در طرح ماهواره‌ای، مسافران از طریق پایانه‌های کوچک که جدا از پایانه‌های اصلی هستند، سوار هواپیما می‌شوند. مسافران از طریق قطارهای شاتل یا گذرگاه‌های زیرزمینی که پیاده‌روهای در حال حرکت دارند، به ماهواره‌ها می‌رسند.

۹۷. گزینهٔ «۲» متن احتمالاً بـــا بحث روش دیگری در طراحی فرودگاه ادامه می‌یابد.

۱) بهترین طراحی فرودگاه
۲) رویکرد دیگر به طراحی فرودگاه
۳) دلیل این‌که چرا طراحی فرودگاه اهمیت دارد
۴) مزایا و معایب هر [نوع] طراحی فرودگاه

۹۸. گزینهٔ «۴» مطابق متن طرح خطی برای فرودگاه‌هایی که می‌توانند خدمات برای تعداد محـــدودی از هواپیماها به‌طور همزمان فراهم کنند، مناسب‌تر است.

۱) با هواپیماهای کوچک
۲) که پروازهای محلی را پیشنهاد می‌دهد
۳) مسافرانی که ترجیح می‌دهند با سرعت سوار هواپیما شوند
۴) کـــه می‌توانند خدماتی را برای تعداد محـــدودی از هواپیماها در یک زمان یکسان تأمین کند

۹۹. گزینهٔ «۱» کدام‌یک از موارد زیر در متن ترجمه شده است.

۱) فضا، مقیاس (پاراگراف ۱)　　۲) پایانه‌ها (پاراگراف ۴)
۳) سوار شدن (پاراگراف ۲)　　۴) پیاده‌روها (پاراگراف ۴)

۱۰۰. گزینهٔ «۴» در کدام‌یـــک از طراحی‌های توصیف‌شـــده در متن اتوبوس‌ها استفاده می‌شوند و مسافران باید پله‌های پرواز را برای سوارشدن به هواپیما بپیمایند؟

۱) خطی　　۲) اسکله‌ای
۳) ماهواره‌ای　　۴) هیچکدام

ریاضیات

تحلیل درس

تحلیل درس حسابان

به طور کلی سؤالات کنکور درس حسابان امسال بسیار آشفته و نسبتاً دشوار است. مشکلات تست‌ها عبارتند از:

الف) چیدمان تســـت‌ها به شـــدت تغییر کرده اســـت. ســـؤالات ریاضی بر خلاف سال‌های گذشته با سؤال‌های آمار و احتمال شروع شد.

ب) تعداد سؤال‌های حسابان به ۱۷ تقلیل یافت.

پ) تعداد سؤال‌های یازدهم (حسابان ۱) از دوازدهم بیشتر بود.

ت) تعداد تست‌های ریاضی دهم ۴ و حسابان یک، ۹ و حسابان دو، ۶ عدد بود.

ث) تست‌های خارج از کتاب سؤال‌های شمارهٔ ۱۰۵ و ۱۱۴ هستند.

ج) بودجه‌بندی مبحث‌های کتاب عبارتند از:

تابع: ۴　مثلثات: ۴　حد: ۴　مشتق: ۳　لگاریتم: ۱　دنباله: ۱

تحلیل درس هندسه

تست‌های هندســـه در کنکور امسال، نسبت به سال گذشـــته، از سطح دشواری بیشـــتری برخوردارند. به‌ویژه تســـت‌های مربوط به هندسه ۱ و ۲، نسبت به سال گذشـــته، سخت‌تر می‌باشـــند و نکتهٔ قابل توجه، تغییر در سبک طراحی سؤالات است. در ضمن طرح سه سؤال از ذوزنقه و عدم وجود هیچ سؤالی از مبحث بردار، کمی عجیب به نظر می‌رســـد. شاید بتوان گفت تســـت‌های مربوط به هندسه ۳، تشابه بیشتری به کنکورهای قبلی دارد. در بین ۱۹ تست مربوط به درس هندسه، ۶ تست آسان، ۹ تست متوسط و ۴ تست دشوار دیده می‌شود.

تحلیل درس گسسته و آمار و احتمال

تعداد تســـت‌های درس‌های گسسته و آمار و احتمال برابر ۱۹ تست می‌باشد، که از این تعداد یک تســـت از ترکیبات کتاب ریاضی دهم، ۹ تســـت از کتاب آمار و احتمال و ۹ تســـت از کتاب گسسته است. شـــاید بتوان گفت، در مورد مباحثی مانند مجموعه‌ها، منطق، احتمال، آمار توصیفی و گراف، سؤال‌ها تا حدودی مشابه کنکورهای قبل، طراحی شده است. در بین این ۱۹ تست، ۳ تست ساده، ۱۱ تست متوسط و ۵ تست دشوار می‌باشند. اما در مورد تست‌های مبحث نظریه اعداد، این گلایه وجود دارد که تقریباً تمامی تســـت‌های این مبحث، خارج از حیطهٔ مطالب کتاب درســـی طرح شـــده اســـت. از دیگر عجایب این کنکور، طرح یک سؤال از مبحث لانه کبوتر می‌باشد، که جزء مباحث حذف‌شدهٔ بیست درصدی می‌باشد.

۱۰۱. گزینهٔ «۴» بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: $B-A'=B\cap A=A$ (زیرا $A\subset B$)

گزینهٔ «۲»: $A-B'=A\cap B=A$ (زیرا $A\subset B$)

گزینهٔ «۳»: $A\cap B'=A-B=A-\underbrace{(A\cap B)}_{A}=\varnothing$ (زیرا $A\subset B$)

گزینهٔ «۴»: $B\cap A'=B-A=B-\underbrace{(B\cap A)}_{A}=B-A\neq\varnothing$

(آمار و احتمال / جبر مجموعه)

۱۰۲. گزینهٔ «۴» طبق قانون جذب داریم:

$$(A-B)\cup[(B\cap C)'\cap(B'\cup A)-B)]$$
$$=(A\cap B')\cup[(B'\cup C')\cap\underbrace{((B'\cup A)\cap B')}_{B'}]$$
$$=(A\cap B')\cup[\underbrace{(B'\cup C')\cap B'}_{B'}]=(A\cap B')\cup B'=B'$$

(آمار و احتمال / جبر مجموعه)

۱۰۳. گزینهٔ «۳» از رابطهٔ $A\times B=B\times A$، با توجه به غیر تهی بودن A و B، می‌تـــوان نتیجه گرفت $A=B$. با توجه به عضوهای A و B داریم:

$$\left(\begin{cases}z=1\\t-1=4\end{cases}\text{ یا }\begin{cases}z=4\\t-1=1\end{cases}\right),\left(\begin{cases}x+2=5\\ \text{و}\\y=7\end{cases}\text{ یا }\begin{cases}x+2=7\\ \text{و}\\y=5\end{cases}\right)$$

بنابراین بـــرای زوج مرتب (z,t) دو حالت $\{(1,5),(4,2)\}$ و برای زوج مرتب (x,y) نیز دو حالت $\{(5,5),(3,7)\}$ خواهیم داشـــت. بنابراین بـــرای مجموعـــه به‌صـــورت $\{(x,y),(z,t)\}$، در کل $2\times2=4$ حالت خواهیم داشت.

(آمار و احتمال / جبر مجموعه)

۱۰۴. گزینهٔ «۱»

$$p\Leftrightarrow q\equiv(p\Rightarrow q)\wedge(q\Rightarrow p)\equiv(\sim p\vee q)\wedge(\sim q\vee p)$$
$$\equiv[(\sim p\vee q)\wedge p]\vee[(\sim p\vee q)\wedge\sim q]$$
$$\equiv[(\underbrace{\sim p\wedge p}_{F})\vee(q\wedge p)]\vee[(\sim p\wedge\sim q)\vee(\underbrace{q\wedge\sim q}_{F})]$$
$$\equiv(q\wedge p)\vee(\sim p\wedge\sim q]\equiv[(p\wedge q)\vee\sim(p\vee q)]$$

(آمار و احتمال / جبر مجموعه)

۱۰۵. گزینهٔ «۳» **روش اول:** می‌توان بیان سؤال را به‌صورت زیر نوشت:

با توجه به آزمون تقسیم داریم:

$$P(x)\ \big|\ x-1\ \Rightarrow\ \overline{\lambda=P(1)}\qquad P(x)\ \big|\ 2x+1\ \Rightarrow\ \overline{5=P(-\tfrac{1}{2})}$$

$$\Rightarrow\quad P(x)\ \big|\ \underbrace{2x^2-x-1}_{Q(x)}\ \Rightarrow\ \overline{ax+b}$$

با توجه به آزمون تقسیم:

$$P(x)=(2x^2-x-1)Q(x)+ax+b$$

با جای‌گذاری مقادیر $x=۱$ و $x=-\frac{۱}{۲}$ در تساوی بالا داریم:

$$\begin{cases} P(۱)=۰+a+b=۸ \\ P(-\frac{۱}{۲})=۰-\frac{a}{۲}+b=۵ \end{cases} \xrightarrow{-} \frac{۳}{۲}a=۳ \Rightarrow a=۲ \Rightarrow b=۶$$

پس باقی‌ماندهٔ تقسیم برابر $ax+b=۲x+۶$ است.

روش دوم: اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم را $R(x)=mx+n$ فرض کنیم، می‌توان مقادیر n, m را از حل دستگاه زیر تعیین کرد:

$$(x_۱=۱, r_۱=۸), (x_۲=-\frac{۱}{۲}, r_۲=۵)$$

$$\begin{cases} mx_۱+n=r_۱ \\ mx_۲+n=r_۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n=۸ \\ -\frac{۱}{۲}m+n=۵ \end{cases} \xrightarrow{-} \frac{۳}{۲}m=۳ \Rightarrow m=۲ \Rightarrow n=۶$$

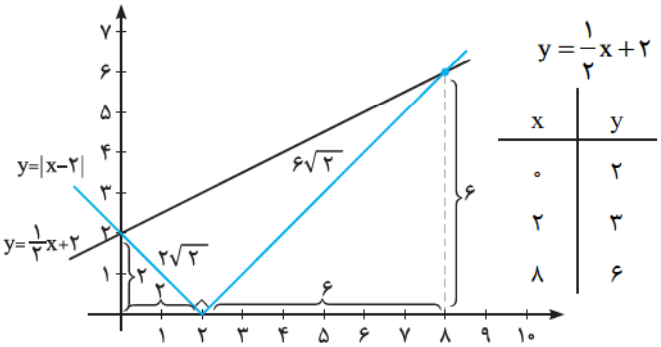
در نتیجه باقی‌مانده برابر است با: $R(x)=mx+n=۲x+۶$

(حسابان ۲ / تقسیم)

۱۰۶. گزینهٔ «۴» ابتدا ضابطهٔ تابع رادیکالی را ساده می‌کنیم:

$$y=\sqrt{x^۲-۴x+۴}=\sqrt{(x-۲)^۲}=|x-۲|$$

حال به رسم نمودار دو تابع داده‌شده می‌پردازیم:



مساحت ناحیهٔ بین دو تابع، مساحت یک مثلث قائم‌الزاویه و برابر است با:

$$S_\Delta=\frac{۶\sqrt{۲}\times ۲\sqrt{۲}}{۲}=۱۲$$

(حسابان ۱ / تابع)

۱۰۷. گزینهٔ «۱» از درون به بیرون به محاسبهٔ مقدار خواسته‌شده می‌پردازیم:

$$f(x)=x+\sqrt{x}\ , f^{-۱}(۲۰)=a \Rightarrow f(a)=۲۰$$

$$\Rightarrow a+\sqrt{a}=۲۰ \Rightarrow a=۱۶ \Rightarrow f^{-۱}(۲۰)=۱۶$$

در نتیجه مقدار خواسته‌شده برابر است با:

$$(g^{-۱}of^{-۱})(۲۰)=g^{-۱}(f^{-۱}(۲۰))=g^{-۱}(۱۶)$$

حال باید معادلهٔ $g(x)=۱۶$ را حل کنیم یعنی:

$$\frac{۹x+۶}{۱-x}=۱۶ \Rightarrow ۹x+۶=۱۶-۱۶x \Rightarrow ۲۵x=۱۰ \Rightarrow x=\frac{۲}{۵}$$

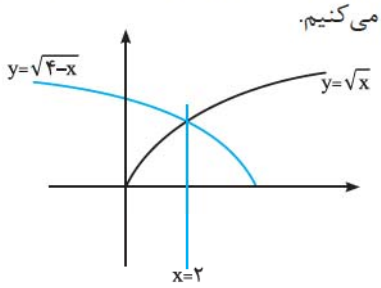
(حسابان ۱ / ترکیب توابع)

۱۰۸. گزینهٔ «۳» کافی است بیان سؤال را به زبان ریاضی تبدیل کنیم:

$$f(x)=\sqrt{x} \xrightarrow[x\to -x]{\text{قرینه نسبت به محور } y\text{ها}} f_۱(x)=\sqrt{-x}$$

$$\xrightarrow[x\to x-۴]{\text{انتقال ۴ واحدی به سمت راست روی محور } x\text{ها}} f_۲(x)=\sqrt{-(x-۴)}=\sqrt{۴-x}$$

نمودار تابع اصلی یعنی $y=\sqrt{x}$ و تابع $y=\sqrt{۴-x}$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.



