log_{\frac{4}{2^2}} (2^2 \times 2^{\frac{4}{2^2}}) = \log_{\frac{14}{2^2}} 2^{\frac{14}{2^2}} = \frac{14}{2} \log_2 2 = \frac{28}{25} = 1/12$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه ۸۶)



۹- گزینه «۴»

(سپار راولطب)

ابتدا  $\log_{75} 15$  را ساده می‌نویسیم:

$$\log_{75} 15 = \frac{\log_3 15}{\log_3 75} = \frac{1 + \log_3 5}{1 + 2 \log_3 5} \quad (*)$$

پس اگر از تساوی  $a = \log_{45} 75$  عبارت  $\log_3 5$  را برحسب  $a$  بنویسیم، مسئله حل می‌شود:

$$a = \frac{\log_3 75}{\log_3 45} = \frac{1 + 2 \log_3 5}{2 + \log_3 5} \Rightarrow \log_3 5 = \frac{-2a + 1}{a - 2}$$

و طبق رابطه (\*) داریم:

$$\log_{75} 15 = \frac{1 + \left(\frac{-2a + 1}{a - 2}\right)}{1 + 2\left(\frac{-2a + 1}{a - 2}\right)} = \frac{-a - 1}{-3a} = \frac{a + 1}{3a}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه ۱۶)

۱۰- گزینه «۲»

(میلاد منصور)

برد تابع بازه  $(-4, +\infty)$  است و از آنجا که برد باید بازه  $(-b, +\infty)$  باشد، نتیجه می‌گیریم:

$$-b = -4 \Rightarrow b = 4$$

از طرفی طول از مبدأ تابع  $x = -2$  است.

$$f(-2) = 0 \Rightarrow 2^{-2a+1} - 4 = 0 \Rightarrow 2^{-2a+1} = 4 = 2^2$$

$$\Rightarrow -2a + 1 = 2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow ab = -2$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۵ تا ۷۹)

۱۱- گزینه «۴»

(دانیال آرکیش)

به ترتیب تبدیلات را روی تابع  $f$  اعمال می‌کنیم:

$$y = f(x) = \frac{3}{x} \xrightarrow{\text{ضرب طول نقاط در } 3} y = f\left(\frac{x}{3}\right)$$

$$\xrightarrow{\text{ضرب عرض نقاط در } \frac{1}{2}} y = f\left(\frac{x}{3}\right) \Rightarrow y = \frac{1}{2} f\left(\frac{x}{3}\right)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y} y = \frac{1}{2} f\left(-\frac{x}{3}\right)$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۱۲- گزینه «۱»

(ستار زواری)

باید تابع حاصل از تبدیل مورد نظر در هر گزینه را پیدا کنیم. ما گزینه صحیح را شرح می‌دهیم، سایر گزینه‌ها تمرین خودتان باشد.

$$y = f(x) \xrightarrow{\text{ضرب طول نقاط در } \frac{1}{2}} y = f(2x)$$

$$\xrightarrow{\text{واحد به چپ}} y = f\left(2\left(x + \frac{1}{2}\right)\right) = f(2x + 1)$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۳- گزینه «۳»

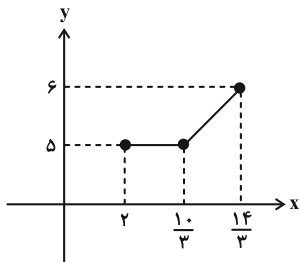
(مهمدراری بلالی)

ابتدا طول نقاط روی نمودار تابع  $y = f\left(3 - \frac{2x}{3}\right)$  را بر  $-\frac{9}{4}$  تقسیم می‌کنیم

تا نمودار تابع  $y = f\left(3 + \frac{3x}{4}\right)$  به دست آید، سپس  $x$  را به  $x - 2$  تبدیل

کنیم، یعنی نمودار را ۲ واحد به راست انتقال دهیم تا نمودار تابع  $y = f\left(\frac{3x}{4}\right)$

به دست آید. دست آخر کافی است عرض نقاط را نصف کنیم.



(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۴- گزینه «۳»

(بهمن امیری)

تبدیلات گفته شده را روی نمودار تابع  $y = |2x + 1| - 1$  اعمال می‌کنیم:

$$y = |2x + 1| - 1 \xrightarrow{\text{واحد به راست}} y = |2x + 1| - 1$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x} y = |2(x - 2) + 1| - 1 = |2x - 3| - 1$$

$$y = -|2x - 3| + 1 \xrightarrow{\text{واحد به بالا}} y - 2 = -|2x - 3| + 1$$

$$\Rightarrow y = -|2x - 3| + 3$$

ضابطه به دست آمده را می‌توان به صورت  $y = -2|x - \frac{3}{2}| + 3$  نیز

$$\text{نوشت. این یعنی: } a = -2, b = \frac{3}{2}, c = 3 \Rightarrow abc = -9$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۵- گزینه «۲»

(جهانبخش نیکنام)

تابع نهایی را  $g$  می‌نامیم و ضابطه آن را به دست می‌آوریم:

$$y = f(x) \xrightarrow{\text{طول نقاط، نصف}} y = f(2x)$$

$$\xrightarrow{\text{واحد به چپ}} y = f\left(2\left(x + \frac{1}{2}\right)\right) = f(2x + 1)$$



(بومن امیری)

۱۸- گزینه «۲»

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\log_{\sqrt{2}}(x^2 + 1) = \log_{\sqrt{2}}(x+2) - \log_{\sqrt{2}} 2$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{2}}(x^2 + 1) = \log_{\sqrt{2}}(x+2)^2 - \log_{\sqrt{2}} 2 = \log_{\sqrt{2}} \frac{(x+2)^2}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 + 1 = \frac{(x+2)^2}{2} \Rightarrow 2x^2 + 2 = x^2 + 4x + 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 6 \Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{6}$$

محدوده قابل قبول برای  $x$  بازه  $(-\infty, +\infty)$  است، پس هر دو جواب معادله قابل قبول‌اند که مجموع آن‌ها برابر ۴ است.

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

(راور حسین پور)

۱۹- گزینه «۳»

ابتدا ضابطه تابع را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{(2^x)^2 + 2(2^x) + 1}{2^x} = 2^x + \frac{1}{2^x} + 2$$

حال از نامساوی مقابل استفاده می‌کنیم:  $\forall a > 0; a + \frac{1}{a} \geq 2$

و داریم:  $2^x > 0 \Rightarrow 2^x + \frac{1}{2^x} \geq 2 \Rightarrow f(x) = 2^x + \frac{1}{2^x} + 2 \geq 4$  پس برد تابع  $[4, +\infty)$  است.

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

(سپید تقی زاده)

۲۰- گزینه «۳»

روش اول: تابع  $y = f(x-m) - n$  باید با تابع  $g$  برابر باشد:

$$f(x-m) - n = \frac{(x-m)^2 + 2(x-m) + 3}{(x-m)^2 + (x-m) + 1} - n$$

$$= \frac{(1-n)x^2 + (2(n-1)m - n + 2)x + (1-n)m^2 + (n-2)m - n + 3}{x^2 + (1-2m)x + m^2 - m + 1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1-n = -1 \Rightarrow n = 2 \\ 1-2m = -1 \Rightarrow m = 1 \end{cases} \Rightarrow m+n = 3$$

روش دوم: کافی است ضابطه‌ها را به صورت زیر بازنویسی کنیم:

$$f(x) = 1 + \frac{x+2}{x^2+x+1} = 1 + \frac{(x+1)+1}{(x+1)^2 - (x+1) + 1}$$

$$g(x) = \frac{-(x^2-x+1)+x+1}{x^2-x+1} = \frac{x+1}{x^2-x+1} - 1$$

بنابراین اگر نمودار تابع  $f$  را ۲ واحد به پایین و ۱ واحد به راست انتقال دهیم، به نمودار تابع  $g$  می‌رسیم. پس  $m=1$  و  $n=2$  و در نتیجه  $m+n=3$  است.

(مسئله ۲- تابع، صفحه‌های ۲ تا ۵)

قرینه نسبت به محور  $x$  ها  $y \rightarrow -y$   $g(x) = -f(2x+1)$

$$f(x) = (x-1)^2 - 1 \rightarrow g(x) = -((2x+1-1)^2 - 1) = -4x^2 + 1$$

حال باید نمودار تابع  $g(x) = -4x^2 + 1$  را  $k$  واحد در راستای قائم انتقال دهیم تا نمودار تابع  $f$  را فقط در یک نقطه قطع کند، پس یعنی معادله  $g(x) + k = f(x)$  باید یک جواب داشته باشد:

$$-4x^2 + 1 + k = x^2 - 2x \Rightarrow 5x^2 - 2x - 1 - k = 0$$

باید  $\Delta$  عبارت صفر باشد:

$$\Rightarrow \Delta = 4 - 2 \cdot (-1 - k) = 24 + 2 \cdot k = 0 \Rightarrow k = -\frac{24}{2} = -12$$

(مسئله ۲- تابع، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۳)

(میلاز منصوری)

۱۶- گزینه «۳»

در ابتدا عبارت  $\log_x(\Delta x - 6)$  باید قابل تعریف باشد:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x - 6 > 0 &\Rightarrow x > \frac{6}{\Delta} \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x > \frac{6}{\Delta} \quad (1)$$

و همچنین عبارت زیر رادیکال نباید منفی باشد:

$$\Rightarrow \log_x(\Delta x - 6) \geq 2 \xrightarrow{x > 1} \Delta x - 6 \geq x^2$$

$$\Rightarrow x^2 - \Delta x + 6 = (x-2)(x-3) \leq 0 \Rightarrow 2 \leq x \leq 3 \quad (2)$$

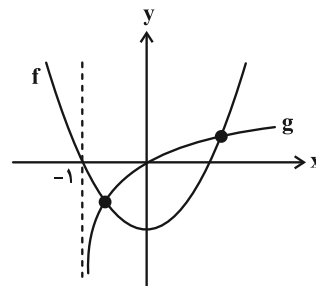
از اشتراک (۱) و (۲)، دامنه تابع بازه  $[2, 3]$  به دست می‌آید که شامل ۲ عدد طبیعی است.

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷)

(عادل حسینی)

۱۷- گزینه «۳»

تعداد جواب‌های معادله  $x^2 - 1 = \log(x+1)$  را باید به دست آوریم. به همین خاطر، نمودار دو تابع  $f(x) = x^2 - 1$  و  $g(x) = \log(x+1)$  را در یک دستگاه رسم می‌کنیم.



با توجه به شکل، مشخص است که نمودارهای دو تابع  $f$  و  $g$  در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند. پس معادله صورت سؤال ۲ جواب دارد.

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۸۰ تا ۸۹)



هندسه ۳

گزینه «۱» - ۲۱

(اسحاق اسفندیار)

درايه‌های ستون سوم ماتریس به صورت  

$$\begin{matrix} 2(1)+3 \\ 2(2)+3 \\ \vdots \\ 2(n)+3 \end{matrix}$$

ستون سوم ماتریس برابر است با:

$$(2(1)+3) + (2(2)+3) + \dots + (2(n)+3) = 77$$

$$2(1+2+\dots+n) + \underbrace{(3+3+\dots+3)}_{n \text{ بار}} = 77$$

$$2\left(\frac{n(n+1)}{2}\right) + 3n = 77 \Rightarrow n^2 + 4n - 77 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -11 \\ n = 7 \end{cases}$$

ماتریس از مرتبه ۷ است. بنابراین مجموع درایه‌های سطر سوم ماتریس برابر

$$(2(3)+1) + (2(3)+2) + \dots + (2(3)+7)$$

است با:

$$= 6 \times 7 + \frac{7(7)}{2} = 42 + 24.5 = 70$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

گزینه «۲» - ۲۲

(اسحاق اسفندیار)

از ماتریس‌های B و C فاکتور می‌گیریم:

$$B \left( \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \right) C = B \left( \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \right) C = B(3I)C$$

$$3BC = \begin{bmatrix} 6 & 12 \\ 3 & 9 \end{bmatrix} \Rightarrow BC = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$D = ABC = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & \square \\ \square & 2 \end{bmatrix}$$

حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی برابر با  $2 \times 2 = 4$ .

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

گزینه «۲» - ۲۳

(سوکندر روشنی)

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{bmatrix} \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{جمع درایه‌ها}} 3$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۱، ۱۷ و ۱۸)

گزینه «۱» - ۲۴

(کیوان دارابی)

مطابق فرض  $A = -3I$  است، پس داریم:

$$3B^T + BAB = B(3I)B + BAB = B(3I + A)B = B \times \bar{O} \times B = \bar{O}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

گزینه «۳» - ۲۵

(امیررضا خلاج)

$$7A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = A \times A = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \times \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{49} \begin{bmatrix} 7 & 21 \\ 14 & 42 \end{bmatrix} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} = A$$

$$A^2 = A \xrightarrow{\times A} A^3 = A^2 = A \xrightarrow{\times A} A^4 = A^2 = A$$

$$\longrightarrow \dots \Rightarrow A^n = A$$

$$A + A^2 + \dots + A^7 = A + A + \dots + A = 7A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 1 + 3 + 2 + 6 = 12$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)



۲۶- گزینه «۲»

(کیوان رارایی)

$$\text{ستون سوم } A^4 = A \times A \times A \times A$$

برای این منظور کافی است، محاسبات را از سمت راست انجام دهیم. چون سطر اول و سوم ماتریس  $A$  مانند هم هستند، کار ساده‌تر است. ضمن این‌که سطر دوم  $A$  نیز ضرب کردن را ساده‌تر می‌کند.

$$A^2 \text{ ستون سوم} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$A^3 \text{ ستون سوم} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$A^4 \text{ ستون سوم} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه‌های ستون سوم} = 8 + 0 + 8 = 16$$

(هنر سه -۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۷- گزینه «۴»

(امیرسین ابومبوب)

ابتدا ماتریس  $BA$  را به دست می‌آوریم:

$$BA = \begin{bmatrix} a & 2 \\ -1 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a+2 & -a+2x \\ -2+b & 1+bx \end{bmatrix}$$

در ماتریس اسکالر، درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی صفر هستند و درایه‌های واقع بر قطر اصلی برابر یکدیگرند. پس داریم:

$$\begin{cases} -a+2x=0 \Rightarrow a=2x \\ -2+b=0 \Rightarrow b=2 \\ 2a+2=1+bx \Rightarrow 2a+2=1+2x \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a+2=1+a \Rightarrow a=-1 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$$

(هنر سه -۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۲، ۱۷ و ۱۸)

۲۸- گزینه «۲»

(نیما مهندس)

چون فقط درایه‌های ستون دوم مد نظر است  $j=2$  و به  $i$  مقادیر ۱، ۲ و ۳ را می‌دهیم:

$$\left. \begin{aligned} a_{12} &= 1^2 - 6 + 1 = -4 \\ a_{22} &= 2^2 - 6 + 1 = -1 \\ a_{32} &= 3^2 - 6 + 1 = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (-4) + (-1) + 4 = -1$$

(هنر سه -۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۲۹- گزینه «۳»

(هومن عقیلی)

$$\overbrace{A_{2 \times 2} \times B_{m \times n}}^{\text{مربعی}}: \text{طبق فرض}$$

حاصل  $A \times B$  یک ماتریس مربعی است، پس  $m=3$  و  $n=2$  است.

$$A \times B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \times \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 17 & 23 \\ 11 & 15 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

در نتیجه مجموع درایه‌های ماتریس  $A \times B$  مساوی ۶۶ است.