نقطهٔ تقاطع دو نمودار، نقطهٔ $(۲,\sqrt{۲})$ می‌باشد. بنابراین نمودارها نسبت به خط $x=۲$ متقارن‌اند.

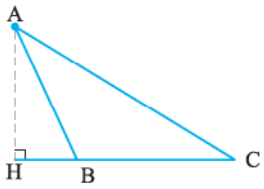
(حسابان ۲ / انتقال تابع)

۱۰۹. گزینهٔ «۴» می‌دانیم که $۱+\cot^۲C=\frac{۱}{\sin^۲C}$ در نتیجه:

$$۱+\cot^۲C=\frac{۱}{(\frac{۵}{۱۳})^۲}=\frac{۱۶۹}{۲۵} \Rightarrow \cot^۲C=\frac{۱۶۹}{۲۵}-۱=\frac{۱۴۴}{۲۵}$$

$$\Rightarrow \cot C=\frac{۱۲}{۵} \qquad (C \text{ حاده است})$$

از طرف دیگر در هر مثلث قائم‌الزاویه مقدار کتانژانت یک زاویه برابر نسبت اندازهٔ ضلع مجاور به مقابل است لذا:



$$\cot C=\frac{CH}{AH} \Rightarrow \frac{۱۲}{۵}=\frac{۹}{AH}$$

$$\Rightarrow AH=\frac{۵\times ۹}{۱۲}=\frac{۱۵}{۴}=۳/۷۵$$

(ریاضی ۱ / نسبت‌های مثلثاتی)

۱۱۰. گزینهٔ «۳» ابتدا کمان $\frac{۱۱\pi}{۴}+\alpha$ را ساده می‌کنیم:

$$\frac{۱۱\pi}{۴}+\alpha=\frac{۱۲\pi-\pi}{۴}+\alpha=۳\pi-\frac{\pi}{۴}+\alpha=۲\pi+\pi+\alpha-\frac{\pi}{۴}$$

$$\equiv \pi+\alpha-\frac{\pi}{۴} \qquad (۲k\pi \equiv ۰)$$

در نتیجه مقدار خواسته‌شده برابر است با:

$$\cos(\frac{۱۱\pi}{۴}+\alpha)=\cos(\pi+\alpha-\frac{\pi}{۴})=-\cos(\alpha-\frac{\pi}{۴})$$

$$=-(\cos\alpha\cos\frac{\pi}{۴}+\sin\alpha\sin\frac{\pi}{۴})=A$$

با توجه به اینکه $\sin\alpha=\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}$ است مقدار $\cos\alpha$ را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha=۱$$

$$\Rightarrow \cos^۲\alpha=۱-(\frac{\sqrt{۲}}{۱۰})^۲=\frac{۹۸}{۱۰۰} \Rightarrow \cos\alpha=-\frac{۷\sqrt{۲}}{۱۰}$$

توجه شود که چون α در ربع دوم است، $\cos\alpha$ منفی شده است.

پس مقدار خواسته‌شده برابر است با:

$$A=\cos(\frac{۱۱\pi}{۴}+\alpha)=-(\cos\alpha\cos\frac{\pi}{۴}+\sin\alpha\sin\frac{\pi}{۴})$$

$$=-(-\frac{۷\sqrt{۲}}{۱۰}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}+\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲})=-(-\frac{۷}{۱۰}+\frac{۱}{۱۰})=\frac{۶}{۱۰}=\frac{۳}{۵}$$

(حسابان ۱ / روابط مثلثاتی)

۱۱۱. گزینهٔ «۲»

$$\tan ۳x\times\tan x=۱\xrightarrow[\div\tan x]{(\tan x\neq ۰\text{ فرض})}\tan ۳x=\frac{۱}{\tan x}=\cot x$$

و می‌دانیم که $\cot x=\tan(\frac{\pi}{۲}-x)$ در نتیجه:

$$\tan ۳x=\tan(\frac{\pi}{۲}-x)\Rightarrow ۳x=k\pi+\frac{\pi}{۲}-x\Rightarrow ۴x=k\pi+\frac{\pi}{۲}$$

$$\Rightarrow x=\frac{k\pi}{۴}+\frac{\pi}{۸}$$

برای تعیین جواب‌های واقع در بازهٔ $[\pi,۲\pi]$، به k مقدار داده و مقادیر x را محاسبه می‌کنیم.

k	۴	۵
x	$\pi+\frac{\pi}{۸}=\frac{۹\pi}{۸}$	$\frac{۵\pi}{۴}+\frac{\pi}{۸}=\frac{۱۱\pi}{۸}$

k	۶	۷
x	$\frac{۶\pi}{۴}+\frac{\pi}{۸}=\frac{۱۳\pi}{۸}$	$\frac{۷\pi}{۴}+\frac{\pi}{۸}=\frac{۱۵\pi}{۸}$

مجموع جواب‌های واقع در بازهٔ $[\pi,۲\pi]$

$$=\frac{۹\pi}{۸}+\frac{۱۱\pi}{۸}+\frac{۱۳\pi}{۸}+\frac{۱۵\pi}{۸}=\frac{۴۸\pi}{۸}=۶\pi$$

(حسابان ۲ / معادلات مثلثاتی)

۱۱۲. گزینهٔ «۳»

$$\{۱\},\{۲,۳\},\{۴,۵,۶\},\{۷,۸,۹,۱۰\},\cdots$$

$$\text{شمارهٔ آخرین جملهٔ واقع در دستهٔ بیستم}=۱+۲+۳+\cdots+۲۰=\frac{۲۰\times۲۱}{۲}=۲۱۰$$

در نتیجه شمارهٔ اولین جملهٔ واقع در دستهٔ بیستم برابر است با:

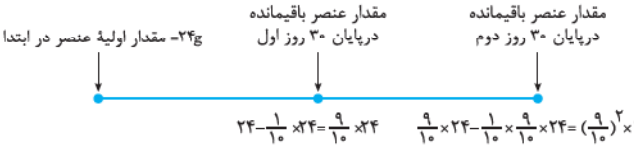
$$۲۱۰-۱۹=۱۹۱$$

پس مجموع این بیست جمله برابر است با:

$$S_{۲۰}=\frac{۲۰}{۲}(a_{۱۹۱}+a_{۲۱۰})=۱۰(۱۹۱+۲۱۰)=۱۰\times۴۰۱=۴۰۱۰$$

(ریاضی ۱ / دنباله)

۱۱۳. گزینهٔ «۱»



$$\Rightarrow\text{مقدار عنصر باقی‌مانده پس از }n\text{ تا سی روز پایان}=(\frac{۹}{۱۰})^n\times۲۴$$

می‌خواهیم فقط ۸ گرم از عنصر باقی بماند در نتیجه:

$$(\frac{۹}{۱۰})^n\times۲۴=۸\xrightarrow{\div۲۴}(\frac{۹}{۱۰})^n=\frac{۱}{۳}$$

از طرفین لگاریتم در مبنای ۱۰ می‌گیریم:

$$\log(\frac{۹}{۱۰})^n=\log\frac{۱}{۳}\Rightarrow n(\log۹-\log۱۰)=-\log۳$$

$$\Rightarrow n=\frac{-\log۳}{۲\log۳-۱}=\frac{\log۳}{۱-۲\log۳}=\frac{۰/۴۸}{۱-۲\times۰/۴۸}=\frac{۰/۴۸}{۰/۰۴}=\frac{۴۸}{۴}=۱۲$$

در نتیجه باید ۱۲ تا دورهٔ سی‌روزه بگذرد تا ۸ گرم از عنصر باقی بماند.

لذا: $۱۲\times۳۰=۳۶۰$

(حسابان ۱ / نمایی و لگاریتمی)

۱۱۴. گزینهٔ «۱»

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{۲^{۲n+۱}-۲^{۱-۲n}}{۲^{۲n+۱}+۳\times۲^{۱-۲n}}=\frac{\infty-۰}{\infty+۰}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{۲^{۲n+۱}}{۲^{۲n+۱}}=۱$$

(حسابان ۲ / حد در بی‌نهایت)

۱۱۵. گزینهٔ «۲»

$$\lim_{x\to۱}\frac{۲x-۷\sqrt{x}+۵}{۲x-\sqrt{۳x+۱}}=\frac{۲-۷+۵}{۲-۲}=\frac{۰}{۰}$$

کافی است از قاعدهٔ هوپیتال استفاده کنیم:

$$\overset{H}{=}\lim_{x\to۱}\frac{۲-۷\times\frac{۱}{۲\sqrt{x}}}{۲-\frac{۳}{۲\sqrt{۳x+۱}}}=\frac{۲-\frac{۷}{۲}}{۲-\frac{۳}{۴}}=\frac{-\frac{۳}{۲}}{\frac{۵}{۴}}=-\frac{۶}{۵}=-\frac{۱۲}{۱۰}=-۱/۲$$

(حسابان ۱ / حد)

۱۱۶. گزینهٔ «۱»

$$f(x)=\begin{cases}(x-۱)[x] & ,|x-۱|<۱\Rightarrow-۱<x-۱<۱\Rightarrow۰<x<۲\\ x^۲+ax+b & ,|x-۱|\geq۱\Rightarrow x\leq۰\text{ یا }x\geq۲\end{cases}$$

پیوستگی تابع f را در نقاط ۲,۰ بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x\to۰^-}f(x)=f(۰)=b\ ,\ \lim_{x\to۰^+}f(x)=\lim_{x\to۰^+}(x-۱)[x]=۰$$

$$\Rightarrow b=۰$$

$$\lim_{x\to۲^+}f(x)=f(۲)=۴+۲a+b=۴+۲a$$

$$\lim_{x\to۲^-}f(x)=\lim_{x\to۲^-}(x-۱)[x]=۱$$

$$\Rightarrow ۴+۲a=۱\Rightarrow a=-\frac{۳}{۲}=-۱/۵$$

(حسابان ۱ / پیوستگی)

۱۱۷. گزینهٔ «۱»

$$f(x)=\frac{-۲x^۲+۳x}{ax^۲+bx+c}$$

چون $y=-۱$ مجانب افقی تابع است، پس:

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=-۱\Rightarrow\frac{-۲}{a}=-۱\Rightarrow a=۲$$

و چون خطوط $x=+۱$ و $x=-۲$ مجانب‌های قائم تابع هستند، پس باید ریشه‌های مخرج باشند:

$$\text{مخرج}=۲x^۲+bx+c=۲(x+۲)(x-۱)=۲(x^۲+x-۲)$$

$$۲x^۲+۲x-۴\Rightarrow\begin{cases}b=۲\\ c=-۴\end{cases}\Rightarrow f(x)=\frac{-۲x^۲+۳x}{۲x^۲+۲x-۴}$$

$$\Rightarrow f(-۱)=\frac{-۲-۳}{۲-۲-۴}=\frac{-۵}{-۴}=\frac{۵}{۴}=۱/۲۵$$

(حسابان ۲ / مجانب)

۱۱۸. گزینهٔ «۲» از طرفین تساوی $g(x)=f(\sqrt{1+\tan^2 x})$ مشتق می‌گیریم و می‌دانیم که:

$$\sqrt{1+\tan^2 x}=\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}=\frac{1}{|\cos x|}$$

چون مشتق تابع g در $x=\frac{\pi}{3}$ مطرح است لذا مقدار $\cos x$ مثبت است. پس:

$$g(x)=f(\frac{1}{\cos x})\Rightarrow g'(x)=\frac{0-(-\sin x)}{\cos^2 x}f'(\frac{1}{\cos x})$$

با جایگذاری $x=\frac{\pi}{3}$ در تساوی فوق داریم:

$$g'(\frac{\pi}{3})=\frac{\sin(\frac{\pi}{3})}{\cos^2(\frac{\pi}{3})}\times f'(\frac{1}{\cos\frac{\pi}{3}})=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{4}}\times f'(2)=2\sqrt{3}f'(2)$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}f'(2)\Rightarrow f'(2)=\frac{1}{4}$$

(حسابان ۲ / مشتق تابع زنجیره‌ای)

۱۱۹. گزینهٔ «۴» آهنگ متوسط تغییر تابع $y=\sqrt{21-x^2+4x}$ در بازهٔ $[5,6]$:

$$\frac{f(6)-f(5)}{6-5}=\sqrt{21-36+24}-\sqrt{21-25+20}$$

$$=\sqrt{9}-\sqrt{16}=3-4=-1$$

$$\text{آهنگ لحظه‌ای}=f'(x)=\frac{-2x+4}{2\sqrt{21-x^2+4x}}=\frac{-x+2}{\sqrt{21-x^2+4x}}=-1$$

$$\Rightarrow \sqrt{21-x^2+4x}=2-x \xrightarrow{\text{به توان ۲}}$$

$$\Rightarrow 21-x^2+4x=4-4x+x^2\Rightarrow 2x^2-8x-17$$

$$\Rightarrow x_1,x_2=\frac{8\pm\sqrt{64+8\times 17}}{4}=\frac{8\pm\sqrt{8(8+17)}}{4}=\frac{8\pm\sqrt{8\times 25}}{4}$$

$$=2\pm\frac{5\times 2\sqrt{2}}{4}=2\pm\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

و چون باید عدد در بازهٔ $[5,6]$ باشد، پس مقدار $2+\frac{5\sqrt{2}}{2}$ قابل قبول است.

(حسابان ۲ / آهنگ تغییر)

۱۲۰. گزینهٔ «۳»

$$f(x)=\frac{5x-4}{\sqrt{x}}$$

مختصات نقطهٔ به‌طول $x=4$ واقع بر تابع را تعیین می‌کنیم:

$$f(4)=\frac{5\times 4-4}{\sqrt{4}}=8\Rightarrow A(4,f(4))=(4,8)$$

$$f'(4)=\frac{5\times\sqrt{4}-\frac{1}{2\sqrt{4}}(20-4)}{(\sqrt{4})^2}=\frac{10-\frac{1}{4}(16)}{4}=\frac{3}{2}=m_{\text{مماس}}$$

در نتیجه معادلهٔ خط مماس عبارت است از:

$$y-8=\frac{3}{2}(x-4)\xrightarrow[x=0]{\text{عرض از مبدأ}}y-8=\frac{-12}{2}=-6\Rightarrow y=2$$

(حسابان ۲ / مشتق)

۱۲۱. گزینهٔ «۴» چون $\tan\alpha$ و $\tan\beta$ ریشه‌های معادلهٔ $2x^2+3x-1=0$ می‌باشند، لذا:

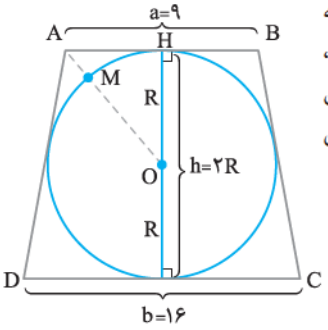
$$S=\tan\alpha+\tan\beta=-\frac{3}{2},\quad P=\tan\alpha\cdot\tan\beta=-\frac{1}{2}$$

با استفاده از بسط $\tan(\alpha+\beta)$ می‌توان نوشت:

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\frac{S}{1-P}=\frac{-\frac{3}{2}}{1+\frac{1}{2}}=\frac{-\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}}=-1$$

(حسابان ۱ / روابط مثلثاتی)

۱۲۲. گزینهٔ «۱» با توجه به این‌که مساحت ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین، برابر است با حاصل‌ضرب میانگین حسابی دو قاعده در میانگین هندسی دو قاعده، پس داریم:



$$S=\frac{a+b}{2}\times\sqrt{ab}$$

$$=\frac{9+16}{2}\times\sqrt{9\times 16}=150$$

از طرفی می‌دانیم:

$$S=\frac{a+b}{2}\times\underbrace{\frac{h}{2R}}$$

$$\Rightarrow 150=\frac{9+16}{2}\times 2R\Rightarrow R=6$$

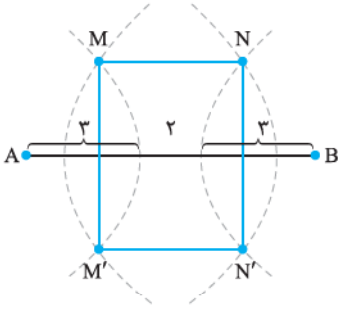
اکنون در مثلث قائم‌الزاویهٔ OAH، طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$OA^2=AH^2+OH^2=(\frac{9}{2})^2+6^2=\frac{81}{4}+36=\frac{225}{4}=OA^2$$

$$\Rightarrow OA=\frac{15}{2}=7/5\Rightarrow AM=OA-\underbrace{OM}_{R}=7/5-6=1/5$$

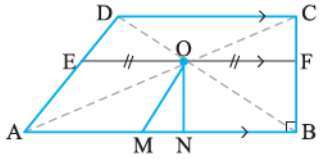
(هندسه ۲ / دایره)

۱۲۳. گزینهٔ «۳» با توجه به رسم دایره‌های موردنظر، در می‌یابیم که $MN=M'N'$ و $MN\parallel M'N'$ و همچنین $MM'=NN'$ و $MM'\parallel NN'$ پس چهارضلعی حاصل یک مستطیل است.



(هندسه ۱ / استدلال)

۱۲۴. گزینهٔ «۱» می‌دانیم، اگر از نقطهٔ تلاقی دو قطر ذوزنقه، پاره‌خطی موازی با هر دو قاعده رسم کنیم، در نقطهٔ تلاقی دو قطر، نصف می‌شود. یعنی $OE=OF$. از طرفی با توجه به توازی گفته شده، هر دو چهارضلعی AMOE و BNOF متوازی‌الاضلاع هستند. پس $AM=OE$ و $NB=OF$ و در نتیجه $AM=BN$ و لذا $\frac{AM}{BN}=1$.

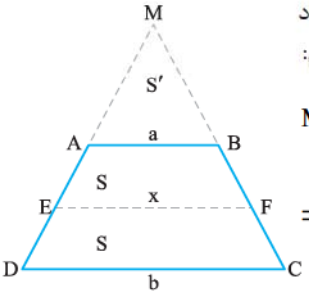


(هندسه ۱ / تالس و تشابه)

۱۲۵. گزینهٔ «۲» اندازهٔ پاره‌خطی که موازی دو قاعدهٔ یک ذوزنقه با قاعده‌های a و b رسم می‌شود و مساحت ذوزنقه را به دو قسمت برابر تقسیم می‌کند، برابر است با:

$$EF=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}\Rightarrow EF=\sqrt{\frac{5^2+9^2}{2}}=\sqrt{53}$$

برای اثبات، اگر دو ساق ذوزنقه را امتداد دهیم، طبق قضیهٔ اساسی تشابه، داریم:



$$\triangle MAB\sim\triangle MEF\Rightarrow\frac{S_{\triangle MAB}}{S_{\triangle MEF}}=(\frac{a}{x})^2$$

$$\Rightarrow\frac{S'}{S'+S}=\frac{a^2}{x^2}\quad (*)$$

$$\triangle MEF\sim\triangle MDC\Rightarrow\frac{S_{\triangle MEF}}{S_{\triangle MDC}}=(\frac{x}{b})^2=\frac{x^2}{b^2}$$

$$\Rightarrow\frac{S'+S}{S'+2S}=\frac{x^2}{b^2}\quad (**)$$

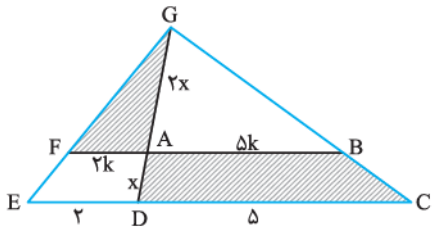
از (*) و (**) داریم:

$$\frac{S'}{S'+S}+\frac{S'+2S}{S'+S}=\frac{a^2}{x^2}+\frac{b^2}{x^2}\Rightarrow\frac{2(S'+S)}{S'+S}=\frac{a^2+b^2}{x^2}$$

$$\Rightarrow x^2=\frac{a^2+b^2}{2}\Rightarrow x=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

(هندسه ۱ / چندضلعی‌ها)

۱۲۶. گزینهٔ «۳» طبق قضیهٔ تالس در مثلث GEC، با توجه به این‌که $FB\parallel EC$، می‌توان $FA=2k$ و $AB=5k$ را نتیجه گرفت.



از طرفی دو مثلث GAF و GAB هم‌ارتفاع‌اند. پس:

$$\frac{S_{\triangle GAF}}{S_{\triangle GAB}}=\frac{AF}{AB}=\frac{2}{5}\Rightarrow S_{\triangle GAF}=\frac{2}{5}S_{\triangle GAB}\quad (*)$$

اکنون در مثلث GDC، داریم:

$$\frac{S_{\triangle GAB}}{S_{\triangle GDC}}=\left(\frac{GA}{GD}\right)^2=(\frac{2}{3})^2=\frac{4}{9}\xrightarrow{\text{تفضیل درمخرج}}$$

$$\frac{S_{\triangle GAB}}{S_{\triangle GDC}-S_{\triangle GAB}}=\frac{4}{9-4}\Rightarrow\frac{S_{\triangle GAB}}{S_{ABCD}}=\frac{4}{5}$$

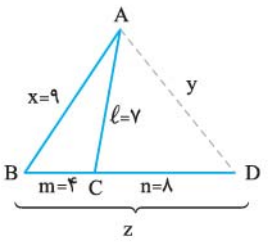
$$\Rightarrow S_{\triangle GAB}=\frac{4}{5}S_{ABCD}$$

با توجه به (*) داریم:

$$\Rightarrow S_{\triangle GAF}=\frac{2}{5}(\frac{4}{5}S_{ABCD})=\frac{8}{25}S_{ABCD}$$

که ۳۲ درصد مساحت ذوزنقه است. (هندسه ۱ / چندضلعی‌ها و تشابه)

۱۲۷. گزینهٔ «۱» **روش اول:** طبق قضیهٔ استوارت در مثلث ABD داریم:



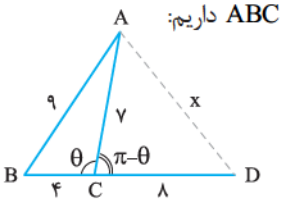
$$my^2+nx^2=mnz+z\ell^2$$

$$\Rightarrow 4y^2+8(9^2)=(4)(8)(12)+12(7^2)$$

$$\xrightarrow{\div 4} y^2+162=96+147$$

$$\Rightarrow y^2=81\Rightarrow y=9$$

روش دوم: طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:



$$9^2=4^2+7^2-2(4)(7)\cos\theta$$

$$\Rightarrow\cos\theta=-\frac{2}{7}\Rightarrow\cos(\pi-\theta)=\frac{2}{7}$$

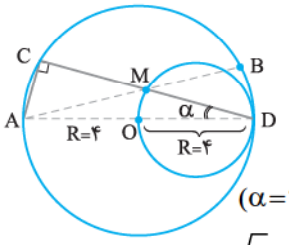
اکنون قضیهٔ کسینوس‌ها را در مثلث ACD می‌نویسیم:

$$x^2=7^2+8^2-2(7)(8)\underbrace{\cos(\pi-\theta)}_{\frac{2}{7}}=81\Rightarrow x=9$$

(هندسه ۲ / روابط طولی در مثلث)

۱۲۸. گزینهٔ «۴» با توجه به فرض داده شده داریم:

$$\ell_{\overset{\frown}{AC}}=\frac{4\pi}{3}\Rightarrow\ell=R\theta\xrightarrow{R=4}4\theta=\frac{4\pi}{3}\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{3}=60^\circ$$



بنابراین $\alpha=30^\circ$ (زیرا محاطی روبه‌رو به کمان ۶۰ درجه است). پس با توجه به مثلث قائم‌الزاویهٔ CAD (زاویهٔ C، زاویهٔ محاطی روبه‌رو به قطر است) داریم:

$$(\alpha=30^\circ\text{ضلع مقابل})AC=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}(8)=4$$

$$(60^\circ\text{ضلع مقابل})CD=\frac{\sqrt{3}}{2}AD=\frac{\sqrt{3}}{2}(8)=4\sqrt{3}$$

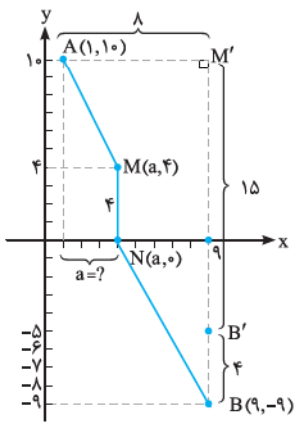
از طرفی اگر از نقطهٔ O، مرکز دایرهٔ بزرگ را به نقطهٔ M وصل کنیم، آن‌گاه مثلث OMD در رأس M قائمه است (چرا؟)، پس OM همان قطر عمود بر وتر CD است و در نتیجه، آن را نصف می‌کند. پس $CM=MD=2\sqrt{3}$.