(هنر سه -۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۱، ۱۷ و ۱۸)

۳۰- گزینه «۳»

(هومن عقیلی)

$$[-1 \ 2 \ 1]_{1 \times 3} \begin{bmatrix} x & 2 & 1 \\ 1 & -x & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3} = [-x+1 \ -2x-1 \ 0]$$

$$\Rightarrow [-x+1 \ -2x-1 \ 0] \begin{bmatrix} x \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = -x^2 + x - 4x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = -2 \end{cases} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = 2/5$$

(هنر سه -۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)



ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌فان)

بررسی موارد:

الف) درست

$$k + 1 = n(n + 2) + 1 = n^2 + 2n + 1 = (n + 1)^2 \quad n \in \mathbb{N}$$

ب) درست

$$k = (n - 1)n(n + 1) = n(n^2 - 1) = n^3 - n \Rightarrow k + n = n^3 \quad n \in \mathbb{N}$$

پ) درست

$$k = (2n - 1)^2 + (2n + 1)^2 = 4n^2 + 2 \Rightarrow k - 2 = 4n^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}(k - 2) = n^2 = (2n)^2 \quad n \in \mathbb{N}$$

ت) نادرست

$$k = n + n + 1 = 2n + 1 \Rightarrow k(k - 1) + 1 = (2n + 1)(2n) + 1$$

$$= 4n^2 + 2n + 1 \quad n \in \mathbb{N}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۳۲- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

$$x^2 + \frac{1}{x^2} \geq 2 \Leftrightarrow x^4 + 1 \geq 2x^2 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 + 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 1)^2 \geq 0$$

اثبات به روش بازگشتی می‌باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۳۳- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)

اگر  $\frac{n^3(n+1)^3}{125}$  عددی زوج باشد  $\frac{n(n+1)}{5}$  هم زوج است و با توجه

به زوج بودن  $n(n+1)$  کافی است یکی از این دو حالت اتفاق بیافتد:

۱۸: تعداد  $n = 5k \Rightarrow 10 \leq 5k \leq 99 \Rightarrow 2 \leq k \leq 19 \Rightarrow$

یا

$$n = 5k - 1 \Rightarrow 10 \leq 5k - 1 \leq 99 \Rightarrow 11 \leq 5k \leq 100$$

$$\Rightarrow 3 \leq k \leq 20 \Rightarrow$$
 تعداد: ۱۸

۳۶ تا که مربع کامل است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه ۵)

۳۴- گزینه «۲»

(سوکندر روشنی)

اثبات گزاره (الف): برهان خلف:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1$

$$\xrightarrow{\times abcd} bcd + acd + abd + abc = abcd$$

فرض خلف نادرست و حکم درست است. فرد = زوج  $\Rightarrow$

اثبات گزاره (ب):

$$\begin{aligned} & (2k+1)^3 + (2k+3)^3 \\ &= 8k^3 + 12k^2 + 6k + 1 + 8k^3 + 36k^2 + 54k + 27 \\ &= 2k' \end{aligned}$$

مثال نقض گزاره (پ):

اگر عدد گویا را صفر و عدد گنگ را  $\sqrt{3}$  انتخاب کنیم، حاصل ضرب آن‌ها برابر صفر و عددی گویاست.

مثال نقض گزاره (ت):

که مربع عدد فرد نیست  $k = 2 \Rightarrow 8(2) + 1 = 17$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲، ۳ و ۵)

۳۵- گزینه «۱»

(کیوان دارابی)

تابع  $\frac{1}{3}f + \frac{1}{3}g$  چون ضریبی عددی از تابع پیوسته  $f + g$  است، بنابراین

پیوسته است.  $2f + 3g$  ناپیوسته است زیرا:



$$\Leftrightarrow x^2 + x^2 + y^2 + y^2 - 2xy - 2x - 2y + 1 + 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (x-y)^2 + (y-1)^2 \geq 0$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

(امیررسین ابومحبوب)

۳۹- گزینه «۲»

فرض کنید  $k$  عدد طبیعی سه رقمی مورد نظر باشد. اگر دو عدد طبیعی متوالی را با  $n$  و  $n+1$  نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$k = n(n+1) + 1 = n^2 + n + 1 = (n+1)^2$$

بنابراین عدد مورد نظر مربع یک عدد فرد است. برای اعداد طبیعی سه رقمی داریم:

$$100 \leq (n+1)^2 \leq 999 \Rightarrow 10 \leq n+1 \leq 31$$

$$\Rightarrow 9 \leq n \leq 30 \xrightarrow{n \in \mathbb{Z}} 5 \leq n \leq 15$$

بنابراین ۱۱ عدد طبیعی سه رقمی با مشخصات مورد نظر در صورت سؤال وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲ تا ۵)

(امیررسین ابومحبوب)

۴۰- گزینه «۴»

اگر  $a^2 + b^2$  عددی زوج باشد، آن‌گاه  $a$  و  $b$  یا هر دو زوج هستند و یا هر دو فرد.

اگر  $a$  و  $b$  هر دو فرد باشند، آن‌گاه  $ab$ ،  $2a+2b$  و  $4a^2+b^2$  همگی عدد فرد خواهند بود. پس هیچ کدام از گزاره‌های گزینه‌های «۱»،

«۲» و «۳» نمی‌توانند هم‌ارز گزاره صورت سؤال باشند. اما در صورتی که  $a$  و  $b$  هر دو زوج یا هر دو فرد باشند، عبارت  $a+5b$  عددی زوج است و برعکس اگر  $a+5b$  زوج باشد، آن‌گاه  $a$  و  $5b$  یا هر دو زوج و یا هر دو فرد هستند که در نتیجه  $a$  و  $b$  هر دو زوج یا هر دو فرد خواهند بود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

$$2f + 3g = 2(f+g) + g$$

نایبوسته = نایبوسته + پیوسته =

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

(مصطفی دبداری)

۳۶- گزینه «۱»

ثابت می‌کنیم عدد داده شده همواره زوج است. چون اگر طبق روش برهان خلف فرض کنیم عدد  $(3a_1 - b_1)(3a_2 - b_2)(3a_3 - b_3)$  فرد است. نتیجه می‌شود  $3a_1 - b_1$ ،  $3a_2 - b_2$  و  $3a_3 - b_3$  هر سه فرد هستند. جمع سه عدد فرد، فرد است. پس داریم:

$$3a_1 - b_1 + 3a_2 - b_2 + 3a_3 - b_3 = \text{فرد}$$

$$3(a_1 + a_2 + a_3) - (b_1 + b_2 + b_3) = \text{فرد}$$

$$2(a_1 + a_2 + a_3) = \text{فرد} \Rightarrow \text{تناقض}$$

فرض خلف باطل و نتیجه می‌شود عدد داده شده همواره زوج است.

$$b_1 + b_2 + b_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

توجه:

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه ۶)

(مصطفی دبداری)

۳۷- گزینه «۳»

دو عدد طبیعی را  $n$  و  $n+3$  در نظر می‌گیریم:

$$4k + a = 4n(n+3) + a = 4n^2 + 12n + a$$

عبارت به دست آمده وقتی همواره مربع کامل است که  $a = 9$  باشد که

$$4n^2 + 12n + 9 = (2n+3)^2$$

داشته باشیم:

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه ۳)

(مصطفی دبداری)

۳۸- گزینه «۲»

$$x^2 + y^2 + 2 \geq (x+1)(y+1) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2 \geq xy + x + y + 1$$

$$\xrightarrow{-xy} 2x^2 + 2y^2 + 4 \geq 2xy + 2x + 2y + 2$$

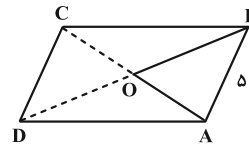


هندسه ۱

گزینه ۲ - ۴۱

(سیرمهدرضا عسینی فرد)

فرض کنید  $AB = 5$  باشد. مطابق شکل در مثل  $ABO$  داریم:



$$AO + BO = \frac{1}{2} AC + \frac{1}{2} BD = 9$$

پس با توجه به نامساوی مثلثی حالت‌های زیر قابل قبول است:

$$AO = 2/5, BO = 6/5$$

$$AO = 3, BO = 6$$

$$AO = 3/5, BO = 5/5$$

$$AO = 4, BO = 5$$

$$AO = 4/5, BO = 4/5$$

دقت کنید که در هر حالت و با رسم مثلث  $OAB$ ، یک متوازی‌الاضلاع

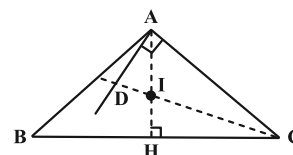
منحصر به فرد حاصل می‌شود.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۱ و ۱۵)

گزینه ۱ - ۴۲

(نیما مهندس)

شکل مناسبی رسم می‌کنیم. زاویه  $\hat{A}$  باید منفرجه باشد.



ضمناً  $AI$  نیمساز زاویه رأس در یک مثلث متساوی‌الساقین است. اگر امتداد

$\triangle CIH$  داده شود، هم ارتفاع و هم میانه خواهد بود. پس در مثلث قائم‌الزاویه

داریم:

$$\hat{AID} = 90^\circ - \hat{ICH} \quad (1) \quad \text{متقابل به رأس}$$

از طرفی دیگر در مثلث قائم‌الزاویه  $\triangle CAD$  داریم:

$$\hat{ADC} = 90^\circ - \hat{ACD} \quad (2)$$

چون  $CD$  نیمساز است داریم  $\hat{ICH} = \hat{ACD}$ ، پس طبق روابط (۱) و

(۲) زوایای  $\hat{AID}$  و  $\hat{ADC}$  با یکدیگر برابرند و مثلث  $\triangle ADI$

متساوی‌الساقین خواهد بود، پس  $AD = AI$ .

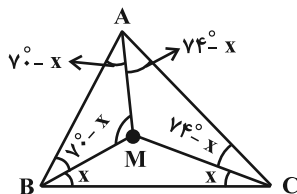
(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

گزینه ۳ - ۴۳

(اسحاق اسفندیار)

$$\hat{B} = 70^\circ, \hat{C} = 74^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 36^\circ$$

هر نقطه روی عمودمنصف پاره‌خط  $BC$  از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است.



$$MB = MC = AM$$

$$\hat{A} = (70^\circ - x) + (74^\circ - x) = 36^\circ \Rightarrow x = 54^\circ$$

$$\hat{AMB} = 180^\circ - 2(70^\circ - x) = 148^\circ$$

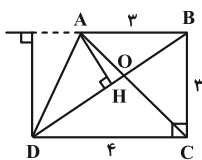
(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

(انگشیرن فاصه‌هان)

۴۶- گزینه «۳»

از رأس A بر قطر BD عمود AH را رسم می‌کنیم. مساحت دو مثلث

$$S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2}(3)(3) = \frac{9}{2} \quad \text{هم‌قاعده } \Delta ABC \text{ و } \Delta ABD \text{ با هم برابرند.}$$



از طرف دیگر طبق قضیه فیثاغورس  $BD = 5$ . حال می‌توان طول ارتفاع

AH را محاسبه کرد:

$$S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} AH \cdot BD \Rightarrow \frac{1}{2} AH(5) = \frac{9}{2} \Rightarrow AH = \frac{9}{5} = 1 \frac{4}{5}$$

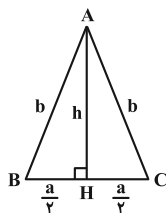
(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

(سیامک شهبازی زاده)

۴۷- گزینه «۲»

مطابق شکل، هدف ما به دست آوردن  $\frac{b}{a}$  است. را  $\frac{b}{a}$  در نظر

می‌گیریم. طبق فرض، ارتفاع h، واسطه هندسی ساق و قاعده است:



$$h^2 = ab$$

$$h^2 = b^2 - \frac{a^2}{4} \quad \text{از طرفی در مثلث AHC طبق رابطه فیثاغورس داریم:}$$

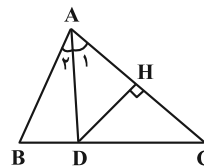
$$ab = b^2 - \frac{a^2}{4} \xrightarrow{\frac{b}{a} = k \Rightarrow b = ak} a(ak) = (ak)^2 - \frac{a^2}{4}$$

(امیرحسین ابومبوب)

۴۴- گزینه «۴»

مطابق شکل فرض کنید نیمساز داخلی زاویه A، عمودمنصف ضلع AC را

در نقطه‌ای مانند D روی ضلع BC قطع کند. در این صورت داریم:



$$D \in AC \text{ عمودمنصف} \Rightarrow AD = DC \xrightarrow{\Delta ADC} \hat{A}_1 = \hat{C}$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{A}}{2} = \hat{C} \Rightarrow \hat{A} = 2\hat{C} \xrightarrow{\hat{C} > 0} \hat{A} > \hat{C}$$

$$\xrightarrow{\text{زاویه بزرگتر}} BC > AB$$

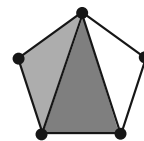
(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

(مهرادر ملونری)

۴۵- گزینه «۲»

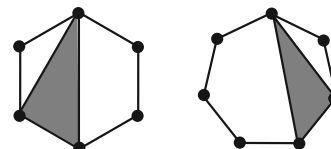
در پنج ضلعی منتظم، با انتخاب هر سه رأس دلخواه، (همنهشت با) یکی از دو

مثلث هاشورخورده پدید می‌آید که همواره متساوی‌الساقین هستند.



در شش ضلعی منتظم و همچنین هفت ضلعی منتظم، مثلث‌های مشخص شده،

مثال نقض حکم صورت سؤال هستند.



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه ۲۶)



(علیرضا شریف‌نظیری)

۴۹- گزینه «۳»

$$\frac{AM}{MD} = \frac{2}{3} \xrightarrow{MN \parallel DC} \frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} = \frac{2}{3}$$

قضیه تالس در ذوزنقه

$$\triangle BDC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{DE}{EC} = \frac{BN}{NC} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}}$$

$$\frac{DE}{\underbrace{EC+DE}_{CD=12}} = \frac{2}{3+2} \Rightarrow DE = \frac{24}{5} = 4/8$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

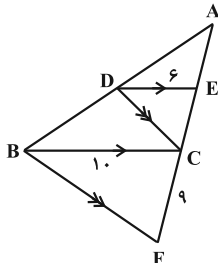
(مهرزاد ملونری)

۵۰- گزینه «۴»

با توجه به شکل و فرض سؤال و همچنین تمرین ۵ صفحه ۳۷ کتاب درسی

$$AC^2 = AE \cdot AF \quad (*)$$

داریم:



همچنین طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث  $ABC$  ( $DE \parallel BC$ ) داریم:

$$\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{6}{10} \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \begin{cases} AE = 3t \\ AC = 5t \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} (\Delta t)^2 = 3t(\Delta t + 9) \Rightarrow 2\Delta t^2 = 15t^2 + 27t \quad \text{در نتیجه:}$$

$$\Rightarrow 10t^2 = 27t \xrightarrow{t \neq 0} t = 2/7$$

طول ضلع  $AC$  برابر می‌شود با:  $\Delta t = 5 \times 2/7 = 10/7$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ مشابه تمرین ۵ صفحه ۳۷)

$$\Rightarrow a^2 k = a^2 k^2 - \frac{a^2}{4} \Rightarrow k^2 - k - \frac{1}{4} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \\ k = \frac{1-\sqrt{2}}{2} \end{cases} \quad (\text{غ ق ق})$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه ۳۳)

(امیرحسین ابومحبوب)

۴۸- گزینه «۱»

دو مثلث  $AMN$  و  $BMN$  در ارتفاع رسم شده از رأس  $N$  مشترک

هستند، پس نسبت مساحت‌های این دو مثلث برابر نسبت قاعده‌های آن‌ها

است، یعنی داریم:

$$\frac{S_{AMN}}{S_{BMN}} = \frac{AM}{BM} = \frac{3}{5} \quad (1)$$

در دو مثلث  $BMN$  و  $BNC$ ، ارتفاع وارد بر قاعده‌های  $BC$  و  $MN$

برابر یکدیگرند (فاصله دو خط موازی  $BC$  و  $MN$ )، پس نسبت

مساحت‌های این دو مثلث برابر نسبت قاعده‌هاست، یعنی داریم:

$$\frac{S_{BNC}}{S_{BMN}} = \frac{BC}{MN} \quad (*)$$

از طرفی طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث  $ABC$  داریم:

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{BC}{MN} = \frac{8}{3} \xrightarrow{(*)} \frac{S_{BNC}}{S_{BMN}} = \frac{8}{3} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{S_{AMN}}{S_{BMN}} = \frac{3}{5} = \frac{9}{40}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)



هندسه ۲

۵۱- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومحبوب)

فرض کنید شعاع دایره بزرگتر برابر  $R$  و شعاع دایره کوچکتر برابر  $r$

باشد. قطاع  $۱۲۰^\circ$  معادل  $\frac{1}{3}$  دایره است. پس داریم:

$$\text{مساحت دایره کوچکتر} = \frac{5}{12} = \text{مساحت ناحیه سایه زده}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\pi R^2 - \frac{1}{3}\pi r^2 = \frac{5}{12}\pi r^2 \Rightarrow \frac{1}{3}\pi R^2 = \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{12}\right)\pi r^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}R^2 = \frac{3}{4}r^2 \Rightarrow R^2 = \frac{9}{4}r^2 \Rightarrow R = \frac{3}{2}r$$

محیط ناحیه سایه زده به صورت زیر محاسبه می شود:

$$(AC + BD) + (\widehat{AB} + \widehat{CD}) = 2(R - r) + \frac{1}{3} \times 2\pi R + \frac{1}{3} \times 2\pi r$$

$$= 2 \times \frac{1}{2}r + \frac{1}{3} \times 2\pi \times \frac{3}{2}r + \frac{1}{3} \times 2\pi r = r + \frac{5\pi r}{3} = \left(1 + \frac{5\pi}{3}\right)r$$

نسبت محیط ناحیه سایه زده به محیط دایره کوچکتر برابر است با:

$$\frac{\left(1 + \frac{5\pi}{3}\right)r}{2\pi r} = \frac{1 + \frac{5\pi}{3}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} + \frac{5}{6}$$

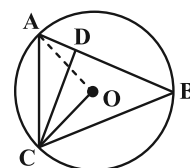
(هنر سه ۲- رایره: صفحه ۱۲)

۵۲- گزینه «۳»

(نیما مهندس)

مرکز دایره  $(O)$  را به نقطه  $A$  وصل می کنیم. از آنجا که  $\widehat{AOC}$  زاویه مرکزی روبه رو به کمان متناظر با زاویه محاطی  $\widehat{ABC}$  است خواهیم داشت:

$$\widehat{AOC} = 2 \times \widehat{ABC} = 60^\circ$$



چون  $AO = OC$  و زاویه  $\widehat{AOC}$  برابر  $60^\circ$  درجه است، مثلث  $\triangle AOC$

متساوی الاضلاع خواهد بود و در نتیجه  $AC = CO$  (۱). از طرفی دیگر داریم:

$$\left. \begin{matrix} \widehat{ACO} = 60^\circ \\ \widehat{OCD} = 20^\circ \end{matrix} \right\} \Rightarrow \widehat{ACD} = 40^\circ$$

$$\left. \begin{matrix} \widehat{ABC} = 30^\circ \\ \widehat{BCA} = 80^\circ \end{matrix} \right\} \Rightarrow \widehat{CAB} = 70^\circ$$

$$\left. \begin{matrix} \widehat{DCB} = 40^\circ \\ \widehat{DBC} = 30^\circ \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{زاویه خارجی } \widehat{ADC}} \widehat{ADC} = 70^\circ = \widehat{CAB}$$

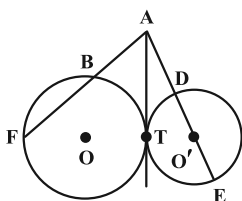
$$\xrightarrow{\text{مثلث } \triangle ACD \text{ متساوی الساقین}} AC = CD \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} CO = CD \Rightarrow \widehat{ODC} = \frac{180^\circ - \widehat{OCD}}{2} = 80^\circ$$

(هنر سه ۲- رایره: صفحه های ۱۲ و ۱۳)

(امیررضا فلاح)

۵۳- گزینه «۲»



$$\begin{cases} C : AT^2 = AB \times AF \\ C' : AT^2 = AD \times AE \end{cases} \Rightarrow AB \times AF = AD \times AE$$

$$\Rightarrow 6 \times 24 = (O'A - 5)(O'A + 5) \Rightarrow 144 = O'A^2 - 25$$

$$\Rightarrow O'A^2 = 169 \Rightarrow O'A = 13$$

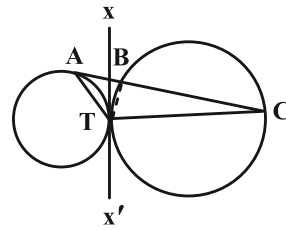
(هنر سه ۲- رایره: صفحه های ۱۸ و ۱۹)



۵۴- گزینه «۴»

(مهردار ملونری)

مطابق شکل، مماس مشترک دو دایره (خط  $XX'$ ) را رسم می‌کنیم.



زاویه‌های ظلّی  $\hat{T}AB$  و  $\hat{T}Ax$  از دایره سمت چپ با هم برابرند، پس:

$$\hat{AT}x = 40^\circ$$

همچنین زاویه ظلّی  $\hat{BT}x$  برابر زاویه محاطی  $\hat{T}CB$  است، پس:

$$\hat{BT}x = 25^\circ$$

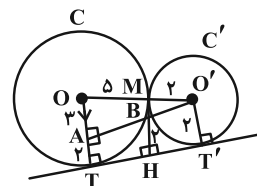
در نتیجه در مثلث  $ATB$  داریم:

$$\hat{AT}B = 40^\circ + 25^\circ = 65^\circ$$

(هندسه ۲- راپره: صفحه‌های ۱۳، ۱۴ و ۲۰ تا ۲۲)

۵۵- گزینه «۱»

(علیرضا شریف‌فطینی)



$$\Delta OO'A : OA \parallel MB \Rightarrow \frac{MB}{OA} = \frac{O'M}{O'O} \Rightarrow \frac{MB}{3} = \frac{2}{7} \Rightarrow MB = \frac{6}{7}$$

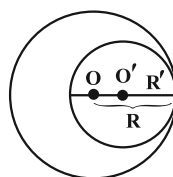
$$\Rightarrow MH = MB + BH = \frac{6}{7} + 2 = \frac{20}{7}$$

(هندسه ۲- راپره: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۵۶- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومصوب)

فرض کنید شعاع دایره بزرگ‌تر برابر  $R$  و شعاع دایره کوچک‌تر برابر  $R'$  باشد. در این صورت داریم:



$$OO' = R - R' \Rightarrow R - R' = 3 \Rightarrow R = R' + 3$$

$$S - S' = \frac{5}{4} S' \Rightarrow S = \frac{9}{4} S'$$

$$\Rightarrow \pi R^2 = \frac{9}{4} \pi R'^2 \Rightarrow R = \frac{3}{2} R' \Rightarrow R' + 3 = \frac{3}{2} R'$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} R' = 3 \Rightarrow R' = 6 \Rightarrow R = 9$$

$$\text{مجموع محیط‌های دو دایره} = 2\pi \times 6 + 2\pi \times 9 = 12\pi + 18\pi = 30\pi$$

(هندسه ۲- راپره: مشابه تمرین صفحه ۲۳)

۵۷- گزینه «۲»

(هومن عقیلی)

$$\frac{a+b+c}{2P} = 3a$$

$$S = \frac{1}{2} ah_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a}, r = \frac{S}{P}$$

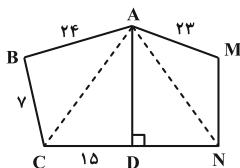
$$\Rightarrow \frac{h_a}{r} = \frac{\frac{2S}{a}}{\frac{S}{P}} = \frac{2P}{a} = \frac{3a}{a} = 3$$

(هندسه ۲- راپره: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۵۸- گزینه «۴»

(سپهرمهرضا مسینی‌فرد)

چهارضلعی  $ABCD$  محاطی است. پس:



$$\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow AC = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{AC^2 - DC^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20$$



$$\triangle MDB: \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow DB^2 = MD^2 - MB^2$$

$$= 16^2 - 8^2 = 192$$

$$\triangle DBC: \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow DC^2 = DB^2 + BC^2$$

$$= 192 + 100 = 292$$

اما  $CD = 2R$ ، بنابراین:

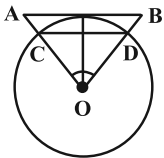
$$(2R)^2 = 292 \Rightarrow 4R^2 = 292 \Rightarrow R^2 = 73$$

یعنی مساحت دایره محیطی،  $73\pi$  است.

(هنرسه ۲- راپره: صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

(انجین فاصله‌شان)

۶۰- گزینه «۲»



می‌دانیم  $AB = 2(6) \tan \frac{18^\circ}{6} = 4\sqrt{3}$  و

$$CD = 2(6) \sin \frac{18^\circ}{6} = 6$$

مثلث‌های  $OAB$  و  $OCD$  متساوی‌الاضلاع هستند، پس:

$$S_{\triangle OAB} - S_{\triangle OCD} = \frac{\sqrt{3}}{4}(AB)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}(CD)^2$$

$$6 \times 3\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}((4\sqrt{3})^2 - 6^2) = \frac{\sqrt{3}}{4}(48 - 36) = 3\sqrt{3}$$

مساحت ناحیه محصور بین شش‌ضلعی‌های منتظم محاط و محیط بر دایره:

$$6 \times 3\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

(هنرسه ۲- راپره: مشابه تمرین ۷ صفحه ۳۰)

$AD$  عمود منصف  $CN$  است، پس  $DN = DC = 15$ .

چهارضلعی  $AMND$  محیطی است. پس:

$$AM + DN = AD + MN \Rightarrow 23 + 15 = 20 + MN$$

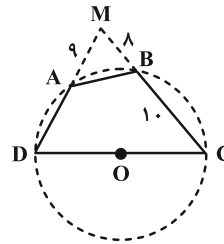
$$\Rightarrow MN = 18$$

(هنرسه ۲- راپره: صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

(پواد ترکمن)

۵۹- گزینه «۳»

با توجه به روابط طولی دو وتر متقاطع در بیرون دایره (شکل ۱)، داریم:



(شکل ۱)

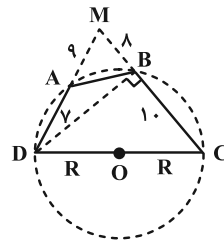
$$MA \times MD = MB \times MC$$

$$\Rightarrow 9 \times (9 + AD) = 8 \times 18 \Rightarrow AD = 7$$

حال اگر  $B$  به  $D$  وصل کنیم (شکل ۲)، واضح است که  $\hat{B} = 90^\circ$  (زاویه

محاطی روبه‌رو به قطر  $DC$ ) است. پس طبق قضیه فیثاغورس در دو مثلث

قائم‌الزاویه داریم:



(شکل ۲)

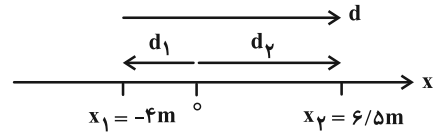


**فیزیک ۳**

۶۱- گزینه «۲»

(متین فرشی)

اگر متحرک از مبدأ مکان عبور کند، بردار مکان تغییر جهت و علامت می‌دهد.



بررسی گزینه‌ها:

ابتدا بردار مکان منفی است و سپس مثبت می‌شود، پس گزاره (ب) نادرست است.

در ابتدا ( $d_1 < 0$ ) و سپس ( $d_2 > 0$ ) اما جابه‌جایی همواره در جهت مثبت است، پس جابه‌جایی و مکان هم‌جهت نیستند. (گزاره الف نادرست)

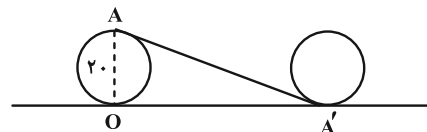
اما از آنجایی که تغییر جهت در حرکت نداریم، مسافت طی شده و جابه‌جایی برابرند. پس گزاره پ درست است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۵)

۶۲- گزینه «۱»

(ویدا میری)

مطابق شکل زیر، چرخ دوچرخه نیم‌دور می‌چرخد و جابه‌جایی نقطه روی چرخ، بردار  $\overline{AA'}$  می‌باشد.



مطابق شکل رسم شده، چرخ فاصله  $\overline{OA'}$  روی سطح را به اندازه نصف محیط خود طی می‌کند.

$$\overline{OA'} = \frac{1}{2} \times 2 \times \pi \times R = 3 \times 10 = 30 \text{ cm}$$

حال یک مثلث قائم‌الزاویه داریم که اندازه وتر آن را محاسبه می‌کنیم تا جابه‌جایی نقطه A به دست آید.

$$\Delta x = \overline{AA'} = \sqrt{20^2 + 30^2} = 10\sqrt{2^2 + 3^2} = 10\sqrt{13}$$

در انتها نیز بزرگی سرعت متوسط را از طریق رابطه  $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  محاسبه می‌کنیم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10\sqrt{13}}{10} = \sqrt{13} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

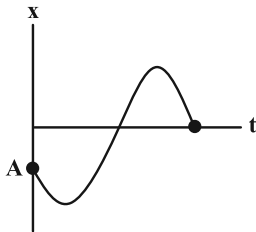
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۴ تا ۶)

۶۳- گزینه «۱»

(نگار صفری)

- متحرک در نقطه A که در مکان منفی است شروع به حرکت می‌کند.
- متحرک ابتدا در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند و سپس تغییر جهت می‌دهد.

- متحرک بار دیگر در مکان‌های مثبت تغییر جهت می‌دهد و سرانجام در  $x = 0$  متوقف می‌شود.

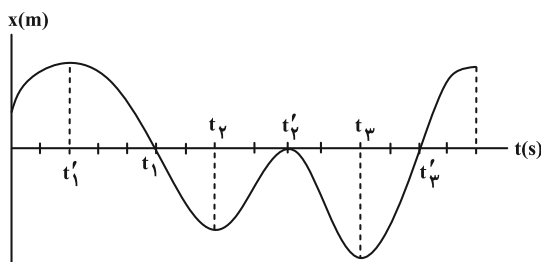


(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹)

۶۴- گزینه «۱»

(معصومه شریعت‌ناصری)

جهت بردار مکان زمانی تغییر می‌کند که نمودار محور زمان را قطع کند و ادامه نمودار در سمت دیگر محور زمان ادامه پیدا کند. پس در دو نقطه  $t_1$  و  $t_2$  جهت بردار مکان تغییر پیدا کرده است. برای قسمت دوم باید توجه کنیم زمانی متحرک در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند که نمودار به صورت نزولی باشد در این صورت سرعت منفی بوده و متحرک در خلاف جهت محور X حرکت خواهد کرد. همان‌طور که در شکل پیداست از  $t_1$  تا  $t_2$  و  $t_3$  تا  $t_4$  نمودار نزولی بوده و متحرک در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند.