اکنون طبق قضیهٔ وترهای متقاطع درون دایرهٔ بزرگ، داریم:

$$MA\times MB=MC\times MD=(2\sqrt{3})(2\sqrt{3})=12$$

(هندسه ۲ / دایره)

۱۲۹. گزینهٔ «۱» مطابق شکل زیر، مسیر AMNB مورد نظر است. کافی است نقطهٔ B را به اندازهٔ ۴ واحد به بالا انتقال دهیم. اکنون در مثلث قائم‌الزاویهٔ $AM'B'$، طبق قضیهٔ فیثاغورس، $AB'=17$ به‌دست می‌آید. پس در متوازی‌الاضلاع $MNBB'$، $NB=MB'$. یعنی:



$$AMNB=AM+MN+\underbrace{NB}_{MB'}$$

$$=\underbrace{AM+MB'}_{17}+\underbrace{MN}_{4}=21$$

(هندسه ۲ / تبدیلات)

۱۳۰. گزینهٔ «۴» کافی است حجم مخروط BCB' را از حجم استوانه کم کنیم:

$$\pi(2\sqrt{6})^2\times 5-\frac{1}{3}\pi(2\sqrt{6})^2\times 5$$
$$=\pi(2\sqrt{6})^2\times 5(1-\frac{1}{3})$$
$$=\pi\times 24\times 5\times\frac{2}{3}=80\pi$$

(هندسه ۱ / هندسه فضایی)

۱۳۱. گزینهٔ «۴» در مثلث ABC، چون $AB=AC$ است، پس $\hat{C}=A\hat{B}C=\alpha$.

از طرفی زاویهٔ BAC یک زاویهٔ ظلّی مقابل کمان AB و زاویهٔ D، محاطی روبه‌رو به همان کمان است، پس $\hat{D}=B\hat{A}C=\beta$.

حال در مثلث BAD، با توجه به زاویهٔ خارجی α، داریم:

$$\alpha=\beta+\theta\xrightarrow{D\hat{A}C}\hat{A}=\hat{C}\Rightarrow DA=DC$$

(هندسه ۲ / دایره)

۱۳۲. گزینهٔ «۲» با توجه به محاطی بودن چهارضلعی $ABCD$، درمی‌یابیم که $\hat{A}=120^\circ$. اکنون با رسم قطر BD، مطابق با قضیهٔ کسینوس‌ها در دو مثلث BDC و ADB داریم:

$$\overset{\triangle}{BDC}: BD^2=7^2+9^2-2(7)(9)\cos 60^\circ=67$$

$$\overset{\triangle}{ADB}: BD^2=x^2+4^2-2(x)(4)\underbrace{\cos 120^\circ}_{-\frac{1}{2}}\Rightarrow 67=x^2+16+4x$$

$$\Rightarrow x^2+4x-51=0\Rightarrow x=-2\pm\sqrt{55}\xrightarrow{x>0}x+2=\sqrt{55}$$

(هندسه ۲ / روابط طولی در مثلث)

۱۳۳. گزینهٔ «۱» دایرهٔ مورد نظر، دایره‌ای به قطر AB است. پس مرکز دایره، وسط پاره‌خط AB، یعنی نقطهٔ $(-1,3)$ می‌باشد و شعاع آن عبارت است از:

$$R=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{(2+4)^2+(5-1)^2}}{2}=\sqrt{13}$$

پس معادلهٔ دایره عبارت است از:

$$(x+1)^2+(y-3)^2=13\xrightarrow[y=0]{\text{قطع با محور}x\text{ها}}(x+1)^2+(0-3)^2=13$$

$$\Rightarrow(x+1)^2=4\Rightarrow x+1=\pm 2\Rightarrow x=1,-3$$

(هندسه ۳ / مقاطع مخروطی)

۱۳۴. گزینهٔ «۲» اگر مرکز دایره را نقطهٔ $\omega(\alpha,\beta)$ فرض کنیم، چون دایره، مماس بر محور yهاست، پس $\alpha=R$. از طرفی، فاصلهٔ مرکز دایره تا خط مماس بر دایره، برابر شعاع دایره است. یعنی:

$$R=\frac{|4(\alpha)+3(\beta)|}{\sqrt{4^2+3^2}}\xrightarrow{\alpha=R}R=\frac{|4R+3\beta|}{5}$$

$$\Rightarrow 5R=\pm(4R+3\beta)\Rightarrow\begin{cases}R=3\beta\Rightarrow\beta=\frac{R}{3}\\ 9R=-3\beta\Rightarrow\beta=-3R\end{cases}$$

پس دو معادله به دست می‌آید:

$$\begin{cases}(x-R)^2+(y-\frac{R}{3})^2=R^2\\ \xrightarrow[A(1,-4)]{\text{A را صدق می‌دهیم.}}(1-R)^2+(-4-\frac{R}{3})^2=R^2\\ (x-R)^2+(y+3R)^2=R^2\\ \xrightarrow{\text{A را صدق می‌دهیم.}}(1-R)^2+(-4+3R)^2=R^2\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}1+R^2-2R+16+\frac{R^2}{9}+\frac{8R}{3}=R^2\\ \Rightarrow R^2+6R+153=0\Rightarrow\Delta<0\Rightarrow\text{ریشه ندارد}\\ 1+R^2-2R+16+9R^2-24R=R^2\\ \Rightarrow 9R^2-26R+17=0\Rightarrow R=1,\frac{17}{9}\end{cases}$$

(هندسه ۳ / مقاطع مخروطی)

۱۳۵. گزینهٔ «۳» چون نقطهٔ M روی بیضی است، پس طبق تعریف بیضی داریم:

$$MF+MF'=2a=8$$

$$\xrightarrow{MF=x}MF'=8-x$$

$$\begin{cases}2a=8\Rightarrow a=4\\ 2b=2\sqrt{7}\Rightarrow b=\sqrt{7}\end{cases}$$

طبق رابطهٔ کانونی بیضی داریم:

$$c^2=a^2-b^2=16-7=9\Rightarrow c=3\Rightarrow 2c=6$$

اکنون در مثلث قائم‌الزاویهٔ MFF'، طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$x^2+(8-x)^2=6^2\Rightarrow 2x^2-16x+28=0$$

$$\xrightarrow{\div 2}x^2-8x+14=0\Rightarrow x=4\pm\sqrt{2}$$

پس $MF=4-\sqrt{2}$ و $MF'=4+\sqrt{2}$ است. (هندسه ۳ / مقاطع مخروطی)

۱۳۶. گزینهٔ «۲» برای اجتناب از اشتباه، a را برابر m فرض می‌کنیم.

چون سهمی افقی است (چرا؟)، پس رأس سهمی و کانون دارای عرض‌های برابرند. اکنون به کمک مشتق نسبی، داریم:

$$f'_y=2y+m=0\Rightarrow y=-\frac{m}{2}\xrightarrow{y_F=-2}-\frac{m}{2}=-2\Rightarrow m=4$$

$$\xrightarrow{\text{در معادلهٔ سهمی}}y^2+4y+bx+1=0\xrightarrow{\text{فاصلهٔ کانونی}}a=-\frac{b}{4}$$

$$\xrightarrow[\text{در معادلهٔ سهمی}]{y_S=-2}(-2)^2+4(-2)+bx+1=0$$

$$\Rightarrow x_s=\frac{3}{b}\Rightarrow x_F=\frac{3}{b}-\frac{b}{4}$$

$$\xrightarrow{x_F=-\frac{1}{4}}-\frac{1}{4}=\frac{3}{b}-\frac{b}{4}\xrightarrow{\times 4b}b^2-b-12=0\Rightarrow b=4,-3$$

(هندسه ۳ / مقاطع مخروطی)

۱۳۷. گزینهٔ «۴»

$$A^2=\begin{bmatrix}2&1&5\\-3&0&4\\1&0&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&1&5\\-3&0&4\\1&0&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6&2&24\\\cdots&\cdots&\cdots\\\cdots&\cdots&\cdots\end{bmatrix}$$

سطر اول ماتریس $A^{۳}$ = سطر اول ماتریس $(A^{۲}\cdot A)$

$$=(\text{سطر اول } A^{۲})\cdot A=[۶\quad ۲\quad ۲۴]\begin{bmatrix}۲&۱&۵\\-۳&۰&۴\\۱&۰&۲\end{bmatrix}$$

$$=[۳۰\quad ۶\quad ۸۶]$$

(هندسه ۳ / ماتریس)

۱۳۸. گزینهٔ «۳»

$$\underbrace{\begin{bmatrix}۲&۳\\۴&۵\end{bmatrix}}_{A}X\underbrace{\begin{bmatrix}۲&-۱\\-۴&۳\end{bmatrix}}_{B}=\underbrace{\begin{bmatrix}۴&۰\\۰&۸\end{bmatrix}}_{C}$$

$$\xrightarrow{A^{-۱}\times}\underbrace{A^{-۱}\cdot A}_{I}\cdot X\cdot B=A^{-۱}\cdot C$$

$$\Rightarrow X\cdot B=A^{-۱}C\xrightarrow{\times B^{-۱}}X\cdot\underbrace{BB^{-۱}}_{I}=A^{-۱}\cdot C\cdot B^{-۱}$$

از طرفی $|A|=-۲$ و $|B|=۲$، پس:

$$A^{-۱}=\frac{۱}{-۲}\begin{bmatrix}۵&-۳\\-۴&۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{۵}{۲}&\frac{۳}{۲}\\۲&-۱\end{bmatrix}$$

$$B^{-۱}=\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix}۳&۱\\۴&۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{۳}{۲}&\frac{۱}{۲}\\۲&۱\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X=A^{-۱}\cdot C\cdot B^{-۱}=\begin{bmatrix}-\frac{۵}{۲}&\frac{۳}{۲}\\۲&-۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۴&۰\\۰&۸\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{۳}{۲}&\frac{۱}{۲}\\۲&۱\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-۱۰&۱۲\\۸&-۸\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\frac{۳}{۲}&\frac{۱}{۲}\\۲&۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۹&۷\\-۴&-۴\end{bmatrix}$$

(هندسه ۳ / ماتریس)

۱۳۹. گزینهٔ «۳» از بسط نسبت به سطر اول کمک می‌گیریم:

$$\begin{vmatrix}-۴&۱&۱\\۱&۲-x&۱\\۳&۲&۳-x\end{vmatrix}=(-۴)\begin{vmatrix}۲-x&۱\\۲&۳-x\end{vmatrix}-(۱)\begin{vmatrix}۱&۱\\۳&۳-x\end{vmatrix}$$

$$+(۱)\begin{vmatrix}۱&۲-x\\۳&۲\end{vmatrix}=(-۴)(\underbrace{(۲-x)(۳-x)-۲}_{x^{۲}-۵x+۴})+x+۲-۳(۲-x)$$

$$=-۴x^{۲}+۲۴x-۲۰=۰\xrightarrow{\div(-۴)}x^{۲}-۶x+۵=۰\Rightarrow x=۱,۵$$

(هندسه ۳ / ماتریس)

۱۴۰. گزینهٔ «۱» طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$(۲x+۳)^{۲}=(۲x+۱)^{۲}+(x+۱)^{۲}\Rightarrow ۴x^{۲}+۱۲x+۹$$

$$=۴x^{۲}+۴x+۱+x^{۲}+۲x+۱\Rightarrow x^{۲}-۶x-۷=۰$$

$$\Rightarrow x=-۱,۷\xrightarrow{x>۰}x=۷$$

پس اندازهٔ دو ضلع قائم این مثلث، $۸=۱+۷$ و $۱۵=۱+۲(۷)$ است و در نتیجه مساحت آن $\frac{۸\times۱۵}{۲}=۶۰$ می‌باشد. (هندسه ۱ / فیثاغورس)

۱۴۱. گزینهٔ «۲» می‌دانیم عددی بر ۵ بخش‌پذیر است که رقم یکان آن ۰ یا ۵ باشد. داریم:

$$\begin{cases}\underline{۸}\times\underline{۸}\times\underline{۷}\times\underbrace{۱}_{(۵)}=\underline{۴۴۸}\\ \underline{۹}\times\underline{۸}\times\underline{۷}\times\underbrace{۱}_{(۰)}=\underline{۵۰۴}\end{cases}\Rightarrow\text{تعداد کل}=۴۴۸+۵۰۴=۹۵۲$$

(ریاضی ۱ / شمارش)

۱۴۲. گزینهٔ «۴» می‌دانیم جمله‌های بسط $(a+b+c)^{۱۲}$، به صورت $a^{x_۱}b^{x_۲}c^{x_۳}$ می‌باشد که در آن $x_۱+x_۲+x_۳=۱۲$ است. تعداد جمله‌های بسط مورد نظر برابر با تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ فوق می‌باشد. داریم:

$$\Rightarrow\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی}=\binom{۱۲+۳-۱}{۳-۱}=\binom{۱۴}{۲}=۹۱$$