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹)

۶۵- گزینه «۱»

(مسین الهی)

سرعت متوسط زمانی در خلاف جهت محور X خواهد شد که جابه‌جایی آن در خلاف جهت محور باشد (رد گزینه «۴») و همچنین سرعت اولیه همان شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان در لحظه  $t = 0$  s می‌باشد که تنها در گزینه «۱» شیب این خط مثبت یعنی سرعت اولیه در جهت محور X می‌باشد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۶۶- گزینه «۳»

(زهرا آقاممیری)

می‌دانیم که در نمودار مکان- زمان، شیب خط مماس بر نمودار، برابر سرعت لحظه‌ای متحرک است. با استفاده از شیب خط مماس بر نمودار که در لحظه  $t = 8$  s رسم شده است، مکان متحرک را در لحظه  $t = 8$  s محاسبه می‌کنیم. توجه کنید که چون در لحظه ۸ s شیب خط مماس بر نمودار منفی است، سرعت نیز منفی است.



$$s_{avT} = \frac{l_T}{\Delta t_T} = \frac{\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD}}{\Delta t_{AB} + \Delta t_{BC} + \Delta t_{CD}}$$

$$\Rightarrow s_{avT} = \frac{\Delta t + 1\Delta t + 4 \cdot t}{3t} = 2 \cdot \frac{m}{s}$$

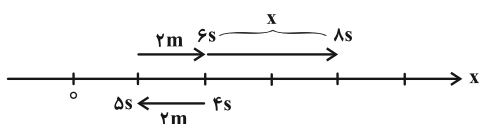
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ تا ۶)

۶۹- گزینه «۲» (مهری شریفی)

در ابتدا مسافت طی شده توسط متحرک در ۴s دوم را پیدا می‌کنیم:

$$12m = \text{مسافت} \Rightarrow 3 = \frac{\text{مسافت}}{4} \Rightarrow \text{مسافت} = 12m$$

مسیر حرکت مطابق شکل زیر است:



$$12 = 2 + 2 + x \Rightarrow x = 8m$$

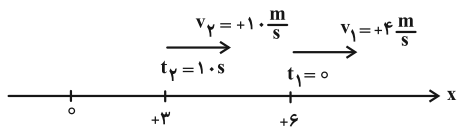
$$\text{سرعت متوسط: } v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8}{4} = 2 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ تا ۸)

۷۰- گزینه «۳» (امیرامیر میرسعید)

متحرک در ابتدا در لحظه  $t_1 = 0$  در نقطه  $x_1 = 6m$  بوده و با سرعت

اولیه  $+4 \frac{m}{s}$  به طرف راست رفته پس می‌توان نوشت:



(الف) درست است، زیرا در  $t_1 = 0$ ، سرعت مثبت و به سمت راست است و قطعاً یک بار تغییر جهت داده و به سمت نقطه  $+3m$  می‌رود و چون سرعت نهایی نیز  $+1.0$  می‌باشد مجدداً یک بار دیگر تغییر جهت می‌دهد.

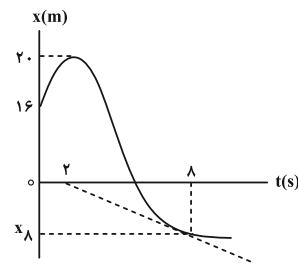
(ب) نادرست است؛ در گام اول با توجه به مقدار تندی متوسط، مسافت پیموده شده را محاسبه کنید.

$$s_{av} = \frac{l}{t} \Rightarrow l = 0.9 \times 10 = 9m$$

با توجه به این‌که مسافت کل  $9m$  است و فاصله متحرک در لحظه  $t_1 = 0$  برابر  $+6$  متر تا مبدأ مکان است متحرک نمی‌تواند از مبدأ مکان عبور کرده و در  $t_2 = 1.0s$ ، به نقطه  $x = +3$  برسد.

(پ) نادرست است، متحرک در لحظه  $t = 1.0s$  سرعتش مثبت و بردار مکانی نیز مثبت است، لذا در حال دور شدن از مبدأ مکان و نزدیک شدن به مبدأ حرکت است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ تا ۸)



$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-8 - 16}{8 - 0} = -2 \frac{m}{s} \rightarrow x = -12m$$

مسافت طی شده توسط متحرک برابر حاصل جمع بزرگی جابه‌جایی‌های آن است. بنابراین داریم:

$$l = |20 - 16| + |-12 - 20| = 4 + 32 = 36m$$

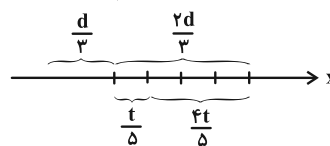
پس تندی متوسط متحرک در بازه صفر تا  $t = 8s$  برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{36}{9} = 4 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۶۷- گزینه «۲» (سیرممدعلی موسوی)

در ابتدا باید سرعت متوسط متحرک را در پایانی حرکت محاسبه کنیم:



$$(v_{av})_{2d} = \frac{1 \cdot \left(\frac{d}{3}\right) + 15 \cdot \left(\frac{4t}{5}\right)}{\frac{t}{5} + \frac{4t}{5}} = \frac{14t}{t} = 14 \frac{m}{s}$$

اکنون سرعت متوسط را برای کل مسیر محاسبه می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\frac{d}{3} + \frac{2d}{3}}{\frac{d}{3} + \frac{2d}{3}} = \frac{d}{d} = 1 = \frac{21}{21} = 10/5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ تا ۶)

۶۸- گزینه «۴» (مجتبی کلوئیان)

مطابق با شکل زیر و با توجه به رابطه تندی متوسط  $(s_{av} = \frac{l}{\Delta t})$  داریم:

$$s_{avCD} = \frac{\overline{CD}}{t} = 40 \Rightarrow \overline{CD} = 40t$$

$$s_{avBC} - s_{avAB} = 10 \Rightarrow \frac{\overline{BC}}{t} - \frac{\overline{AB}}{t} = 10$$

$$\overline{BC} = 2\overline{AB} \rightarrow \frac{2\overline{AB}}{t} = 10 \Rightarrow \overline{AB} = 5t$$

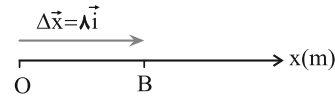




فیزیک ۳ - آشنا

۷۱- گزینه «۳»

(کتاب آبی)



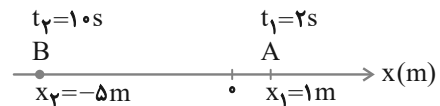
جابه‌جایی، برداری است که نقطه آغازین حرکت (O) را به نقطه پایانی آن (B) متصل می‌کند که مطابق شکل بردار  $\overline{OB}$  و در سوی مثبت محور X است و داریم:

اما بردار مکان، برداری است که در هر لحظه، مبدأ مکان را به محل جسم وصل می‌کند. چون در تمام مدت جسم در نقاط مثبت محور قرار دارد، بنابراین بردار مکان، همواره مثبت است و تغییر جهت نمی‌دهد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ و ۳)

۷۲- گزینه «۳»

(کتاب آبی)



در اینجا موقعیت متحرک در دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$  مشخص است. اما اینکه در این بین، متحرک تغییر جهت داده است یا خیر، نامعلوم است. بنابراین نمی‌توان به‌طور قطعی تندی متوسط را محاسبه کرد. اما تندی متوسط الزاماً بزرگتر یا مساوی اندازه سرعت متوسط متحرک خواهد بود.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-5 - 1}{10 - 2} = \frac{-6}{8} \Rightarrow |v_{av}| = 0.75 \text{ m/s}$$

بنابراین خواهیم داشت:

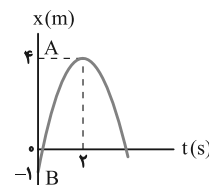
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ تا ۵)

۷۳- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

با دقت در نمودار درمی‌یابیم که متحرک در لحظه  $t = 2s$  در مکان  $x = +4m$  قرار دارد.

ملاحظه می‌شود که فاصله A از O (مبدأ مکان) برابر ۴ m است.



فاصله از مبدأ حرکت، مبدأ حرکت یا مکان اولیه ( $x_0$ ) مکان ذره در لحظه  $t = 0$  است که در این نمودار  $x_B = -1m$  می‌باشد. ملاحظه می‌کنید که فاصله A تا B برابر ۵ m است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۴)

۷۴- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

خواسته سوال  $s_{av} = \frac{l_3}{1}$  (تندی متوسط در ثانیه ۱۲ ام) است. با توجه به اندازه‌های مشخص شده در شکل، فاصله‌ها را با  $l_1$  و  $l_2$  و  $l_3$  نشان داده‌ایم (مسافت طی شده در ثانیه اول را که معادل  $|x_0|$  است را با  $l_1$  و مسافت طی شده در بازه ۱s تا ۳s را با  $l_2$  و مسافت طی شده در ثانیه ۱۲ ام را با  $l_3$  نشان داده‌ایم)، با استفاده از رابطه  $l = s_{av} \times \Delta t$  داریم:

$$l_1 + l_2 = 12m \Rightarrow l_1 + l_2 = 3 \times 4 = 12m \quad (1)$$

از  $t = 0$  تا  $t = 3s$  داریم:

$$l_1 + l_1 + l_2 + l_2 + l_3 = 13 \times 6 = 78m$$

$$\Rightarrow 2(l_1 + l_2) + l_3 = 78m \quad (2)$$

$$2(l_1 + l_2) + l_3 = 78m \xrightarrow{l_1 + l_2 = 12m} 2 \times 12 + l_3 = 78m$$

$$l_3 = 54m \Rightarrow \text{در ثانیه ۱۲ ام } s_{av} = \frac{l_3}{1} = 54 \text{ m/s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۷ تا ۹)

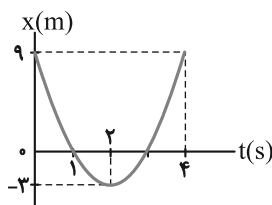
۷۵- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

نمودار مکان - زمان متحرک را رسم می‌کنیم. معادله حرکت متحرک به صورت  $x = at^2 + bt + c$  می‌باشد. چون a (ضریب  $t^2$ ) مثبت است نمودار دارای مینیمم می‌باشد و نمودار آن به شکل زیر خواهد بود: ( $t_s$  لحظه تغییر جهت است).

$$x = 3t^2 - 12t + 9 \Rightarrow t_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-12)}{2 \times 3} = 2s$$

$$x = 3t^2 - 12t + 9 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1s \Rightarrow x_1 = (3 \times 1^2) - (12 \times 1) + 9 = 0 \\ t_s = 2s \Rightarrow x_s = (3 \times 2^2) - (12 \times 2) + 9 = -3m \\ t_2 = 4s \Rightarrow x_2 = (3 \times 4^2) - (12 \times 4) + 9 = 9m \end{cases}$$



اکنون مسافت طی شده در بازه زمانی ۱s تا ۴s را پیدا می‌کنیم:

$$l = |-3 - 0| + |9 - (-3)| = 3 + 12 = 15m$$

در آخر تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{15}{4-1} = 5 \text{ m/s}$$

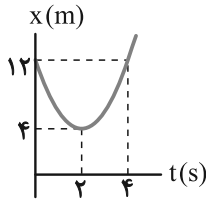
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۵ تا ۹)



$$t_s = \frac{-b}{2a} = \frac{8}{4} = 2s \Rightarrow x = 4m \Rightarrow S(2, 4)$$

$$t = 0 \Rightarrow x_s = 12m$$

t(s)	0	2
x(m)	12	4



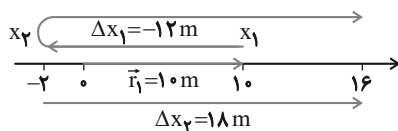
با توجه به تقارن سهمی در  $t = 2s$  از روی شکل مکان متحرک در لحظه  $t = 4s$  نیز همان مکان در لحظه  $t = 0$  یعنی  $12m$  می‌باشد، بنابراین

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{\ell=12+12=24m}{\Delta t=4s} \rightarrow s_{av} = \frac{24}{4} = 6m/s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ تا ۶)

۸۰- گزینه «۱» (کتاب آبی)

ابتدا مسیر حرکت متحرک روی محور X را مشخص می‌کنیم. مکان متحرک در  $t_1 = 2s$  برابر  $x_1 = 10m$  است.



حال  $x_2$  را می‌یابیم:

$$\Delta x_1 = v_{av1} \times \Delta t_1 \quad \xrightarrow{v_{av1} = -6m/s, \Delta t_1 = 4-2=2s}$$

$$\Delta x_1 = -6 \times 2 = -12m$$

اکنون اگر روی محور  $12m$  به چپ برویم به  $x_2 = -2m$  می‌رسیم.

در مرحله دوم داریم:

$$\Delta x_2 = v_{av2} \times \Delta t_2 \quad \xrightarrow{v_{av2} = 3m/s, \Delta t_2 = 6s}$$

$$\Delta x_2 = 3 \times 6 = 18m$$

بنابراین سرعت متوسط کل به صورت زیر به دست می‌آید:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{-12 + 18}{2 + 6} = \frac{6}{8} = 0.75m/s$$

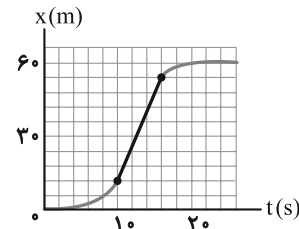
برای یافتن مکان پایانی ( $x_3$ ) از شکل کمک می‌گیریم. با توجه به مسیر حرکت و تغییر جهت، ابتدا از  $10m$  به  $-2m$  و از این نقطه به  $16m$  می‌رسد و نقطه پایانی و بردار مکان آن به صورت زیر می‌باشد:

$$x_3 = 16m \Rightarrow \vec{r}_3 = 16\vec{i}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۴ تا ۹)

۷۶- گزینه «۳» (کتاب آبی)

سرعت متحرک وقتی بیشینه است که شیب مماس بر منحنی بیشینه باشد. این نمودار در بازه زمانی ۱۰ تا ۱۶ ثانیه دارای بیشترین مقدار شیب است. پس دو نقطه متناظر ۱۰ و ۱۶ ثانیه از منحنی را به هم وصل می‌کنیم و داریم:



$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{54 - 12}{16 - 10} = \frac{42}{6} = 7m/s$$

دقت کنید هر واحد روی محور عمودی معادل  $6m$  و هر واحد روی محور افقی معادل  $2s$  است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۷۷- گزینه «۲» (کتاب آبی)

بزرگی سرعت متوسط فقط هنگامی با تندی متوسط برابر است که اولاً حرکت روی خط راست باشد، ثانیاً متحرک تغییر جهت ندهد. اما دقت کنید همواره تندی لحظه‌ای با بزرگی سرعت لحظه‌ای برابر است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ تا ۹)

۷۸- گزینه «۴» (کتاب آبی)

برای بررسی نمودار مسافت- زمان باید به چند نکته زیر توجه کرد:  
 (۱) مسافت طی شده همواره مثبت است. بنابراین نمودار آن همواره بالای محور زمان خواهد بود. در نتیجه گزینه «۱» نمی‌تواند درست باشد.  
 (۲) اگر متحرک در حال حرکت باشد، با گذشت زمان، مسافت پیموده شده همواره در حال افزایش است و اگر جسم ساکن باشد، مسافت طی شده افزایش نخواهد داشت و در حال سکون، نمودار افقی است.  
 (۳) کل مسافت پیموده شده برابر مجموع بزرگی جابه‌جایی‌ها در تمام بازه‌هایی است که جسم تغییر جهت نمی‌دهد.