پس تعداد جمله‌های بسط $(a+b+c)^{۱۲}$ برابر ۹۱ می‌باشد. (گسسته / ترکیبیات)

۱۴۳. گزینهٔ «۲» چنانچه ۳ کتاب ادبی، ۲ کتاب هنر و ۳ کتاب ریاضی از جعبه برداریم، حداکثر ۳ کتاب هم‌موضوع خواهیم داشت. حال اگر یک کتاب دیگر برداریم، به ۳ کتاب ادبی یا به ۳ کتاب ریاضی، یک کتاب دیگر اضافه می‌شود و در این صورت مطمئن هستیم حداقل ۴ کتاب هم‌موضوع داریم. بنابراین حداقل ۹ کتاب باید از جعبه برداشته شود. (گسسته / لانه کبوتری)

۱۴۴. گزینهٔ «۳» پیشامد A را مجموعهٔ مضارب دورقمی ۳ و پیشامد B را مجموعهٔ مضارب دورقمی ۵ در نظر می‌گیریم. $P(A\cup B)$ را می‌خواهیم:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{۳۰+۱۸-۶}{۹۰}=\frac{۴۲}{۹۰}=\frac{۷}{۱۵}$$

(آمار و احتمال / احتمال)

۱۴۵. گزینهٔ «۱» ابتدا با توجه به شرط داده شده، تعداد عضوهای فضای نمونه‌ای جدید را می‌یابیم:

تعداد حالت‌هایی که مجموع سه تاس فرد شود:

$$\underbrace{۳^{۳}}_{\text{هر سه فرد}}+\underbrace{\binom{۳}{۲}\times۳^{۳}}_{\text{دو تاس زوج و یکی فرد}}=۲۷+۸۱=۱۰۸$$

اکنون متمم پیشامد مطلوب عبارت است از:

تعداد حالت‌هایی که مجموع سه تاس فرد بوده و در هیچ تاسی عدد ۲ ظاهر نشود:

$$\underbrace{۳^{۳}}_{\text{هر سه فرد}}+\underbrace{\binom{۳}{۲}\times۲^{۲}\times۳}_{\text{دو تاس زوج و غیر ۲ و یکی فرد}}=۲۷+۳۶=۶۳$$

$$P=۱-\frac{۶۳}{۱۰۸}=\frac{۱۰۸-۶۳}{۱۰۸}=\frac{۴۵}{۱۰۸}=\frac{۵}{۱۲}$$

(آمار و احتمال / احتمال)

۱۴۶. گزینهٔ «۲»

$$\begin{cases}\text{ظرف اول}\to\frac{۱}{۳}\xrightarrow{\text{حداقل یکی از ۲ مهره سیاه باشد.}}۰\\ \text{ظرف دوم}\to\frac{۱}{۳}\xrightarrow{\text{حداقل یکی از ۲ مهره سیاه باشد.}}۱\\ \text{ظرف سوم}\to\frac{۱}{۳}\xrightarrow{\text{حداقل یکی از ۲ مهره سیاه باشد.}}۱-\frac{\binom{۴}{۲}}{\binom{۹}{۲}}=۱-\frac{۶}{۳۶}=\frac{۳۰}{۳۶}\end{cases}$$

$$P=\frac{1}{3}\times 0+\frac{1}{3}\times 1+\frac{1}{3}\times\left(\frac{30}{36}\right)=\frac{1}{3}+\frac{5}{18}=\frac{11}{18}$$

(آمار و احتمال / احتمال)

۱۴۷. گزینهٔ «۲» $P(A)=0/4\ ,\ P(B)=0/3$

$$P(B|A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=0/25\xrightarrow{P(A)=0/4}$$

$$P(A\cap B)=0/4\times 0/25=0/1$$

$$P(B|A')=\frac{P(B\cap A')}{P(A')}=\frac{P(B-A)}{1-P(A)}=\frac{P(B)-P(A\cap B)}{1-P(A)}$$

$$=\frac{0/3-0/1}{1-0/4}=\frac{0/2}{0/6}=\frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال / احتمال)

۱۴۸. گزینهٔ «۳» داده‌های نمودار را در قالب جدول فراوانی زیر نمایش می‌دهیم:

داده‌ها (x_i)	۷	۱۲	۱۳	۱۷	۱۹
فراوانی نسبی	۰/۱۲	۰/۱۸	۰/۳۵	۰/۱	۰/۲۵

طبق قاعدهٔ خطی میانگین، می‌دانیم $\overline{x+b}=\bar{x}+b$. بنابراین داریم:

x_i-13	−۶	−۱	۰	۴	۶
$\frac{f_i}{n}$	۰/۱۲	۰/۱۸	۰/۳۵	۰/۱	۰/۲۵

$$\overline{x-13}$$

$$=0/12\times(-6)+0/18\times(-1)+0/35\times(0)+0/1\times(4)+0/25\times(6)$$

$$\Rightarrow \overline{x-13}=-0/72-0/18+0+0/4+1/5=1$$

$$\Rightarrow \bar{x}-13=1\Rightarrow \bar{x}=14$$

(آمار و احتمال / آمار توصیفی)

۱۴۹. گزینهٔ «۲» با توجه به قضیهٔ تقسیم داریم:

$$a=430q+q^2\ ,\ 0\le q^2<430\xrightarrow{a\in\mathbb{N}}1\le q\le 20$$

از طرفی می‌دانیم $a\overset{9}{\equiv}0$ بنابراین:

$$430q+q^2\overset{9}{\equiv}0\xrightarrow{430\overset{9}{\equiv}7}7q+q^2\overset{9}{\equiv}0\Rightarrow q(7+q)\overset{9}{\equiv}0$$

از آنجا که q و $q+7$ هم‌زمان نمی‌توانند مضرب ۹ باشند، خواهیم داشت:

$$q\overset{9}{\equiv}0\xrightarrow{1\le q\le 20}q=9,18$$

یا

$$q+7\overset{9}{\equiv}0\xrightarrow{1\le q\le 20}q=2,11,20$$

بنابراین ۵ مقدار طبیعی برای q و همچنین برای a خواهیم داشت.

(گسسته / نظریهٔ اعداد)

۱۵۰. گزینهٔ «۴» اگر $(a,b)=d$ و $[a,b]=c$ را در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases}a=a'd\\ b=b'd\end{cases},\ (a',b')=1$$

$$[a,b]=a'b'd\xrightarrow[(a,b)=d]{\text{طبق فرض و}}c=60d\rightarrow a'b'd=60d$$

$$\Rightarrow a'b'=60\ (I)$$

همچنین:

$$a+b=(a'+b')d=136\ (II)$$

از تقسیم رابطهٔ (II) بر (I) خواهیم داشت:

$$\frac{(a'+b')d}{a'b'}=\frac{136}{60}\xrightarrow{(a',b')=1}$$

$$\begin{cases}a'=60\\ b'=1\end{cases}\text{ یا }\begin{cases}a'=20\\ b'=3\end{cases}\text{ یا }\begin{cases}a'=15\\ b'=4\end{cases}\text{ یا }\begin{cases}a'=12\\ b'=5\end{cases}$$

$$\begin{cases}a'=60\\ b'=1\end{cases}\Rightarrow(60+1)d=136\Rightarrow d=\frac{136}{61}\ \times$$

$$\begin{cases}a'=20\\ b'=3\end{cases}\Rightarrow(20+3)d=136\Rightarrow d=\frac{136}{23}\ \times$$

$$\begin{cases}a'=15\\ b'=4\end{cases}\Rightarrow(15+4)d=136\Rightarrow d=\frac{136}{19}\ \times$$

$$\begin{cases}a'=12\\ b'=5\end{cases}\Rightarrow d=136\Rightarrow d=\frac{136}{17}=8\ \checkmark$$

$$\Rightarrow a-b=(a'-b')d=(12-5)\times 8=56$$

(گسسته / نظریهٔ اعداد)

۱۵۱. گزینهٔ «۳» می‌دانیم $217=7\times 31$، بنابراین داریم:

می‌دانیم $2^5\overset{31}{\equiv}1$ و $2^3\overset{7}{\equiv}1$، خواهیم داشت:

$$\begin{cases}2^5\overset{31}{\equiv}1\\ 2^3\overset{7}{\equiv}1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(2^5)^3\overset{31}{\equiv}1\\ (2^3)^5\overset{7}{\equiv}1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2^{15}\overset{31}{\equiv}1\\ 2^{15}\overset{7}{\equiv}1\end{cases}\Rightarrow 2^{15}\overset{217}{\equiv}1$$

برای آن‌که رابطهٔ $2^n-1\overset{217}{\equiv}0$ برقرار باشد، باید $n=15k$ باشد، داریم:

$$9<n\le 99\Rightarrow 9<15k\le 99\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}}0<k\le 6\Rightarrow k\text{ تعداد }=6$$

بنابراین ۶ عدد دورقمی برای n خواهیم داشت. (گسسته / نظریهٔ اعداد)

۱۵۲. گزینهٔ «۲»

$$\overline{aabb}=(\overline{cc})^2\xrightarrow{\text{جدول ارزش مکانی}}$$

$$1000a+100a+10b+b=(10c+c)^2$$

$$\Rightarrow 1100a+11b=(11c)^2\Rightarrow 11(100a+b)=11\times 11\times c^2$$

$$\xrightarrow{\div 11}100a+b=11c^2\Rightarrow 100a+b\overset{11}{\equiv}0\xrightarrow{100\overset{11}{\equiv}1}a+b\overset{11}{\equiv}0$$

$$\Rightarrow a+b=11\xrightarrow[0\le b\le 9]{1\le a<9}$$

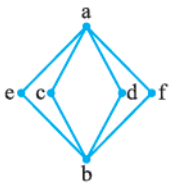
a	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
b	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲

از طرفی عدد چهاررقمی $\overline{aabb}$ مربع کامل است، پس رقم b نمی‌تواند ۲، ۳، ۷ و ۸ باشد. یعنی فقط حالت‌های زیر باقی می‌ماند:

a	۲	۵	۶	۷
b	۹	۶	۵	۴

بنابراین ۳ یا ۱ یا ۱− یا ۷− که با توجه به گزینه‌ها، فقط عدد ۳ قابل قبول است. (گسسته / نظریهٔ اعداد)

۱۵۳. گزینهٔ «۴» گراف مورد نظر را می‌توان به صورت مقابل رسم کرد:



با توجه به گراف، فقط دورهایی به طول ۴ خواهیم داشت که تعداد آن‌ها برابر است با تعداد حالت‌های انتخاب دو رأس از ۴ رأس درجهٔ ۲، داریم:

$$\text{تعداد کل دورها} = \binom{۴}{۲} = ۶$$

به عنوان مثال، یکی از دورهای مورد نظر به صورت acbd می‌باشد. در حالت کلی، دورهای موردنظر به صورت $a\,?\,b\,?\,a$ می‌باشد که دو جای خالی را می‌توانیم با ۴ رأس وسط (درجه ۲) پر کنیم که تعداد انجام این عمل برابر $\binom{۴}{۲} = ۶$ است. (گسسته / گراف)

۱۵۴. گزینهٔ «۱» بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مجموعهٔ $\{a, e, g\}$، رأس d را احاطه نمی‌کند، بنابراین احاطه‌گر مینیمال نیز نیست.

گزینهٔ «۲»: $\{a, f, g\}$ مینیمال است، زیرا با حذف رأس a، خودش، با حذف رأس f، رأس d و با حذف رأس g، رأس h احاطه نمی‌شود.

گزینهٔ «۳»: $\{b, c, g\}$ مینیمال است، زیرا با حذف رأس b، رأس d و با حذف رأس c، رأس e و با حذف رأس g، رأس h احاطه نمی‌شود.

گزینهٔ «۴»: $\{c, f, h\}$ مینیمال است، زیرا با حذف رأس c یا f یا h، خود این رأس‌ها احاطه نمی‌شوند. (گسسته / گراف)

۱۵۵. گزینهٔ «۲» می‌دانیم در گراف p رأسی و k-منتظم و اندازهٔ q، $2q = pk$ می‌باشد. همچنین $0 \le k \le p-1$ است. با توجه به فرض‌های سؤال داریم:

$$\frac{2q}{\text{زوج}} = 7k \xrightarrow{7k \text{ باید زوج باشد}} k = 0 \text{ یا } 2 \text{ یا } 4 \text{ یا } 6$$

اگر $k = 0$، گراف تهی و اگر $k = 6$ گراف کامل به دست می‌آید که مطلوب نیست. بنابراین k فقط مقادیر ۲ یا ۴ را می‌تواند اختیار کند.

(گسسته / گراف)

فیزیک

تحلیل درس

۱- آزمون فیزیک رشتهٔ ریاضی ۹۹ در مجموع دشوارتر از سال ۹۸ ارزیابی می‌شود. وجود سؤال‌های با محاسبات عددی وقت‌گیر، محاسبات برای مقایسهٔ دو حالت در استفاده از یک فرمول و در چند مرحله و سؤال‌های دشوار حرکت‌شناسی و جریان الکتریکی از ویژگی‌های برجستهٔ این آزمون است.

۲- نحوهٔ توزیع سؤال‌ها در پایه‌های دهم، یازدهم و دوازدهم مطابق جدول زیر است:

پایه	دهم	یازدهم	دوازدهم
تعداد سؤال	۱۲	۱۳	۲۰
درصد	۲۷٪	۲۹٪	۴۴٪

۳- در یک نگاه کلی می‌توان شمارهٔ سؤال‌های دشوار، متوسط و ساده و درصد آن‌ها نسبت به کل سؤال‌ها را به‌صورت زیر در نظر گرفت:

سؤال‌های ساده: ۱۵۶ ـ ۱۶۵ ـ ۱۷۲ ـ ۱۷۳ ـ ۱۷۴ ـ ۱۸۵ ـ ۱۸۶ ـ ۱۸۷ ـ ۱۸۹ ـ ۱۹۲

سؤال‌های متوسط: ۱۶۰ ـ ۱۶۱ ـ ۱۶۲ ـ ۱۶۳ ـ ۱۶۴ ـ ۱۶۶ ـ ۱۶۷ ـ ۱۶۸ ـ ۱۶۹ ـ ۱۷۰ ـ ۱۷۱ ـ ۱۷۵ ـ ۱۷۶ ـ ۱۷۷ ـ ۱۷۸ ـ ۱۸۱ ـ ۱۸۳ ـ ۱۸۴ ـ ۱۸۸ ـ ۱۹۰ ـ ۱۹۱ ـ ۱۹۳ ـ ۱۹۴ ـ ۱۹۵ ـ ۱۹۷ ـ ۱۹۸ ـ ۱۹۹

سؤال‌های دشوار: ۱۵۷ ـ ۱۵۸ ـ ۱۵۹ ـ ۱۷۸ ـ ۱۸۰ ـ ۱۸۲ ـ ۱۹۶ ـ ۲۰۰

سطح سؤال	ساده	متوسط	دشوار
تعداد سؤال	۱۰	۲۷	۸
درصد	۲۲/۲٪	۶۰٪	۱۷/۸٪

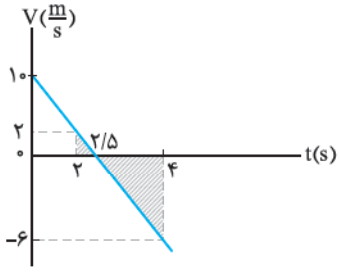
۴- سطح دشواری آزمون بیشتر از حد متوسط است و به نظر می‌رسد، اگر دانش‌آموزان درگیر سؤالات دشوار و سؤال‌هایی که محاسبات طولانی دارند نشوند، کسب درصد ۶۰٪ دور از واقعیت نباشد.

۱۵۶. گزینهٔ «۳» مواد پارامغناطیسی، دوقطبی‌های مغناطیسی کاتوره‌ای دارند و در حضور میدان مغناطیسی، خاصیت مغناطیسی ضعیفی می‌یابند و با قطع شدن میدان خارجی، خاصیت مغناطیسی آن‌ها از بین می‌رود. (فیزیک ۲ / مغناطیس)

۱۵۷. گزینهٔ «۳» **گام اول:** جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ سوم برابر صفر است، یعنی متحرک در وسط این بازه (ثانیهٔ ۲/۵) تغییر جهت داده و سرعتش صفر شده است.

$$V = at + V_0 \Rightarrow 0 = (-4)(2/5) + V_0 \Rightarrow V_0 = 10\frac{m}{s}$$

گام دوم: نمودار سرعت - زمان جسم را رسم می‌کنیم و مساحت محصور بین نمودار با محور زمان را در بازهٔ ۲ تا ۴ ثانیه حساب می‌کنیم:



در لحظهٔ $t = 2s$ و $t = 4s$ سرعت را حساب می‌کنیم:

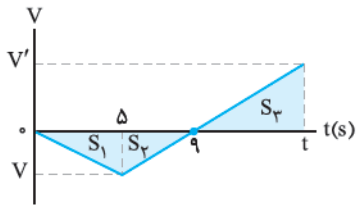
$$V_2 = -4\times2+10 = 2\frac{m}{s} \quad , \quad V_4 = -4\times4+10 = -6\frac{m}{s}$$

گام سوم: مساحت‌های مثلث‌های هاشورخورده را حساب می‌کنیم:

$$\ell = S_1 + S_2 = \frac{2\times0/5}{2} + \frac{1/5\times6}{2} = 0/5 + 4/5 = 5\,m$$

(فیزیک ۳ / حرکت بر خط راست)

۱۵۸. گزینهٔ «۱» **گام اول:** با توجه به این‌که متحرک تا لحظهٔ $t = 9s$ در جهت منفی و از لحظهٔ ۹ تا t در جهت مثبت حرکت کرده است، جابه‌جایی این دو بازهٔ زمانی باید برابر یکدیگر باشد و می‌دانیم که مساحت زیر نمودار $V-t$ برابر جابه‌جایی جسم است. پس باید مساحت‌های این دو بازهٔ زمانی برابر با یکدیگر باشد:



گام دوم: مساحت مثلث‌های S_1 و S_2 را به‌صورت ضریبی از قاعده‌های آن‌ها می‌نویسیم (دقت کنید که ارتفاع این دو مثلث برابر است):

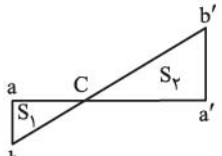
$$S_1 = 5x$$

$$S_2 = (9-5)x = 4x$$

بنابراین S_3 باید برابر با مجموع مساحت این دو مثلث باشد:

$$S_3 = S_1 + S_2 = 9x$$

یادآوری: از هندسهٔ دهم به یاد دارید که نسبت مساحت دو مثلث متشابه، برابر مربع نسبت تشابه آن‌هاست.



$$k=\frac{a'c}{ac}=\frac{b'c}{bc}=\frac{a'b'}{ab}$$

نسبت تشابه

$$k^2=\frac{S_2}{S_1}$$

گام سوم: از تشابه دو مثلث با مساحت‌های S_2 و S_3، مقدار t را بدست می‌آوریم:

$$\frac{S_2}{S_3}=(\frac{9-5}{t-9})^2\Rightarrow\frac{4x}{9x}=(\frac{4}{t-9})^2\xrightarrow{\text{جذر}}\frac{2}{3}=\frac{4}{t-9}$$

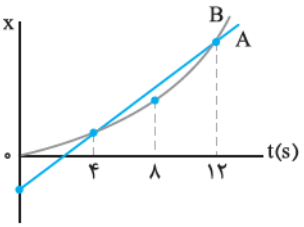
$$\Rightarrow 2t-18=12\Rightarrow t=15s$$

(فیزیک ۳ / حرکت بر خط راست)

۱۵۹. گزینهٔ «۲» می‌دانیم که سرعت متوسط هر دو متحرک در بازهٔ ۴s تا ۱۲s برابر است، چون در بازهٔ زمانی مساوی، جابه‌جایی یکسان دارند. بنابراین باید لحظه‌ای را بیابیم که سرعت لحظه‌ای B برابر سرعت متوسط آن در بازهٔ ۴s تا ۱۲s باشد. دقت کنید که نمودار B به‌صورت سهمی است، پس حرکتش با شتاب ثابت است.

$$V_{\text{لحظه}}=V_{av_B}$$

$$V_{\text{لحظه}}=\frac{V_{4s}+V_{12s}}{2}=\frac{(4a+V_0)+(12a+V_0)}{2}=8a+V_0$$



با مقایسهٔ رابطهٔ فوق با رابطهٔ $V=at+V_0$ متوجه می‌شویم که سرعت B در لحظهٔ $t=8s$ برابر سرعت متوسط آن دربارهٔ ۴s تا ۱۲s و در نتیجه برابر سرعت A است.

(فیزیک ۳ / حرکت بر خط راست)

۱۶۰. گزینهٔ «۴» **گام اول:** متحرک از حال سکون با شتاب $3\frac{m}{s^2}$ حرکت کرده و به سرعت V می‌رسد. سپس با شتاب $1\frac{m}{s^2}$ با حرکتی کند شونده، می‌ایستد. با استفاده از رابطهٔ $V^2-V_0^2=2a\Delta x$ داریم:

$$\left.\begin{array}{l}V^2-0=2\times3\Delta x_1\Rightarrow\Delta x_1=\frac{V^2}{6}\\0-V^2=2\times(-1)\Delta x_2\Rightarrow\Delta x_2=\frac{V^2}{2}\end{array}\right\}\xrightarrow{\Delta x_1+\Delta x_2=600m}$$

$$\frac{V^2}{6}+\frac{V^2}{2}=600\Rightarrow V^2=900\Rightarrow V=30\frac{m}{s}$$

گام دوم: برای حرکت تندشونده می‌توان نوشت:

$$t_1=\frac{V}{a_1}=\frac{30}{3}=10s\ ,\ \Delta x_1=\frac{30+0}{2}\times10=150m$$

گام چهارم: از لحظهٔ $t_1=10s$ تا $t_2=30s$ جابه‌جایی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_2=\frac{1}{2}a_2t^2+V_0t\Rightarrow\Delta x_2=\frac{1}{2}\times(-1)\times20^2+30\times20=400m$$

گام پنجم: جابه‌جایی کل را حساب می‌کنیم: $\Delta x=150+400=550\,m$

(فیزیک ۳ / حرکت بر خط راست)

۱۶۱. گزینهٔ «۲» **روش اول:**

گام اول: با داشتن انرژی جنبشی گلوله در لحظهٔ برخورد به زمین، سرعت برخورد گلوله به زمین را می‌یابیم:

$$K=\frac{1}{2}mV^2\xrightarrow[m=100g=0/1kg]{K=24/2J}24/2=\frac{1}{2}\times0/1\times V^2$$

$$\Rightarrow V=22\frac{m}{s}$$

گام دوم: شتاب برابر $10\frac{m}{s^2}$ و رو به پایین است، پس سرعت جسم در هر ثانیه $10\frac{m}{s}$ بیشتر می‌شود. سرعت گلوله یک ثانیه قبل از برخورد را حساب می‌کنیم:

$$V=22-10=12\frac{m}{s}$$

گام سوم: سرعت متوسط گلوله را به‌دست می‌آوریم:

$$\overline{V}=\frac{V_1+V_2}{2}\xrightarrow[V_2=22\frac{m}{s}]{V_1=12\frac{m}{s}}\overline{V}=\frac{12+22}{2}=17\frac{m}{s}$$

روش دوم:

گام اول: پس از محاسبهٔ سرعت برخورد گلوله با زمین با استفاده از رابطهٔ $K=\frac{1}{2}mV^2$، جابه‌جایی گلوله در یک ثانیهٔ آخر را می‌یابیم با استفاده از رابطهٔ $d=-\frac{1}{2}at^2+Vt$:

$$K=\frac{1}{2}mV^2\Rightarrow24/2=\frac{1}{2}\times0/1\times V^2\Rightarrow V=22\frac{m}{s}$$

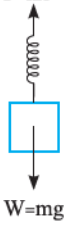
$$\Delta x=-\frac{1}{2}at^2+Vt\Rightarrow d=-\frac{1}{2}\times10\times1+22\times1\Rightarrow d=17\,m$$

گام دوم: با استفاده از رابطهٔ زیر سرعت متوسط را حساب می‌کنیم:

$$V_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{17}{1}\Rightarrow V_{av}=17\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ / حرکت بر خط راست)

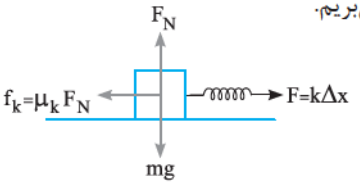
۱۶۲. گزینهٔ «۳» **گام اول:** در حالت اول تغییر طول فنر برابر $\Delta x=42-30=12\,cm$ است. بنابراین با استفاده از قانون دوم نیوتون ثابت فنر را می‌یابیم. دقت کنید، در این حالت نیروی $F=k\Delta x$ در جهت حرکت و نیروی $W=mg$ در خلاف جهت حرکت به جسم وارد می‌شود.



$$F-mg=ma\xrightarrow{F=k\Delta x}k\Delta x=m(g+a)$$

$$\xrightarrow[a=2\frac{m}{s^2}]{\Delta x=0/12\,m,m=2kg}k\times0/12=2\times(10+2)\Rightarrow k=200\frac{N}{m}$$