در این سؤال کل مسافت طی شده  $20m$  است و جسم از لحظه  $t = 5s$  تا  $t = 6s$  ساکن است. بنابراین گزینه «۴» درست است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ و ۳)

۷۹- گزینه «۲» (کتاب آبی)

هنگامی که سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی  $\Delta t$  صفر است، بدان معنی است که متحرک در این بازه به جای اولش بازگشته است. با رسم نمودار مکان- زمان،  $\Delta t$  و سپس  $s_{av}$  را می‌یابیم:

$$x = 2t^2 - 8t + 12$$



**فیزیک ۱**

۸۱- گزینه «۲»

(معمرضا سعیدی فرد)

براساس جدول ۱-۱ صفحه ۷ کتاب درسی، هفت کمیت طول، جرم، زمان، دما، مقدار ماده، جریان الکتریکی و شدت روشنایی، کمیت‌های اصلی در دستگاه بین‌المللی (SI) هستند. بنابراین تنها زمان و طول در موارد داده شده کمیت اصلی هستند که هر دوی آن‌ها نرده‌ای هستند؛ زیرا تنها با یک عدد و یکا بیان می‌شوند.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۶ تا ۹)

۸۲- گزینه «۱»

(بهزاد آزارفر)

در فیزیک، هنگامی می‌توانیم چند عبارت را با هم جمع و تفریق کنیم که همه آن‌ها یکای یکسانی داشته باشند. بنابراین همه عبارت‌ها باید یکای یکسانی داشته باشند:

$$[A] = \left[ \frac{B}{x} \right] = [Cx^3]$$

ابتدا یکای زول را برحسب یکاهای اصلی می‌یابیم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow [K] = [m][v^2] \Rightarrow J = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$[B] = J = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$\begin{cases} [A] = \frac{[B]}{[x]} = \frac{J}{m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \\ \Rightarrow [Cx^3] = \frac{[B]}{[x]} \Rightarrow [C] \times [x^3] = \frac{[B]}{[x]} \\ \Rightarrow [C] \times \text{m}^3 = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \Rightarrow [C] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2} \end{cases}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۸۳- گزینه «۳»

(معمومه شریعت ناصری)

ابتدا جرم و شتاب جسم را برحسب یکاهای SI می‌یابیم:

$$m = (1000 \text{ مثقال}) \times \frac{4}{6} \text{ g} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} = 4/6 \text{ kg}$$

$$= 4/6 \text{ kg}$$

$$a = 36 \frac{\text{km}}{\text{min}^2} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \left( \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right)^2 = \frac{36 \times 10^3}{36 \times 10^2} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

طبق قانون دوم نیوتون  $F_{\text{net}} = ma$ ، در نتیجه خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}} = ma = 4/6(10) = 46 \text{ N}$$

دقت کنید باید کمیت‌ها را با یکای SI در فرمول‌ها قرار دهیم تا حاصل نیز براساس SI باشد.)

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۸۴- گزینه «۲» (مسین الهی)

ابتدا تمام کمیت‌ها را برحسب یکای SI آن‌ها می‌یابیم:

$$v = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1 \text{ گره دریایی} \times \frac{1852 \text{ m}}{1 \text{ گره دریایی}} = 30 \text{ گره دریایی} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x = 3000 \text{ مایل} \times \frac{1609 \text{ m}}{1 \text{ مایل}} \times \frac{3000 \text{ mm}}{1 \text{ فوت}} \times \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} = 4680000 \text{ m}$$

$$x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v} = \frac{4680000}{30} = 312000 \text{ s}$$

اکنون باید عدد به دست آمده را برحسب دقیقه، مگاتانیه و ترانانیه نوشته تا با گزینه‌ها مقایسه شود:

$$312000 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 5200 \text{ min} \quad (3 \text{ و } 1 \text{ نادرست})$$

$$312000 \text{ s} \times \frac{1 \text{ Ms}}{10^6 \text{ s}} = 0.312 \text{ Ms} \quad (2 \text{ درست})$$

$$312000 \text{ s} \times \frac{1 \text{ Ts}}{10^{12} \text{ s}} = 3.12 \times 10^{-7} \text{ Ts} \quad (4 \text{ نادرست})$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه ۲۰)

۸۵- گزینه «۲» (مسن سلماسون)

دقت اندازه‌گیری وسایل دیجیتال یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند. بنابراین دقت اندازه‌گیری دستگاه ۰/۰۱ mm است:

$$0.01 \text{ mm} = ? \mu\text{m} \Rightarrow 0.01 \text{ mm} \times \frac{10^{-3} \text{ m}}{1 \text{ mm}} \times \frac{1 \mu\text{m}}{10^{-6} \text{ m}} = 10 \mu\text{m}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۸۶- گزینه «۴» (ویرا فیدری)

حجم ظاهری مکعب (چیزی که ما می‌بینیم)، برابر با مجموع حجم فلز به کار رفته در آن و حجم حفره است. بنابراین ابتدا حجم فلز را می‌یابیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{900 \text{ g}}{1500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{1}{1000} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = \frac{900}{1.5} = 600 \text{ cm}^3$$

حجم حفره + حجم فلز = حجم ظاهری

$$\Rightarrow \text{حجم ظاهری} = a^3 = 600 + 400 = 1000 \text{ cm}^3 \Rightarrow a = 10 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)



۸۷- گزینه ۲»

(زهرة آقاممیری)

جرم آلیاژ، برابر با مجموع جرم دو فلز است:

$$m_{\text{آلیاژ}} = m_1 + m_2 \Rightarrow m_1 + m_2 = 1/2 \times 10^3 \text{ g}$$

حجم آلیاژ برابر است با:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 = 500 \text{ cm}^3$$

همچنین حجم آلیاژ برابر با مجموع حجم دو فلز است:

$$V_1 + V_2 = 500 \text{ cm}^3 \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho}} \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} = 500$$

$$\frac{\rho_1 = 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{\rho_2 = 3/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \rightarrow \frac{m_1}{2} + \frac{m_2}{3/6} = 500 \rightarrow m_1 = 1200 - m_2$$

$$\frac{1200 - m_2}{2} + \frac{m_2}{3/6} = 500 \Rightarrow 4200 - 3/6 m_2 + 2m_2 = 3600$$

$$\Rightarrow 1/6 m_2 = 720 \Rightarrow m_2 = 450 \text{ g}$$

$$(2) \text{ درصد جرم فلز } = \frac{m_2}{m_{\text{آلیاژ}}} \times 100 = \frac{450}{1200} \times 100 = 37.5 \%$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۸۸- گزینه ۳»

(مهران اسماعیلی)

پس از ذوب یخ، حجم آن تغییر می‌کند اما جرم آن ثابت می‌ماند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$m_{\text{یخ}} = m_{\text{آب}} \xrightarrow{m = \rho V} \rho_{\text{یخ}} V_{\text{یخ}} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}}$$

$$\rho_{\text{یخ}} = 0.9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, V_{\text{یخ}} = 200 \text{ cm}^3 \Rightarrow 0.9 \times 200 = 1 \times V_{\text{آب}}$$

$$\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\Rightarrow V_{\text{آب}} = 180 \text{ cm}^3$$

در نتیجه حجم آب حاصل از ذوب یخ برابر با  $180 \text{ cm}^3$  و حجم نهایی کل آب برابر با  $V = 400 + 180 = 580 \text{ cm}^3$  است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۸۹- گزینه ۴»

(علیرضا بیاری)

ابتدا حجم قطعه سنگ را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \xrightarrow{\rho = 4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \frac{m = 600 \text{ g}}{\rho = 4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \rightarrow V = \frac{600}{4} = 150 \text{ cm}^3$$

لذا  $150 \text{ cm}^3$  روغن بالا می‌آید که بخشی از آن قسمت خالی ظرف را پر می‌کند و بخش دیگر، از ظرف خارج می‌شود. بنابراین حجم روغن ریخته شده از ظرف، از تفاضل حجم کل روغن بالا آمده و قسمت خالی ظرف به دست می‌آید:

$$\text{قسمت خالی Ah} - V_{\text{کل}} = V_{\text{قسمت خالی}} - V_{\text{ریخته شده}} = V_{\text{کل}} - V_{\text{ریخته شده}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{ریخته شده}} = 150 - 4(25) = 150 - 100 = 50 \text{ cm}^3$$

در نهایت با استفاده از رابطه چگالی، جرم روغن ریخته شده را به دست می‌آوریم:

$$m_{\text{ریخته شده}} = V_{\text{ریخته شده}} \rho_{\text{روغن}} = 50(0.8) = 40 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۹۰- گزینه ۲»

(مسام ناری)

اندازه هر کمیت فیزیکی، که به صورت نمادگذاری علمی بیان می‌شود، باید شامل سه قسمت باشد. قسمت‌های اول و دوم، دربرگیرنده حاصل ضرب عددی از ۱ تا ۱۰ در توان صحیحی از ۱۰ است و در قسمت سوم، یکای آن کمیت نوشته می‌شود. حال به بررسی موارد می‌پردازیم:

$$38/9 \times 10^8 \text{ m} = 3/89 \times 10^1 \times 10^8 \text{ m} = 3/89 \times 10^9 \text{ m} \text{ (الف)}$$

$$= 3/89 \times 10^9 \times \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} = 3/89 \times 10^6 \text{ km} \text{ درست}$$

$$0.00168 \text{ s} = 1/68 \times 10^{-3} \text{ s} \text{ نادرست}$$

$$1695400 \text{ m} = 1/6954 \times 10^6 \text{ m} \times \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} \text{ (ب)}$$

$$= 1/6954 \times 10^3 \text{ km} \text{ نادرست}$$

$$0.00000786 \text{ s} = 7/860 \times 10^{-6} \text{ s} \text{ (ت)}$$

$$= 7/860 \times 10^0 \mu\text{s} \text{ درست}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

فیزیک ۲

گزینه «۲» ۹۱

(مهری مایی زاده)

از آنجا که به جسم الکترون می‌دهیم و بار آن مثبت است، بار جسم کاهش می‌یابد. این کاهش بار برابر است با:

$$\Delta q = -ne \frac{n=2 \times 10^{12}}{e=1.6 \times 10^{-19} C} \Rightarrow \Delta q = -2 \times 10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19} C$$

$$= -3.2 \times 10^{-7} C$$

$$\text{درصد کاهش بار } (q') = \frac{\Delta q}{q} \times 100$$

$$\Rightarrow -16 = \frac{-3.2 \times 10^{-7}}{q'} \times 100 \Rightarrow q' = 2 \times 10^{-9} C = 2 \mu C$$

(فیزیک ۲-الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۳ تا ۵)

گزینه «۴» ۹۲

(علی برزگر)

اگر بار اولیه کره‌ها را با  $q_{1A}, q_{1B}, q_{1C}$  و بار کره‌ها را بعد اتصال به کره مجاور با  $q_{2A}, q_{2B}, q_{2C}$  و بار کره B را بعد از اتصال به کره C، نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$q_{2A} = q_{2B} = \frac{q_{1B} + q_{1A}}{2} \quad q_{2A} = 2q_{1A} \Rightarrow 2q_{1A} = \frac{q_{1A} + q_{1B}}{2}$$

$$\Rightarrow 4q_{1A} = q_{1A} + q_{1B} \Rightarrow q_{1B} = 3q_{1A} \quad (I)$$

بعد از بسته شدن کلید  $k_2$  می‌توان نوشت:

$$q_{2B} = q_{2C} = \frac{q_{2B} + q_{1C}}{2} \quad q_{2C} = -\frac{q_{1C}}{2} \Rightarrow -\frac{q_{1C}}{2} = \frac{q_{2B} + q_{1C}}{2}$$

$$\Rightarrow -q_{1C} = q_{2B} + q_{1C} \quad q_{2B} = q_{2A} = 2q_{1A} \Rightarrow -2q_{1C} = 2q_{1A}$$

$$\Rightarrow q_{1C} = -q_{1A} \quad (II)$$

از (I) و (II) نتیجه می‌شود:

$$q_{1A} = \frac{q_{1B}}{3} = -q_{1C}$$

(فیزیک ۲-الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۳ تا ۵)

گزینه «۳» ۹۳

(زهرا آقاممیری)

با استفاده از قانون کولن  $F$  را می‌یابیم:

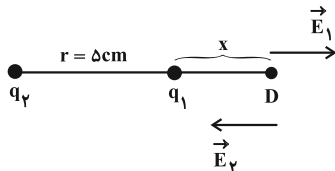
$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \quad F=29/6 N, k=9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

$$\frac{29}{6} = 9 \times 10^9 \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \quad |q_1|=2 \mu C=2 \times 10^{-6} C, |q_2|=18 \mu C=18 \times 10^{-6} C$$

$$\Rightarrow 129/6 = \frac{9 \times 10^9 \times 36 \times 10^{-12}}{r^2} \Rightarrow r^2 = 25 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow r = 5 \times 10^{-2} m = 5 cm$$

چون دو بار ناهم‌نام‌اند، میدان الکتریکی بر روی خط واصل آن‌ها و خارج از فاصله میان دو بار و نزدیک به بار با اندازه کوچک‌تر، صفر می‌شود. اگر فاصله این نقطه را از  $q_1$ ،  $x$  فرض کنیم، خواهیم داشت:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k |q_1|}{r_1^2} = \frac{k |q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{r_1^2} = \frac{|q_2|}{r_2^2}$$

$$\frac{|q_1|=2 \mu C, |q_2|=18 \mu C}{r_1=x, r_2=r+x} \Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{18}{(r+x)^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r+x}{x}\right)^2 = 9 \Rightarrow \frac{r+x}{x} = 3 \Rightarrow 2x = r$$

$$\Rightarrow x = \frac{r}{2} = 2.5 cm$$

بنابراین فاصله این نقطه از  $q_2$  برابر است با:

$$r_2 = x + r = 2.5 + 5 = 7.5 cm$$

(فیزیک ۲-الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۵ تا ۱۲، ۱۵ تا ۱۷)

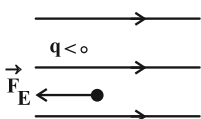
گزینه «۲» ۹۴

(علیرضا جباری)

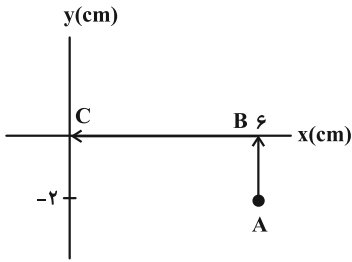
ابتدا اندازه میدان الکتریکی یکنواخت بین این دو صفحه را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{\Delta V}{d} \quad \frac{\Delta V=100V}{d=5cm=5 \times 10^{-2}m} \Rightarrow E = \frac{100}{5 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^3 \frac{V}{m}$$

با توجه به اتصال صفحه‌ها به پایانه باتری‌ها، صفحه A دارای بار مثبت و صفحه B دارای بار منفی است. از این رو جهت میدان الکتریکی به طرف راست است. اکنون به کمک قضیه کار-انرژی جنبشی، مشخص می‌کنیم که این ذره پس از طی چه فاصله‌ای متوقف می‌شود:



$$W_t = K_2 - K_1 \quad \frac{K_2=0}{W_t=W_{FE}} \Rightarrow E |q| d \cos \theta = -K_1$$



برای محاسبه میدان الکتریکی، از نقطه (A) ابتدا به بالا و سپس به چپ می‌رویم تا به نقطه (C) برسیم:

$$\Delta V_{BC} = 0 \quad (\text{عمود بر خطوط حرکت کرده‌ایم})$$

$$\Delta V_{AB} = Ed \frac{V_B = +10V, V_A = -10V}{d = 2 \text{ cm} = 2 \times 10^{-2} \text{ m}}$$

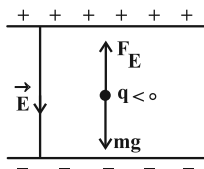
$$20 = E \times 2 \times 10^{-2} \Rightarrow E = 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

(فیزیک ۲- الکترواستاتیست ساکن؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۶)

(ارریس ممردی)

۹۷- گزینه «۴»

مسئله را در دو حالت بررسی می‌کنیم:  
اگر جهت میدان، به سمت پایین باشد:



با توجه به جهت میدان، بار قطره روغن باید منفی باشد تا قطره معلق بماند.

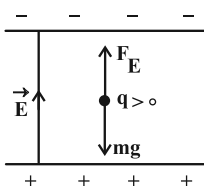
$$F_E = mg \Rightarrow E |q| = mg \Rightarrow \frac{E = 2 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}}{m = 2 \times 10^{-14} \text{ kg}} \Rightarrow |q| = 1.6 \times 10^{-18} \text{ C}$$

$$2 \times 10^5 \times |q| = 32 \times 10^{-14} \times 10 \Rightarrow |q| = 1.6 \times 10^{-18} \text{ C}$$

از طرفی طبق رابطه  $|q| = ne$  داریم:

$$n = \frac{|q|}{e} = \frac{1.6 \times 10^{-18} \text{ C}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} \Rightarrow n = 100$$

چون بار قطره منفی بود، پس در این حالت ۱۰۰ الکترون گرفته است. حال اگر جهت میدان به سمت بالا باشد، بار قطره روغن باید مثبت باشد تا قطره در میدان الکتریکی معلق بماند.



$$\theta = 180^\circ, |q| = 6 \times 10^{-6} \text{ C}, v = 5\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$E = 2 \times 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}, m = 4mg = 4 \times 10^{-6} \text{ kg}$$

$$\Rightarrow 6 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^3 d' \times \cos 180^\circ = -\frac{1}{2} mv^2$$

$$\Rightarrow -12 \times 10^{-3} d' = -\frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-6} \times (5\sqrt{3})^2$$

$$\Rightarrow d' = 1/25 \text{ cm}$$

بنابراین ذره پس از رها شدن، ۱/۲۵ سانتی‌متر به سمت صفحه B می‌پیماید تا متوقف شود و در این لحظه فاصله ذره از صفحه B برابر است با:

$$d - d' = 5 - 1/25 = 3/25 \text{ cm}$$

(فیزیک ۲- الکترواستاتیست ساکن؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

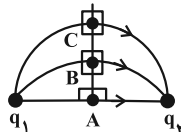
۹۵- گزینه «۴» (مسین الهی)

حالت اول: خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج می‌شوند. همچنین با حرکت در جهت خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. بنابراین هر چه از بار مثبت دورتر شویم، پتانسیل کاهش می‌یابد.

$$(V_A > V_B > V_C)$$

حالت دوم: مطابق شکل زیر، سه نقطه در یک خط عمود بر خطوط میدان الکتریکی قرار دارند. بنابراین همه آن‌ها پتانسیل الکتریکی یکسان دارند.

$$(V_A = V_B = V_C)$$



(فیزیک ۲- الکترواستاتیست ساکن؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۹۶- گزینه «۲» (مسین الهی)

طبق تمرین ۹-۱ کتاب درسی، با حرکت در جهت خطوط میدان، پتانسیل

الکتریکی کاهش می‌یابد. با حرکت از مبدأ به نقطه  $\begin{matrix} 6 \\ -2 \end{matrix}$ ، پتانسیل از

+۱۰V به -۱۰V کاهش یافته است، لذا در جهت خطوط میدان حرکت کرده‌ایم و میدان الکتریکی در خلاف جهت محور y است.



حال از رابطه  $\sigma = \frac{q}{A}$  داریم:  $\Delta = \frac{q_1}{192} \Rightarrow q_1 = 96 \mu\text{C}$

بار الکتریکی ثانویه  $q_2 = 96 + 24 = 120 \mu\text{C}$  است. چگالی سطحی بار در این حالت را نیز محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma_2 = \frac{q_2}{A} \Rightarrow \sigma_2 = \frac{120}{192} = \frac{100}{16} \mu\text{C/cm}^2$$

در نهایت خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد تغییر} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_1} \times 100 = \frac{\frac{100}{16} - \Delta}{\Delta} \times 100 = 25\%$$

پس چگالی سطحی بار ۲۵ درصد تغییر کرده است.

(فیزیک ۲- الکتروسیستة ساکن: صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

۱۰۰- گزینه «۲» (ارریس ممبری)

ابتدا برابند میدان الکتریکی را در نقطه M به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} E_1 = \frac{kq_1}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 12 \times 10^{-6}}{10^{-2}} = 108 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \\ E_2 = \frac{kq_2}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{10^{-2}} = 18 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \end{cases}$$

$$\vec{E}_{TM} = \vec{E}_1 - \vec{E}_2 \Rightarrow \vec{E}_{TM} = 90 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

از طرفی طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$\vec{E}_{TM} = 90 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \rightarrow \vec{E}_{TN} = 30 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

حال برابند میدان الکتریکی را در نقطه N به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} E'_1 = \frac{kq_1}{r_1'^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 12 \times 10^{-6}}{(x+0/2)^2} \\ E'_2 = \frac{kq_2}{r_2'^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{x^2} \end{cases}$$

$$\vec{E}_{TN} = \vec{E}'_1 + \vec{E}'_2 \Rightarrow 30 \times 10^5 = \frac{108 \times 10^5}{(x+0/2)^2} + \frac{18 \times 10^5}{x^2} \quad (1)$$

به جای حل معادله (۱) بهتر است از جاگذاری گزینه‌ها استفاده کنیم، پس

جواب گزینه «۲» است.

(فیزیک ۲- الکتروسیستة ساکن: صفحه‌های ۱۲ و ۱۷)

$$F_E = mg \Rightarrow Eq = mg \xrightarrow{q=ne} Ene = mg$$

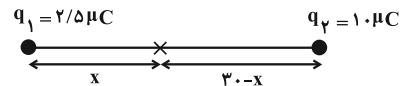
$$\Rightarrow n = \frac{mg}{E \cdot e} = \frac{m=32 \times 10^{-14} \text{ kg}}{E=2 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}} \rightarrow n = \frac{32 \times 10^{-14} \times 10}{2 \times 10^5 \times 16 \times 10^{-20}} = 100$$

چون بار قطره روغن مثبت است، بنابراین قطره ۱۰۰ الکترون از دست داده است.

(فیزیک ۲- الکتروسیستة ساکن: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۹۸- گزینه «۴» (آراس ممبری)

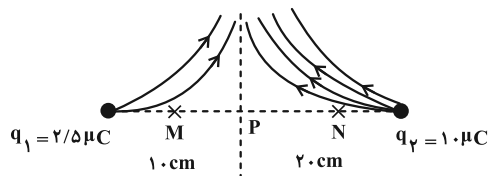
می‌دانیم میدان الکتریکی برابند بین دو بار هم‌نام، میان فاصله دو بار به روی خط واصل میان آن‌ها نزدیک به باری که از لحاظ قدرمطلق کوچک‌تر است، صفر است:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{kq_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{2/5}{x^2} = \frac{1}{(30-x)^2}$$

$$\Rightarrow 2x = 30 - x \Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$

با توجه به مثبت بودن هر دو بار  $q_1$  و  $q_2$ ، خطوط میدان از آن‌ها خارج می‌شود:



با حرکت از نقطه M به N، بزرگی میدان ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. انرژی پتانسیل الکتریکی را در دو مرحله بررسی می‌کنیم:

مسیر MP:  $W_E < 0 \Rightarrow \Delta U > 0$

مسیر PN:  $W_E > 0 \Rightarrow \Delta U < 0$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- الکتروسیستة ساکن: صفحه‌های ۱۷، ۱۸ و ۲۱ تا ۲۳)

۹۹- گزینه «۲» (آراس ممبری)

ابتدا مساحت سطح کره را به دست می‌آوریم:

$$A = 4\pi r^2 \xrightarrow{r=4 \text{ cm}} A = 4 \times \pi \times (4)^2 = 192 \text{ cm}^2$$



شیمی ۳

۱۰۱- گزینه «۴»

(سعید تیزرو)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) اتیلن گلیکول با فرمول شیمیایی  $\text{CH}_2\text{OHCH}_2\text{OH}$  دارای ۹ پیوند اشتراکی و ۶ اتم هیدروژن می‌باشد.

$$9 = \frac{(2 \times 4) + (6 \times 1) + (2 \times 2)}{2}$$

$$\frac{9}{6} = 1.5$$

(۲) مطابق نمودار صفحه ۳ کتاب درسی این جمله صحیح است.

(۳) مخلوط آب، روغن و صابون یک کلوئید محسوب شده و برخلاف مخلوط شربت معده که سوسپانسیون محسوب می‌شود، پایدار است.

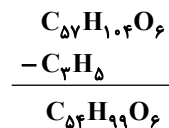
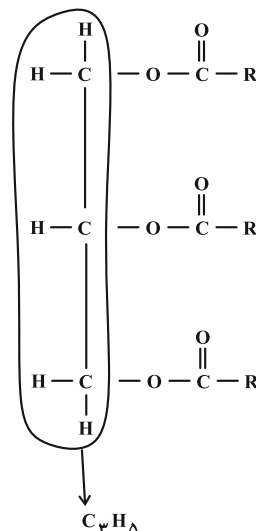
(۴) طبق مطالب صفحه ۵ کتاب درسی مولکول‌های عسل حاوی شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل هستند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۷ و ۵)

۱۰۲- گزینه «۱»

(مهمرب عظیمیان زواره)

با توجه به ساختار کلی استرهای سه عاملی که به صورت زیر می‌باشد، می‌توان گفت:



برای به دست آوردن فرمول  $\text{RCOO}$ :



بنابراین اسید چرب سازنده آن  $\text{C}_{17}\text{H}_{33}\text{COOH}$  و صابون مربوطه  $\text{C}_{17}\text{H}_{33}\text{COONa}$  خواهد بود.

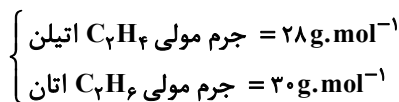
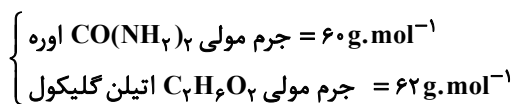
(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۰۳- گزینه «۲»

(مهمرب عظیمیان زواره)

بررسی موارد:

(آ) درست

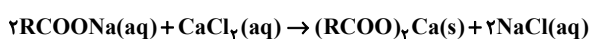


(ب) نادرست؛ باید از آب که حلالی قطبی است استفاده کرد.

(پ) نادرست؛ چربی‌ها را می‌توان مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلندزنجیر دانست نه پلی‌استر بلند زنجیر.

(ت) نادرست؛ مخلوط حاصل پایدار و ناهمگن است. (کلوئیدها مخلوط‌هایی ناهمگن‌اند).

(ث) درست؛ زیرا صابون با یون  $\text{Ca}^{2+}$  موجود در این آب رسوب می‌نماید.



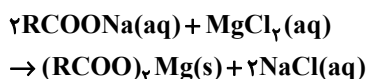
$\text{Cl}^-$  آنیون همراه با  $\text{Ca}^{2+}$  می‌باشد که در آب حضور دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۴، ۵، ۷ تا ۹)

۱۰۴- گزینه «۱»

(مهمرب عظیمیان زواره)

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:



به ازای هر مول  $\text{NaCl}$  در آب، ۲ مول یون  $(\text{Na}^+(\text{aq}))$  و  $(\text{Cl}^-(\text{aq}))$

حاصل می‌شود؛ با استفاده از شمار مول یون‌های تولید شده و جرم صابون

مصرفی، جرم مولی صابون را به دست می‌آوریم.





روش اول:

جرم مولی صابون  $M =$ 

$$2000 \text{ g RCOONa} \times \frac{1 \text{ mol RCOONa}}{M \text{ g RCOONa}}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol NaCl}}{2 \text{ mol RCOONa}} \times \frac{2 \text{ mol یون}}{1 \text{ mol NaCl}} = 16 \text{ mol یون}$$

$$\Rightarrow \frac{2000 \times 2 \times 2}{M \times 2} = 16 \Rightarrow M = 250 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\frac{2000}{2 \times M} = \frac{16}{2 \times 2} \Rightarrow M = 250 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

روش دوم:

حال با توجه به این که فرمول عمومی صابون جامد که دارای زنجیره

هیدروکربنی سیر شده است به صورت  $C_n H_{2n+1} COONa$  است و با

دانستن جرم مولی صابون می توان تعداد هیدروژن ها را محاسبه کرد.

$$14n + 68 = 250 \Rightarrow n = 13 \xrightarrow{\text{پس}} \text{تعداد هیدروژن} = 27$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۵، ۶، ۸ و ۹)

گزینه «۲» - ۱۰۵

(امیر هاتمیان)

موارد (ب) و (پ) درست است.

بررسی عبارت ها:

(الف) نادرست؛ وجود آنزیم در صابون ها، درصد لکه های باقی مانده روی لباس

را کاهش می دهد.

(ب) درست؛ با افزایش غلظت یون  $Mg^{2+}$  در آب سخت قدرت

پاک کنندگی صابون کاهش یافته و ارتفاع کف حاصل نیز کاهش می یابد.

(پ) درست؛ با افزایش دما قدرت پاک کنندگی یک صابون افزایش می یابد.

(ت) نادرست؛ پارچه ای که از پلیمری شدن الکل ها و اسیدهای دو عاملی به

دست می آید پارچه پلی استری است که نسبت به پارچه های نخی چسبندگی

بیشتری با لکه های چربی دارند.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۸ و ۹)

۱۰۶- گزینه «۲»

(امیر مسین طیبی)

می دانیم در ساختار پاک کننده صابونی، اتم Cl وجود ندارد، در نتیجه تمام

اتم های کلر موجود در مخلوط متعلق به تری کلوزان می باشد. جرم

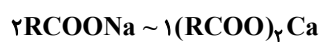
تری کلوزان موجود در مخلوط را محاسبه می کنیم:



$$? \text{ g } C_{12}H_7O_2Cl_3 : 2 / 1 \text{ mol } Cl \times \frac{1 \text{ mol } C_{12}H_7O_2Cl_3}{3 \text{ mol } Cl}$$

$$\times \frac{290 \text{ g } C_{12}H_7O_2Cl_3}{1 \text{ mol } C_{12}H_7O_2Cl_3} = 203 \text{ g } C_{12}H_7O_2Cl_3$$

$$\Rightarrow 335 \text{ g} - 203 \text{ g} = 132 \text{ g RCOONa}$$

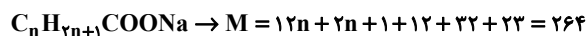


$$? \text{ mol RCOONa} = 0 / 25 \text{ mol } (RCOO)_2Ca$$

$$\times \frac{2 \text{ mol RCOONa}}{1 \text{ mol } (RCOO)_2Ca} = 0 / 5 \text{ mol RCOONa}$$

۵ / ۰ مول  $RCOONa$ ، ۱۳۲ g جرم دارد. در نتیجه جرم مولی آن

$$\text{برابر با } \frac{132}{0.5} = 264 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \text{ است.}$$



$$\Rightarrow n = 14$$

تعداد اتم های کربن بخش آنیونی این پاک کننده صابونی برابر با ۱۵ می باشد.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۵ تا ۹)

۱۰۷- گزینه «۳»

(محمدرضا جمشیری)

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: صابون ها با آلاینده ها برهم کنش دارند ولی پاک کننده خورنده

علاوه بر برهم کنش، با آلاینده ها واکنش نیز می دهند.

مورد سوم: در واکنش مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب، تولید گاز

هیدروژن قدرت پاک کنندگی را افزایش می دهد.

مورد چهارم: فرمول شیمیایی آهک،  $CaO$  می باشد.

مورد پنجم: اسیدها با اغلب فلزات واکنش می دهند.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۱۲ تا ۱۴)

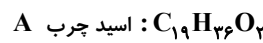


۱۰۸ - گزینه «۲»

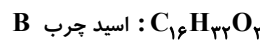
(یاسر راش)

صابون تهیه شده از اسید چرب B، به دلیل سیر شده بودن زنجیره هیدروکربنی آن، نسبت به صابون تهیه شده از اسید چرب A، قدرت بیشتری در پاک کنندگی و ایجاد کف و همچنین سختی بیشتری دارد. پس محلول ظرف (۱)، مخلوط آب با صابون تهیه شده از اسید چرب B و محلول ظرف (۲)، مخلوط آب با صابون تهیه شده از اسید چرب A است. صابون حاصل از اسید چرب B، نه تنها قدرت پاک کنندگی بیشتری دارند، بلکه جرم مولی آن نیز کمتر از صابون حاصل از اسید چرب A است. بنابراین برای پاک کردن یک لکه چربی مشخص، مقدار مورد نیاز از صابون تهیه شده از اسید چرب B کمتر است. زیرا در جرم‌های برابر، شمار مولکول‌های صابون بیشتری از آن وجود دارد و علاوه بر این قدرت پاک کنندگی آن نیز بیشتر است.