گام دوم: در حالت دوم تغییر طول فنر برابر $\Delta x=36-30=6\,cm$ است. بنابراین مطابق شکل نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و قانون دوم نیوتون را برای آن به کار می‌بریم.



$$F - f_k = ma \Rightarrow k\Delta x - \mu_k F_N = ma$$

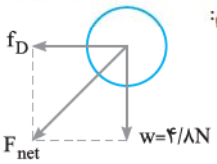
$$\xrightarrow{F_N = mg} k\Delta x - \mu_k mg = ma \Rightarrow k\Delta x - ma = \mu_k mg$$

$$\Rightarrow ۲۰۰ \times ۰/۰۶ - ۲ \times ۲ = \mu_k \times ۲ \times ۱۰ \Rightarrow ۸ = ۲۰\mu_k$$

$$\Rightarrow \mu_k = ۰/۴$$

(فیزیک ۳ / دینامیک و حرکت دایره‌ای)

۱۶۳. گزینهٔ «۳» **گام اول:** جرم جسم را می‌یابیم:



$$w = mg \xrightarrow[g=۱۰\frac{m}{s^۲}]{w=۴/۸N} ۴/۸ = m \times ۱۰$$

$$\Rightarrow m = ۴۸ \times ۱۰^{-۲}\ kg$$

گام دوم: در لحظهٔ مورد نظر برایند نیروها برابر $F_{net} = \sqrt{f_D^۲ + w^۲}$ است. بنابراین طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = \sqrt{f_D^۲ + w^۲} \xrightarrow{F_{net}=ma} ma = \sqrt{f_D^۲ + w^۲} \xrightarrow[w=۴/۸N]{a=\frac{۶۵\ m}{۶\ s^۲}}$$

$$۴۸ \times ۱۰^{-۲} \times \frac{۶۵}{۶} = \sqrt{f_D^۲ + ۴/۸^۲} \Rightarrow ۵/۲ = \sqrt{f_D^۲ + ۴/۸^۲}$$

$$\Rightarrow (۵/۲)^۲ = f_D^۲ + ۴/۸^۲ \Rightarrow f_D^۲ = (۵/۲)^۲ - (۴/۸)^۲$$

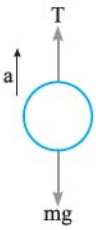
$$\Rightarrow f_D^۲ = (۴ \times ۱/۳)^۲ - (۴ \times ۱/۲)^۲ \Rightarrow f_D^۲ = ۱۶(۱/۳^۲ - ۱/۲^۲)$$

$$\Rightarrow f_D^۲ = ۱۶ \times ۰/۲۵ \Rightarrow f_D^۲ = ۴ \Rightarrow f_D = ۲\ N$$

(فیزیک ۳ / دینامیک و حرکت دایره‌ای)

۱۶۴. گزینهٔ «۲» **روش اول:**

گام اول: نیروی کشش طناب در حالت اول را می‌یابیم:



$$T - mg = ma \xrightarrow[a=۲\frac{m}{s^۲}]{m=۲\ kg} T - ۲ \times ۱۰ = ۲ \times ۲$$

$$\Rightarrow T = ۲۴\ N$$

گام دوم: در حالتی که نیروی کشش طناب دو برابر می‌شود $(T' = ۲ \times ۲۴ = ۴۸\ N)$، شتاب را حساب می‌کنیم:

$$T' - mg = ma' \Rightarrow ۴۸ - ۲ \times ۱۰ = ۲ \times a'$$

$$\Rightarrow ۲۸ = ۲a' \Rightarrow a = ۱۴\frac{m}{s^۲}$$

گام سوم: نسبت شتاب گام دوم به حالت اول را می‌یابیم:

$$\frac{a'}{a} = \frac{۱۴}{۲} = ۷$$

روش دوم:

گام اول: بدون محاسبهٔ T به صورت زیر a را می‌یابیم:

$$T - mg = ma \Rightarrow T = m(g+a) \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{m(g+a')}{m(g+a)}$$

$$\xrightarrow{T'=۲T} \frac{۲T}{T} = \frac{g+a'}{g+a} \xrightarrow{a=۲\frac{m}{s^۲}} ۲ = \frac{۱۰+a'}{۱۰+۲}$$

$$\Rightarrow a' = ۱۴\frac{m}{s^۲}$$

گام دوم: نسبت شتاب حالت دوم به حالت اول را می‌یابیم:

$$\frac{a'}{a} = \frac{۱۴}{۲} \Rightarrow \frac{a'}{a} = ۷$$

(فیزیک ۳ / دینامیک و حرکت دایره‌ای)

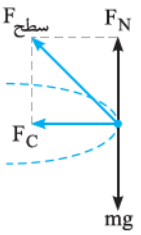
۱۶۵. گزینهٔ «۱» با استفاده از رابطهٔ بین تکانه و انرژی جنبشی به صورت زیر نسبت $\frac{K_A}{K_B}$ پیدا می‌کنیم:

$$K = \frac{p^۲}{۲m} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = (\frac{p_A}{p_B})^۲ \times \frac{m_B}{m_A} \xrightarrow[p_A = \frac{۴}{۳}p_B]{m_B = \frac{۵}{۸}m_A}$$

$$\frac{K_A}{K_B} = (\frac{\frac{۴}{۳}p_B}{p_B})^۲ \times \frac{\frac{۵}{۸}m_A}{m_A} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{۱۶}{۹} \times \frac{۵}{۸} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{۱۰}{۹}$$

(فیزیک۳ / دینامیک وحرکت دایره‌ای)

۱۶۶. گزینهٔ «۲» مطابق شکل نیرویی که از طرف سطح زمین بر خودرو وارد می‌شود برابر برایند دو نیروی عمودی تکیه‌گاه (F_N) و نیروی مرکزگرای وارد بر خودرو (F_c) است. بنابراین با توجه به این‌که $F_N = mg$ است، به‌صورت زیر F_c را می‌یابیم:



$$F_{سطح}^۲ = F_N^۲ + F_c^۲ \xrightarrow{F_N = mg} F_{سطح}^۲ = (mg)^۲ + F_c^۲$$

$$\xrightarrow[F_{سطح} = ۱۰^۴ \times \sqrt{۱۰}\ N]{m = ۳\ ton = ۳ \times ۱۰^۳\ kg} (۱۰^۴ \times \sqrt{۱۰})^۲ = (۳ \times ۱۰^۳ \times ۱۰)^۲ + F_c^۲$$

$$\Rightarrow F_c^۲ = ۱۰ \times ۱۰^۸ - ۹ \times ۱۰^۸ \Rightarrow F_c^۲ = ۱۰^۸ \Rightarrow F_c = ۱۰^۴\ N$$

(فیزیک ۳ / دینامیک و حرکت دایره‌ای)

۱۶۷. گزینهٔ «۱» می‌دانیم در هر نقطه از مسیر حرکت نوسانگر، مجموع انرژی‌های پتانسیل و جنبشی نوسانگر برابر انرژی کل آن است. با توجه به این‌که $E = \frac{۱}{۲}kA^۲$ و $E = U + K$، مقدار V را حساب می‌کنیم:

$$E = U + K \xrightarrow[E = \frac{۱}{۲}kA^۲]{K = \frac{۱}{۲}mV^۲} \frac{۱}{۲}kA^۲ = U + \frac{۱}{۲}mV^۲$$

$$\xrightarrow[m=۱kg, U=۰/۲J]{k=۵\frac{N}{cm}=۵۰۰\frac{N}{m}, A=۴cm} \frac{۱}{۲} \times ۵۰۰ \times ۱۶ \times ۱۰^{-۴} = ۰/۲ + \frac{۱}{۲} \times ۱ \times V^۲$$

$$\Rightarrow ۰/۴ - ۰/۲ = \frac{V^۲}{۲} \Rightarrow V^۲ = ۰/۴ \Rightarrow V^۲ = \frac{۴}{۱۰} \Rightarrow V = \frac{۲}{\sqrt{۱۰}}\frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{\times ۱۰۰} V = \frac{۲۰۰}{\sqrt{۱۰}}\frac{cm}{s} \xrightarrow{\times \frac{\sqrt{۱۰}}{\sqrt{۱۰}}} V = ۲۰\sqrt{۱۰}\frac{cm}{s}$$

(فیزیک ۳ / نوسان و موج)

۱۶۸. گزینهٔ «۲» **گام اول:** چون دورهٔ تناوب در دو حالت معلوم است، با استفاده از رابطهٔ $T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ و با توجه به ثابت بودن k ، m را می‌یابیم:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow{k=ثابت} \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{m'}{m}} \xrightarrow[T' = ۰/۰۹\pi\ ,\ T = ۰/۱\pi]{m' = m - ۱۹۰}$$

$$\frac{۰/۰۹\pi}{۰/۱\pi}=\sqrt{\frac{m-۱۹۰}{m}}\Rightarrow\frac{۹}{۱۰}=\sqrt{\frac{m-۱۹۰}{m}}\Rightarrow\frac{۸۱}{۱۰۰}=\frac{m-۱۹۰}{m}$$
$$\Rightarrow ۱۰۰m-۱۹۰۰۰=۸۱m\Rightarrow ۱۹m=۱۹۰۰۰$$
$$\Rightarrow m=۱۰۰۰g\Rightarrow m=۱kg$$

گام دوم: با استفاده از دورهٔ تناوب حالت اول، k را می‌یابیم:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\xrightarrow[m=۱kg]{T=۰/۱\pi}۰/۱\pi=۲\pi\sqrt{\frac{۱}{k}}$$
$$\Rightarrow\frac{۱}{۲۰}=\sqrt{\frac{۱}{k}}\Rightarrow\frac{۱}{۴۰۰}=\frac{۱}{k}\Rightarrow k=۴۰۰\frac{N}{m}\Rightarrow k=۴\frac{N}{cm}$$

(فیزیک ۳ / نوسان و موج)

۱۶۹. گزینهٔ «۳» **گام اول:** با استفاده از رابطه‌های $T=\frac{t}{n}$ و $T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ به صورت زیر $L_۱$ و $L_۲$ را می‌یابیم:

$$T_۱=\frac{t}{n_۱}=۲\pi\sqrt{\frac{L_۱}{g}}\xrightarrow[n_۱=۴۰]{t=۷۲s}\frac{۷۲}{۴۰}=۲\pi\sqrt{\frac{L_۱}{g}}$$
$$\Rightarrow\frac{۹}{۱۰}=\pi\sqrt{\frac{L_۱}{g}}\Rightarrow\frac{۸۱}{۱۰۰}=\pi^۲\times\frac{L_۱}{g}\xrightarrow{\pi^۲=g}L_۱=\frac{۸۱}{۱۰۰}m=۸۱cm$$
$$T_۲=\frac{t}{n_۲}=۲\pi\sqrt{\frac{L_۲}{g}}\xrightarrow[t=۷۲s]{n_۲=۴۵}\frac{۷۲}{۴۵}=۲\pi\sqrt{\frac{L_۲}{g}}$$
$$\Rightarrow\frac{۸}{۱۰}=\pi\sqrt{\frac{L_۲}{g}}\Rightarrow\frac{۶۴}{۱۰۰}=\pi^۲\times\frac{L_۲}{g}\xrightarrow{\pi^۲=g}L_۲=\frac{۶۴}{۱۰۰}m=۶۴cm$$

گام دوم: تغییر طول آونگ را می‌یابیم:

$$\Delta L=L_۲-L_۱=۶۴-۸۱\Rightarrow\Delta L=-۱۷cm$$

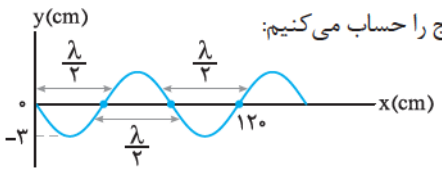
بنابراین طول آونگ ۱۷ cm کاهش می‌یابد. (فیزیک ۳ / نوسان و موج)

۱۷۰. گزینهٔ «۲» با استفاده از رابطهٔ تغییر تراز شدت صوت به‌صورت زیر نسبت $\frac{d_۲}{d_۱}$ را می‌یابیم:

$$\Delta\beta=\beta_۲-\beta_۱=۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱}\xrightarrow{\frac{I_۲}{I_۱}=(\frac{d_۱}{d_۲})^۲}\Delta\beta=۱۰\log(\frac{d_۱}{d_۲})^۲$$
$$\Rightarrow\Delta\beta=۲۰\log\frac{d_۱}{d_۲}\xrightarrow{\Delta\beta=-۱۸db}\frac{-۱۸}{۲۰}=\log\frac{d_۱}{d_۲}$$
$$\Rightarrow -۰/۹=\log\frac{d_۱}{d_۲}\xrightarrow{۰/۹=۳\times۰/۳}-۳\times۰/۳=\log\frac{d_۱}{d_۲}$$
$$\xrightarrow{۰/۳=\log۲}-۳\times\log۲=\log\frac{d_۱}{d_۲}\Rightarrow\log۲^{-۳}=\log\frac{d_۱}{d_۲}$$
$$\Rightarrow\frac{d_۱}{d_۲}=۲^{-۳}=\frac{۱}{۸}\Rightarrow\frac{d_۲}{d_۱}=۸$$