بررسی گزینه «۴»:



$$\Rightarrow \begin{cases} \text{اختلاف شمار اتم‌های C و H} = 17 \\ \text{مخلوط ظرف (۲) = صابون حاصل} \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} \text{اختلاف شمار اتم‌های C و H} = 16 \\ \text{مخلوط ظرف (۱) = صابون حاصل} \end{cases}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۵، ۶، ۸، و ۹)

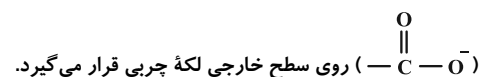
۱۰۹ - گزینه «۴»

(میبوه بیک ممبری)

موارد (الف) و (پ) صحیح هستند.

بررسی موارد:

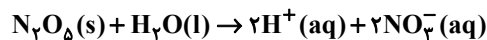
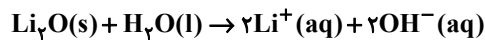
(الف) با توجه به این که مولکول‌های صابون از سمت زنجیره هیدروکربنی (R) با چربی جاذبه و اندروالسی برقرار می‌کنند، بخش قطبی صابون



(ب) چربی‌ها مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر هستند؛ مولکول‌های اسید چرب برخلاف استر بلند زنجیر توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را دارند.

(پ) عناصر گوگرد و کلر (ماده شیمیایی کلردار) به ترتیب برای از بین بردن قارچ‌های پوستی و افزایش خاصیت میکروب‌کشی به صابون اضافه می‌شوند.

(ت) معادله انحلال ترکیب‌های ذکر شده در آب به صورت زیر است:



در اثر انحلال یک مول از هر ماده در آب، ۴ مول یون تولید می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۵، ۸، ۱۱، ۱۲ و ۱۶)

۱۱۰ - گزینه «۳»

(ممبر عظیمیان زواره)

برای این منظور از مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم استفاده می‌شود. این پاک کننده یک پاک کننده خورنده بوده و در واکنش با آب تولید گاز  $H_2$  و گرما می‌نماید و کارایی پاک کننده را افزایش می‌دهد.

بررسی برخی از گزینه‌ها:

(۱) زیرا کلوتیدها همانند محلول‌ها پایدار بوده و ته نشین نمی‌شوند و برخلاف محلول‌ها ناهمگن‌اند. کلوتیدها شبیه سوسپانسیون‌ها ناهمگن بوده و پخش نور دارند. به دلیل این شباهت‌ها و تفاوت‌ها رفتار کلوتیدها را می‌توان رفتاری بین سوسپانسیون و محلول‌ها در نظر گرفت.

(۲) پاک کننده‌های غیرصابونی از مواد پتروشیمیایی طی واکنش‌های پیچیده در صنعت تولید می‌شوند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۷، ۱۰، ۱۱، ۱۳ و ۱۵)



شیمی ۱

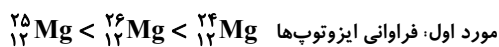
گزینه «۴» - ۱۱۱

(روزبه رضوانی)  
 موارد (ب) و (ت) نادرست هستند. هیدروژن در سیاره مشتری و آهن هم در سیاره زمین فراوانترین عناصر هستند. مرگ ستاره‌ها اغلب با یک انفجار بزرگ همراه است که سبب می‌شود عنصرهای تشکیل شده در آن در فضا پراکنده شوند.

(شیمی ۱- کیهان، زاگله القباوی هستی؛ صفحه‌های ۲ تا ۴)

گزینه «۲» - ۱۱۲

(روزبه رضوانی)  
 بررسی موارد نادرست:



مورد چهارم: به دلیل یکسان بودن خواص شیمیایی ایزوتوپ‌ها، سرعت واکنش ایزوتوپ‌های منیزیم با کلر در شرایط یکسان برابر است.

مورد پنجم: ایزوتوپ‌ها از نظر خواص شیمیایی مشابه هستند، پس برای جداسازی آن‌ها از روش فیزیکی استفاده می‌شود.

(شیمی ۱- کیهان، زاگله القباوی هستی؛ صفحه‌های ۳، ۵ و ۶)

گزینه «۳» - ۱۱۳

(روزبه رضوانی)

$$e = p - 3$$

$$p + n = 108 \Rightarrow n = 108 - p$$

$$\frac{e}{n} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{p-3}{108-p} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3p - 9 = 216 - 2p$$

$$\Rightarrow 5p = 225 \Rightarrow p = 45$$

دوره ۵  
 گروه ۹  
 ${}^{45}\text{A}$

(شیمی ۱- کیهان، زاگله القباوی هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۹ تا ۱۳)

گزینه «۱» - ۱۱۴

(معمربن هاشمی)  
 بررسی موارد نادرست:

مورد سوم: اورانیوم شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزایی است که یکی از ایزوتوپ‌های آن، اغلب به عنوان سوخت در راکتور اتمی استفاده می‌شود.

مورد پنجم:  $N_A$  اتم هیدروژن، یک مول اتم هیدروژن را نشان می‌دهد، جرم یک مول اتم هیدروژن، تقریباً یک گرم است.

(شیمی ۱- کیهان، زاگله القباوی هستی؛ صفحه‌های ۶ تا ۸ و ۱۴، ۱۶، ۱۷)

گزینه «۲» - ۱۱۵

(هاری مهری زاده)

$$F_1 + F_2 + F_3 = 100$$

$$\begin{cases} \text{(I)} & F_3 = 100 - (F_1 + F_2) \\ \text{(II)} & F_2 = \frac{1}{4}(F_1 + F_2) \xrightarrow{\text{(I) \cdot (I)}} \frac{1}{4}(F_1 + F_2) = 100 - (F_1 + F_2) \\ \text{(III)} & F_3 = \frac{1}{3}F_1 \end{cases}$$

$$F_1 + F_2 \Rightarrow F_1 + F_2 = 400 - 4(F_1 + F_2)$$

$$\Rightarrow 5(F_1 + F_2) = 400 \Rightarrow F_1 + F_2 = 80\% \Rightarrow F_3 = 20\%$$

$$F_3 = \frac{1}{3}F_1 \Rightarrow 20 = \frac{1}{3}F_1 \Rightarrow \begin{cases} F_1 = 60\% \\ F_2 = 20\% \end{cases}$$

$$\bar{M} = 11 + (1 \times \frac{20}{100}) + (2 \times \frac{20}{100}) = 11/6 \text{ amu}$$

(شیمی ۱- کیهان، زاگله القباوی هستی؛ صفحه‌های ۵، ۶ و ۱۳ تا ۱۵)

گزینه «۱» - ۱۱۶

(امیرمسین طیبی)

$$X \begin{cases} M_1 = 18 \text{ amu}, & f_1 = 2f \\ M_2 = 19 \text{ amu}, & f_2 = 100 - 3f \\ M_3 = 21 \text{ amu}, & f_3 = f \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bar{M} = \frac{M_1 f_1 + M_2 f_2 + M_3 f_3}{f_1 + f_2 + f_3}$$

$$\Rightarrow \bar{M} = \frac{(18 \times 2f) + (19 \times (100 - 3f)) + (21 \times f)}{100} = \frac{1900}{100} = 19 \text{ amu}$$

می‌دانیم جرم هر اتم  ${}^{12}\text{C}$  برابر با  $12 \text{ amu}$  می‌باشد.

$$CX_2 \text{ جرم مولی} = 12 + 2(19) = 50 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$? \text{ g } CX_2 : 9/03 \times 10^{23} \text{ atom} \times \frac{1 \text{ mol atom}}{6/02 \times 10^{23} \text{ atom}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } CX_2}{2 \text{ mol atom}} \times \frac{50 \text{ g } CX_2}{1 \text{ mol } CX_2} = 25 \text{ g } CX_2$$

(شیمی ۱- کیهان، زاگله القباوی هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

گزینه «۳» - ۱۱۷

(امیر ماثمیان)

جرم اتمی میانگین O و N را حساب می‌کنیم.

$$\begin{matrix} 14 \text{ N} \\ \downarrow \\ f_1 = 75\% \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 15 \text{ N} \\ \downarrow \\ f_2 = 25\% \end{matrix}$$



$${}^5_1\text{H} = p + n + e = 1 + 4 + 1 = 6$$

$${}^3_1\text{H} = 2 \text{ شمار نوترون‌ها در } {}^3_1\text{H}$$

$$\Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{6}{2} = 3$$

مورد سوم: تکنسیم ( ${}^{99}_{43}\text{Tc}$ ) نخستین عنصر ساختگی است.

مورد چهارم: ناحیه مرئی طیف نشری خطی  $\text{He}$  دارای ۶ نوار رنگی است و

عنصر لیتیم نیز دارای دو ایزوتوپ  ${}^6_3\text{Li}$  و  ${}^7_3\text{Li}$  است که درصد فراوانی

${}^6_3\text{Li}$  برابر ۶ درصد است.

(شیمی ۱-کیهان، زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۵، ۲۲ و ۲۳)

۱۲۰- گزینه «۳»

(ممدعظیمیان زواره)

بررسی موارد:

الف) درست؛ هیدروژن دارای ۳ ایزوتوپ طبیعی و ۴ ایزوتوپ ساختگی است.

فراوان ترین ایزوتوپ لیتیم،  ${}^7_3\text{Li}$  می‌باشد و نسبت شمار پروتون به نوترون

$$\text{آن برابر } \frac{3}{4} \text{ می‌باشد.}$$

ب) درست

پ) نادرست؛ دومین عنصر فلزی گروه ۱ فلز سدیم ( ${}_{11}\text{Na}$ ) است و در

محدوده مرئی دارای ۷ خط در طیف نشری خطی خود است. لیتیم در

محدوده مرئی دارای ۴ خط در طیف نشری خطی خود می‌باشد.

ت) نادرست

$$\text{اتم } {}^{56}\text{Fe} = 11/2 \text{ g Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{N_A \text{ atom Fe}}{1 \text{ mol Fe}} = 0.2 N_A$$

$$\text{اتم } N = 5/6 \text{ g } N_2 \times \frac{1 \text{ mol } N_2}{28 \text{ g } N_2} \times \frac{N_A \text{ مولکول } N_2}{1 \text{ mol } N_2}$$

$$\times \frac{2 \text{ atom } N}{1 \text{ مولکول } N_2} = 0.4 N_A \text{ اتم}$$

ث) درست؛ ۱۰ عنصر از این ۳۶ عنصر نماد شیمیایی تک حرفی دارند شامل

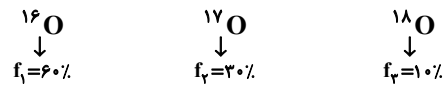
$\text{H, C, N, O, F, P, S, K, V}$ ، شمار عنصرهای ساختگی

۲۶ عنصر می‌باشد.

(شیمی ۱-کیهان، زاگله الفبای هستی؛

صفحه‌های ۳، ۵، ۷، ۹، ۱۲، ۱۶، ۱۹، ۲۲ و ۲۳)

$$\bar{M}_N = \frac{14 \times 75 + 15 \times 25}{100} = 14.25 \text{ amu}$$



$$\bar{M}_O = \frac{16 \times 60 + 17 \times 30 + 18 \times 10}{100} = 16.5 \text{ amu}$$

$$N_2O_3 \text{ جرم مولی} = 2(14.25) + 3(16.5) = 78 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$N_2O_3 \text{ تعداد اتم در } 3/12 \text{ L } N_2O_3 = ?$$

$$\times \frac{3/25 \text{ g } N_2O_3}{1 \text{ L } N_2O_3} \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_3}{78 \text{ g } N_2O_3} \times \frac{5 \text{ اتم}}{1 \text{ mol } N_2O_3}$$

$$\times \frac{N_A \text{ اتم}}{1 \text{ mol اتم}} = 0.65 N_A \text{ اتم}$$

(شیمی ۱-کیهان، زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

۱۱۸- گزینه «۴»

(ممنون مبنونی)

تنها مورد (ت) نادرست است. طبق جدول صفحه ۲۲ کتاب درسی رنگ شعله

خود فلزات و نمک‌های آن‌ها یکسان است.

بررسی سایر موارد:

آ) با توجه به خود را بیازماید صفحه ۲۱ کتاب درسی نور با طول موج کمتر

دمای بیشتری دارد.

ب) با توجه به شکل ۱۴ صفحه ۲۰ کتاب درسی هر چه میزان شکست نور

بیشتر باشد طول موج آن کمتر و در نتیجه محتوای انرژی آن بیشتر است.

پ) با توجه به طیف نشری خطی این دو عنصر در صفحه ۲۳ کتاب درسی،

هر دو ۴ خط در گستره مرئی دارند.

(شیمی ۱-کیهان، زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

۱۱۹- گزینه «۱»

(مضوبه بیک ممدری)

تنها مورد دوم نادرست است.

بررسی موارد:

مورد اول: جرم اتمی میانگین هیدروژن برابر  $1/008 \text{ amu}$  و جرم یک

پروتون برابر  $1/0073 \text{ amu}$  است.

مورد دوم:  ${}^5_1\text{H}$  پایدارترین رادیو ایزوتوپ ساختگی هیدروژن و  ${}^3_1\text{H}$  تنها

رادیو ایزوتوپ طبیعی آن است.



شیمی ۲

۱۲۱- گزینه «۱»

(اکبر هنرمند)

بررسی موارد:

(۱) درست

(۲) نادرست؛ گرما دادن مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر، گاهی باعث بهبود خواص می‌شود.

(۳) نادرست؛ مواد معدنی، بیشترین مقادیر استخراج شده از زمین را دارا هستند.

(۴) نادرست؛ برای ساخت ظروف چینی، از خاک چینی استفاده می‌شود.

(۵) نادرست؛ جرم مواد در کره زمین تقریباً ثابت است.

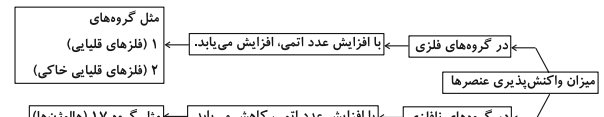
(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برائیم؛ صفحه‌های ۲ و ۴)

۱۲۲- گزینه «۴»

(یاسر راش)

در عنصرهای گروه ۱۴ جدول، از بالا به پایین به‌طور کلی خاصیت چکش‌خواری افزایش می‌یابد. از طرفی در یک گروه از بالا به پایین به دلیل افزایش شعاع اتمی، جاذبه میان هسته و الکترون‌های لایه آخر کاهش می‌یابد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»:



گزینه «۲»؛ در جدول تناوبی، عنصرها به ترتیب افزایش عدد اتمی در کنار هم جای گرفته‌اند.

گزینه «۳»؛ در هر دوره از جدول تناوبی، خصلت نافلزی عنصرها، برخلاف شعاع اتمی آن‌ها، از چپ به راست افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برائیم؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۴)

۱۲۳- گزینه «۳»

(اکبر هنرمند)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست؛ کاتیون و آنیون در واکنش c به ترتیب  $19K^+$  و  $17Cl^-$  هستند که هر دو آرایش گاز نجیب  $18Ar$  دارند.

(۲) درست؛ نور حاصل از واکنش Li با کلر به رنگ سرخ است. این فلز دارای

آرایش الکترونی  $1s^2 2s^1$  می‌باشد که تنها دارای الکترون با  $l = 0$  است.

(۳) نادرست؛ در میان فراورده‌های حاصل از این سه واکنش، پتاسیم کلرید بیشترین جرم را داراست که پتاسیم بیشترین شعاع اتمی را نیز دارد.

(۴) درست؛ فلز در واکنش b همان سدیم است که واکنش‌پذیری کمتری نسبت به پتاسیم دارد؛ پس پایدارتر است. از سویی، نور حاصل از واکنش سدیم، زرد رنگ است که در مقایسه با نور بنفش حاصل از واکنش پتاسیم، طول موج بلندتر و انرژی کمتری دارد.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برائیم؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲ و ۱۶)

۱۲۴- گزینه «۱»

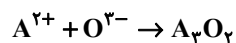
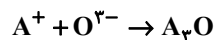
(ممسن میثونی)

تنها مورد (آ) صحیح است.

بررسی موارد:

(آ) عنصر X همان منگنز است. با توجه به شکل ۹ صفحه ۱۸ کتاب یازدهم، بلورهای  $MnCO_3$  به رنگ صورتی می‌باشند.

(ب) عنصر A همان مس (Cu) و عنصر O هم نیتروژن (N) است. مس یون‌های  $1+$  و  $2+$  و نیتروژن یون  $3-$  می‌تواند تشکیل بدهد:



(پ) آرایش الکترونی عنصر A (مس) از قاعده آفا پیروی نمی‌کند و جزء استثنائات است.

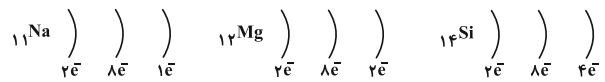
(ت) عنصر B همان ید (I) است که در دمای بالاتر از  $400^\circ C$  با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برائیم؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

۱۲۵- گزینه «۱»

(مهمرد عظیمیان زواره)

عنصرهای A، D و E به ترتیب  $12Mg$ ،  $14Si$  و  $11Na$  می‌باشند.



بررسی موارد:

(آ) درست؛ در هر دوره از جدول دوره‌ای با افزایش عدد اتمی خصلت فلزی کاهش می‌یابد.

(ب) درست؛ سیلیسیم یک شبه‌فلز است. شبه‌فلزها سطح صیقلی داشته و بر اثر ضربه خرد می‌شوند.

(پ) نادرست؛ واکنش‌پذیری فلز قلیایی ( $11Na$ ) از فلز قلیایی خاکی

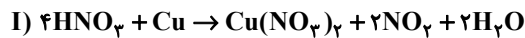
( $12Mg$ ) بیشتر است زیرا  $11Na$  آسان‌تر الکترون از دست می‌دهد.



(هاری مهری زاره)

۱۲۹- گزینه «۱»

معادله موازنه شده واکنش (I) به صورت زیر است. معادله واکنش (II) موازنه شده است.



ناخالص  $\text{HNO}_3$  ۱۲۶۰ g =  $\text{mol Cu}(\text{NO}_3)_2$  ?

$$\times \frac{80 \text{ g HNO}_3 \text{ خالص}}{100 \text{ g HNO}_3 \text{ ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol HNO}_3}{63 \text{ g HNO}_3 \text{ خالص}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Cu}(\text{NO}_3)_2}{4 \text{ mol HNO}_3} = 4 \text{ mol Cu}(\text{NO}_3)_2$$

روش دوم (تناسب):

$$\frac{\frac{p}{100} \times \text{گرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{1260 \times \frac{80}{100}}{63 \times 4} = \frac{x}{1} \Rightarrow x = 4$$

با توجه به معادله واکنش، ضریب  $\text{NO}_2$ ، دو برابر ضریب  $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$  است. بنابراین در این واکنش ۸ مول  $\text{NO}_2$  تولید می‌شود. با توجه به برابر بودن ضریب  $\text{NO}_2$  و  $\text{O}_2$  در واکنش (II) مقدار مول تولید شده اوزون با مقدار مول مصرف شده  $\text{NO}_2$  برابر است.

$$? \text{ L O}_3 = 8 \text{ mol O}_2 \times \frac{22 / 4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 176 / 2 \text{ L O}_3$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(عمید زینی)

۱۳۰- گزینه «۴»

بررسی موارد:

(۱) پالایش طلا به روش گیاه پالایی مقرون به صرفه است. (درست)

(۲) با این که این واکنش به طور طبیعی رخ می‌دهد اما برای استخراج آهن در معادن آن از کربن استفاده می‌شود. (نادرست)

(۳) فلز مس با آهن (II) سولفات واکنش نمی‌دهد. (نادرست)

(۴) فلز پلاتین نه پالادیم. (نادرست)

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۷، ۱۸، ۲۰ و ۲۱)

(ت) درست؛ نخستین فلز دسته p عنصر  $\text{Al}$  می‌باشد و شعاع اتمی  $\text{Al}$  از  $\text{Si}$  بزرگ‌تر است زیرا در هر دوره با افزایش عدد اتمی شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

(ث) نادرست؛ واکنش‌پذیری فلزهای اصلی از فلزهای واسطه بیشتر است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

(سعید تیزرو)

۱۲۶- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) عنصر  $\text{I}$  هالوژن جامد و عنصر  $\text{Br}$  نافلز مایع جدول می‌باشد که در یک گروه قرار دارند. در یک گروه از بالا به پایین شعاع اتمی افزایش می‌یابد.

(۲) ژرمانیم جزو شبه‌فلزات می‌باشد و برخلاف فلزاتی نظیر قلع بر اثر ضربه خرد می‌شود.

(۳) خواص شیمیایی شبه‌فلزات همانند نافلزهاست و عناصر گروه ۱۷ نیز شامل نافلزات هستند. گروه ۱ تا ۱۲ هم که شامل فلزات (به جز H) می‌باشند پس شبه‌فلزات باید در دسته p قرار گرفته باشند.

(۴) عناصر  $\text{Sc}$  (ساخت تلوزیون و شیشه‌های رنگی) و  $\text{Zn}$  در بین عناصر واسطه دوره چهارم تنها دارای یک نوع بار مثبت هستند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۴ و ۱۶)

(عمید زینی)

۱۲۷- گزینه «۲»

واکنش‌های A، C و D به طور طبیعی انجام می‌شوند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۰، ۲۱ و ۲۵)

(سینا رحمانی تبار)

۱۲۸- گزینه «۲»

موارد (ب)، (پ) و (ث) نادرست هستند.

بررسی موارد نادرست:

(ب) دقت کنید در واکنش‌هایی که به طور طبیعی انجام می‌شوند به این شکل است.

(پ) واکنش‌پذیری هر عنصر به معنای تمایل اتم آن به انجام واکنش شیمیایی است. (مورد صورت سؤال برای عناصر فلزی است.)

(ث) در تمامی شرکت‌های فولاد جهان از کربن برای استخراج آهن استفاده می‌شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۱ و ۲۰ تا ۲۱)



# دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۲۰ مهر

تعداد کل سوالات آزمون: ۲۰  
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، سپهر حسن‌خان‌پور، سامان مفتخر، فرزاد شیرمحمدلی، سجاد محمدنژاد، فاطمه راسخ، حمید گنجی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

## استعداد تحلیلی

## ۲۵۱- گزینه ۱

(سپهر حسن فان پور)

مسکن، محلّ اسکان آوارگان است و بیمارستان، محلّ درمان بیماران.

(هوش کلامی)

## ۲۵۲- گزینه ۴

(سپهر حسن فان پور)

هر سه واژه در همهی گزینه‌ها به نوعی مترادفند، یعنی هم‌معنا، اما در گزینه‌ی «۴» «صریح» با «ایما و اشاره» هم‌معنا نیست.

(هوش کلامی)

## ۲۵۳- گزینه ۴

(ممیر اصفوانی)

واژه‌ی «ممل» هم‌خانواده‌ی «ملالت» است. در متن نیز «یجاز مخل» در برابر «اطناب ممل» آمده‌است، یعنی «کوتاه‌گویی آسیب‌زا» در برابر «طولانی‌گویی خسته‌کننده».

(هوش کلامی)

## ۲۵۴- گزینه ۳

(ممیر اصفوانی)

مبتین، بیان‌کننده‌است، نمایشگر است. وجد نیز همان نشاط است و جور به معنای ظلم، بی‌عدالتی. اما «اقتدا» یعنی «پیروی» و «اجتناب» یعنی دوری، کناره‌گیری.

(هوش کلامی)

## ۲۵۵- گزینه ۲

(ممیر اصفوانی)

متن ادعا می‌کند که اسطوره‌ها بازتاب آرزوهای اقوامند، اما نه لزوماً همهی آرزوها در اسطوره‌ها دیده می‌شوند و نه این که اسطوره‌ها را در همهی زمان‌ها می‌توان نمایانگر آرزوهای همهی افراد یک قوم دانست.

(هوش کلامی)

## ۲۵۶- گزینه ۴

(ممیر اصفوانی)

آنچه در بند پایانی می‌خوانیم، این است که اسطوره‌ها برخلاف آرمان‌شهرها از ذهن یک فرد و دفعتاً حاصل نشده‌اند، بلکه از شهود قومند و در ذهن مردم ماندگارند و با واقعیات سازگار، بنابراین توان بسیج توده‌های مردم را نیز دارند.

(هوش کلامی)

## ۲۵۷- گزینه ۱

(ممیر اصفوانی)

در داستان تارزان، یک انگلیسی‌الاصل قهرمان بلامنازع جنگلی در افریقا است. این به نوعی تسلط‌جویی بر مردم افریقا، جانوران آن و نیز جنگل‌های آن است. همچنین قهرمان داستان کسی است که از تمدن به‌دور است.

(هوش کلامی)

## ۲۵۸- گزینه ۴

(سامان مفتقر)

ابتدا همهی آن‌چه را می‌دانیم و می‌توانیم استنتاج کنیم می‌نویسیم. اولاً، شهر سارا اراک است و کرج و تهران برای رضا و محمد است. در ثانی، شهر رضا تهران نیست، پس تکلیف شهرها معلوم است. نام غذای محمد را نیز می‌دانیم. پس جدول مقابل را می‌توانیم رسم کنیم:

بر اساس نتایج بالا، پاسخ سؤال نخست معلوم است: قطعاً تهران به محمد رسیده است.

غذا	شهر	
	کرج	رضا
	اراک	سارا
محمد	تهران	محمد
قیمه		

(هوش منطقی ریاضی)

## ۲۵۹- گزینه ۱

(سامان مفتقر)

کارت‌های زردچوبه و آب به یک شخص رسیده‌است و کارت‌های فلفل و دوغ به دو شخص متفاوت، یعنی فلفل و نوشابه متعلق به یک شخص است و آویشن و دوغ هم متعلق به یک شخص. همچنین کارت‌های آویشن و قورمه‌سبزی به یک شخص رسیده‌است، پس این شخص محمد هم نیست. داده‌های بالا، جدول زیر را رسم می‌کند:

شخص	غذا	ادویه	نوشیدنی
؟	قیمه / تن	فلفل	نوشابه
؟	قیمه / تن	زردچوبه	آب
سارا یا رضا	قرمه‌سبزی	آویشن	دوغ

بر اساس نتایج بالا، قطعاً آویشن به سارا یا رضا رسیده است نه به محمد.

(هوش منطقی ریاضی)

## ۲۶۰- گزینه ۳

(سامان مفتقر)

اگر به محمد زردچوبه رسیده باشد، جدول‌های قبلی به شکل زیر درمی‌آید:

شخص	غذا	ادویه	نوشیدنی
سارا یا رضا	تن	فلفل	نوشابه
محمد	قیمه	زردچوبه	آب
سارا یا رضا	قرمه‌سبزی	آویشن	دوغ

واضح است که به محمد آب رسیده است.

(هوش منطقی ریاضی)

## ۲۶۱- گزینه ۴

(سامان مفتقر)

اگر به سارا دوغ رسیده باشد، جدول‌های قبلی به شکل زیر درمی‌آید:

شخص	غذا	ادویه	نوشیدنی
محمد یا رضا	قیمه / تن	فلفل	نوشابه
محمد یا رضا	قیمه / تن	زردچوبه	آب
سارا	قرمه‌سبزی	آویشن	دوغ

واضح است که به سارا قرمه‌سبزی رسیده است.

(هوش منطقی ریاضی)





۲۶۲- گزینه «۴»

(ممید اصفهانی)

در نمودار مشخص است که فعالیت‌هایی نظیر «بازخورد به دانش‌آموزان و دانشجویان» هزینه‌ای کم و نتیجه‌ای عالی دارد، اما هزینه کردن در موردی مثل «ساختمان مدرسه» عملاً بی‌فایده و هزینه کردن برای تفکیک کامل بر اساس توانایی‌ها مضر نیز هست. با این حال نمی‌توان گفت گران‌ترین روش‌ها بی‌فایده‌ترین آن‌هاست. کاهش تعداد دانش‌آموزان هر کلاس نیز که هزینه بالایی دارد، فواید خودش را دارد، هر چند هزینه آن بسیار زیاد است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینه «۱»

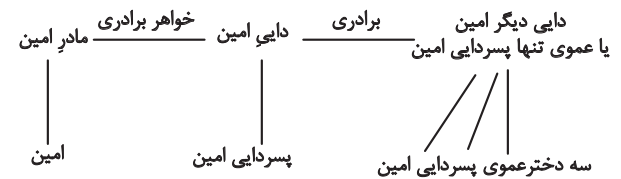
(ممید اصفهانی)

همهٔ موارد هزینه‌ای تقریباً یکسان دارند ولی نتیجهٔ راهبردهای فراشناختی ۸، معلم خصوصی ۶، فعالیت‌های گروهی ۵ و راهنمایی‌های شخصی‌سازی شده ۲ ماه پیشرفت است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینه «۲»

(فاطمه راسخ)



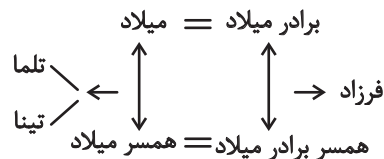
امین نه برادر دارد و نه پسرخاله، تنها یک پسردایی دارد. پس این پدربزرگ و مادربزرگ دو نوهٔ پسر دارند. سه دختر دایی دیگر امین نیز دختر عمو یا دختر عمه ندارند. پس این پدربزرگ و مادربزرگ فقط همین سه نوهٔ دختر را دارند:

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۵- گزینه «۲»

(فاطمه راسخ)

تنها حالت ممکن این است که دو برادر با دو خواهر ازدواج کرده و یکی از آن‌ها دو دختر به نام‌های تلم و تینا داشته باشد:



(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۶- گزینه «۴»

(فاطمه راسخ)

مسیر «مثلث، مربع، پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی» در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» پادساعتگرد و در گزینهٔ «۴» ساعتگرد است.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینه «۲»

(فرزاد شیرممدلی)

در خانه‌های شماره‌های ۱، ۲ و ۷، درون شکل‌ها هفت ناحیه ایجاد شده است. در خانه‌های شماره‌های ۳، ۴ و ۵. این عدد برابر پنج و در خانه‌های شماره‌های ۶، ۸ و ۹ این عدد برابر نه است.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینه «۲»

(فاطمه راسخ)

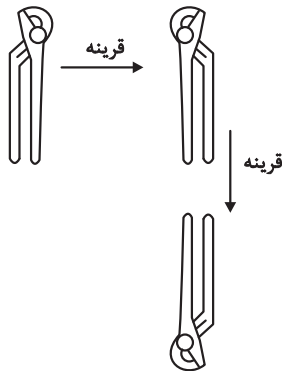
یکی از نقطه‌ها در هر سه شکل، در فضای مشترک «یکی از دایره‌ها، مستطیل، مثلث» و خارج از دایرهٔ دیگر است. نقطهٔ دیگر نیز در فضای مشترک از «دو دایره و مثلث» است. اما دو نقطهٔ گزینهٔ «۲» درون مستطیل و در دیگر گزینه‌ها یکی خارج از مستطیل است.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینه «۱»

(سیار ممدنژاد)

تصویر در آینه و در آب وارونه و قرینه است:

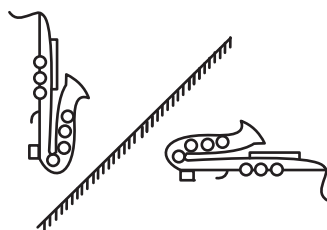


(هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینه «۴»

(ممید کنهی)

تقارن مدّ نظر:



(هوش غیرکلامی)