(فیزیک ۳ / نوسان و موج)

۱۷۱. گزینهٔ «۲» **گام اول:** با توجه به شکل می‌توان دریافت فاصله ۱۲۰ cm برابر $\frac{۳\lambda}{۲}$ است و طول‌موج را حساب می‌کنیم:



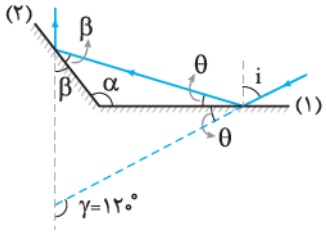
$$\frac{۳\lambda}{۲}=۱۲۰\Rightarrow\lambda=۸۰cm\Rightarrow\lambda=۰/۸m$$

گام دوم: از رابطهٔ $\lambda=VT$، دورهٔ موج را حساب می‌کنیم:

$$T=\frac{\lambda}{V}=\frac{۰/۸}{۱۰}=۰/۰۸s$$

گام سوم: بازهٔ $t_۱=۰/۰۱s$ تا $t_۲=۰/۰۵s$ برابر $t_۲-t_۱=۰/۰۴s$ و نصف دورهٔ نوسان است؛ پس در این مدت مسافت طی شده برابر $۲A$ یعنی $۲\times۳=۶$ سانتی‌متر است. (فیزیک ۳ / نوسان و موج)

۱۷۲. گزینهٔ «۴» **گام اول:** می‌دانیم که مجموع دو زاویهٔ داخلی مثلث برابر زاویهٔ خارجی غیرمجاور با آن‌هاست یعنی: $\gamma=۲\theta+۲\beta=۲(\theta+\beta)$



گام دوم: در مثلث با رأس α نیز می‌دانیم $\theta+\beta=۱۸۰-\alpha$ است پس داریم: $\gamma=۲(۱۸۰-\alpha)$

در این رابطه γ به زاویه تابش بستگی ندارد و ثابت می‌ماند. (فیزیک ۳ / نوسان و موج)

۱۷۳. گزینهٔ «۱» از رابطه شکست عمومی داریم:

$$\frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱}=\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}$$

چون $\theta_۱=۳۰^\circ$، $\theta_۲=۳۰^\circ+۱۵^\circ=۴۵^\circ$ داریم:

$$\frac{\sin۴۵^\circ}{\sin۳۰^\circ}=\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}\Rightarrow\frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{\frac{۱}{۲}}=\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}\Rightarrow\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\sqrt{۲}$$

(فیزیک ۳ / برهم کنش‌های موج)

۱۷۴. گزینهٔ «۲» **گام اول:** می‌دانیم در تار مرتعش اختلاف دو بسامد تشدیدی متوالی برابر $f_۱$ یعنی بسامد مد اصلی است.

$$۵۰۰-۳۷۵=۱۲۵\Rightarrow f_۱=۱۲۵Hz$$

گام دوم: اکنون اگر بسامد $f_۱$ را به بسامد ۷۵۰ Hz اضافه کنیم، بسامد تشدیدی بعد از آن به‌دست می‌آید: $f=۷۵۰+۱۲۵=۸۷۵Hz$

(فیزیک ۳ / بر هم کنش‌های موج)

۱۷۵. گزینهٔ «۴» **گام اول:** می‌دانیم طول‌موج‌های هر رشته اتم هیدروژن از رابطه $\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})$ به دست می‌آید که در آن k اُمین خط رشته را بخواهیم حساب کنیم $n=k+n'$ است. در این سؤال چون $n'=۲$ است پس $n=۲+۵=۷$ است و داریم:

$$\frac{۱}{\lambda}=\frac{۱۱}{۱۰۰۰}(\frac{۱}{۲^۲}-\frac{۱}{۷^۲})\Rightarrow\lambda\simeq۳۹۶nm$$

چون ۳۹۶ nm از ۴۰۰ nm کم‌تر است مربوط به ناحیهٔ فرابنفش است. (فیزیک ۳ / آشنایی با فیزیک اتمی)

۱۷۶. گزینهٔ «۱» از رابطهٔ انرژی جنبشی بیشینهٔ فوتوالکترون‌ها یعنی $K_m=h\frac{c}{\lambda}-W_۰$ استفاده می‌کنیم و برای دو حالت می‌نویسیم:

$$\frac{K_{m_A}}{K_{m_B}}=\frac{\frac{hc}{\lambda_A}-W_{۰A}}{\frac{hc}{\lambda_B}-W_{۰B}}$$

$$\Rightarrow \frac{K_{m_A}}{K_{m_B}} = \frac{\frac{۴\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۸}}{۱۵۰\times۱۰^{-۹}} - ۴/۵}{\frac{۴\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۸}}{۱۵۰\times۱۰^{-۹}} - ۳} \Rightarrow \frac{K_{m_A}}{K_{m_B}} = ۰/۷$$

درصد تغییر $= (۰/۷-۱)\times۱۰۰ = -۳۰$

پس می‌توان نتیجه گرفت K_{m_A} به اندازهٔ ٪۳۰ کم‌تر از K_{m_B} است.

(فیزیک ۲ / آشنایی با فیزیک اتمی)

۱۷۷. گزینهٔ «۳» **گام اول:** از رابطه میدان بار نقطه‌ای یعنی $E = k\frac{q}{r^۲}$ استفاده می‌کنیم و ابتدا برای فاصله‌های ۳۰ و ۱۰ سانتی‌متری آن را می‌نویسیم:

$$\frac{E_{۳۰}}{E_{۱۰}} = (\frac{r_{۱۰}}{r_{۳۰}})^۲ \xrightarrow{E_{۳۰}=E_{۱۰}-۱/۶\times۱۰^{۴}} \frac{E_{۱۰}-۱/۶\times۱۰^{۴}}{E_{۱۰}} = (\frac{۱۰}{۳۰})^۲$$

$$\Rightarrow E_{۱۰} = ۱/۸\times۱۰^{۴}\ \frac{N}{C}$$

گام دوم: میدان بار را در فاصلهٔ ۱ متری یعنی ۱۰۰ سانتی‌متری به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{E_{۱۰۰}}{E_{۱۰}} = (\frac{r_{۱۰}}{r_{۱۰۰}})^۲ \Rightarrow \frac{E_{۱۰۰}}{۱/۸\times۱۰^{۴}} = (\frac{۱۰}{۱۰۰})^۲ \Rightarrow E_{۱۰۰} = ۱۸۰\frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲ / الکتریسیته ساکن)

۱۷۸. گزینهٔ «۴» **گام اول:** برای محاسبهٔ $\frac{x}{r}$ ابتدا $q_۳$ در حال تعادل در نظر می‌گیریم:

$$F_۲ = F_۱ \Rightarrow k\frac{|q_۲|}{x^۲} = k\frac{|q_۱|}{(r+x)^۲} \xrightarrow{|q_۱|=\frac{۹}{۴}q_۲} (\frac{r+x}{x})^۲ = \frac{۹}{۴}$$

$$۲r+۲x = ۳x \Rightarrow \frac{x}{r} = ۲$$

گام دوم: برای محاسبهٔ نسبت $\frac{q_۳}{q_۲}$، بار $q_۱$ را در حال تعادل می‌گیریم:

$$k\frac{|q_۳|}{(x+r)^۲} = k\frac{|q_۲|}{r^۲} \Rightarrow |\frac{q_۳}{q_۲}| = (\frac{x+r}{r})^۲$$

$$\Rightarrow |\frac{q_۳}{q_۲}| = (\frac{۳r}{r})^۲ = ۹$$

چون $q_۱$ که در حال تعادل الکتروستاتیک است، خارج از فاصله دو بار $q_۲$ و $q_۳$ است، پس $q_۲$ و $q_۳$ باید ناهمنام باشند.

$$\frac{q_۳}{q_۲} = -۹$$

(فیزیک ۲ / اکتریسیته ساکن)

۱۷۹. گزینهٔ «۱» می‌دانیم تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار در میدان الکتریکی به مسیر حرکت جسم بستگی ندارد و برای میدان یکنواخت فقط به ازای جابه‌جایی در راستای میدان تغییر می‌کند. پس در این سؤال جابه‌جایی بار برابر طول ۳۰cm را در نظر می‌گیریم و از رابطهٔ $\Delta U = -|q|Ed\cos\theta$ استفاده می‌کنیم. توجه داریم θ زاویه بین نیروی الکتریکی وارد بر بار q با میدان E است و چون $q<۰$ است F خلاف جهت E است:

$$\Delta U = -۵\times۱۰^{-۶}\times۱۰^{۵}\times۰/۳\times\cos۱۸۰^{\circ} \Rightarrow \Delta U = ۰/۱۵\,J$$

(فیزیک ۲ / الکتریسیته ساکن)

۱۸۰. گزینهٔ «۱» **گام اول:** از رابطه $U = \frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}$ استفاده می‌کنیم. توجه داریم که اگر بار $-۶\,\mu C$ را از صفحه منفی به صفحه مثبت انتقال دهیم بار خازن به اندازه $۶\,\mu C$ کم می‌شود:

$$U_۲ = \frac{۱}{۲}\frac{Q_۲^۲}{C},\ U_۱ = \frac{۱}{۲}\frac{Q_۱^۲}{C} \Rightarrow U_۲ - U_۱ = \frac{۱}{۲C}(Q_۲^۲ - Q_۱^۲)$$

$$\frac{\Delta U=-۲۸/۵\,\mu C}{Q_۲=Q_۱-۶\,\mu C} \rightarrow -۲۸/۵ = \frac{۱}{۲\times۱۲}[(Q_۱-۶)^۲ - Q_۱^۲]$$

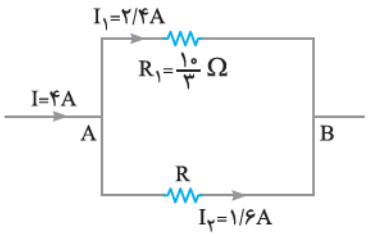
$$\Rightarrow Q_۱ = ۶۰\mu C$$

گام دوم: از رابطه $Q_۱ = C_۱V_۱$، ولتاژ خازن را در حالت اول حساب می‌کنیم:

$$V_۱ = \frac{۶۰}{۱۲} = ۵\,V$$

(فیزیک ۲ / الکتریسیته ساکن)

۱۸۱. گزینهٔ «۳» **گام اول:** مقاومت معادل مقاومت‌های موازی $۱۰\,\Omega$ و $۵\,\Omega$ را می‌یابیم و مدار ساده‌ای را مجدداً رسم می‌کنیم. دقت کنید از جریان ۴A، مقدار ۲/۴A آن از مقاومت $R_۱ = \frac{۱۰}{۳}\,\Omega$ می‌گذرد.



$$R_۱ = \frac{۵\times۱۰}{۵+۱۰} = \frac{۵۰}{۱۵} \Rightarrow R_۱ = \frac{۱۰}{۳}\,\Omega$$

گام دوم: اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R را که با اختلاف دو سر مقاومت $R_۱$ برابر است، حساب می‌کنیم.

$$V_{AB} = V_۱ = R_۱I_۱ = \frac{۱۰}{۳}\times۲/۴ \Rightarrow V_{AB} = ۸\,V$$

گام سوم: انرژی مصرفی در مقاومت را می‌یابیم. دقت کنید، چون V ، I و t معلوم است از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

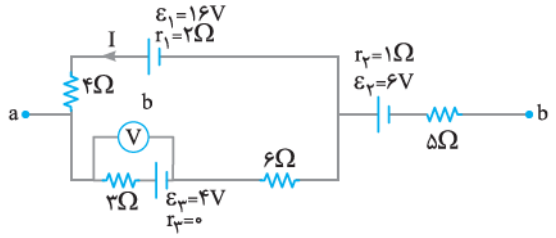
$$U = VIt \xrightarrow[I_۲=۱/۶\,A\,,\,V=۸\,V]{t=۲۵\,min=۲۵\times۶۰=۱۵۰۰\,s}$$

$$U = ۸\times۱/۶\times۱۵۰۰ = ۱۹۲۰۰\,J \Rightarrow U = ۱۹/۲\,kJ$$

(فیزیک ۲ /جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم)

۱۸۲. گزینهٔ «۴» **گام اول:** شکل مدار را به‌صورت زیر رسم نموده و جریان حلقه را می‌یابیم.

$$I = \frac{\varepsilon_۱ - \varepsilon_۳}{\sum R + \sum r} = \frac{۱۶-۴}{۱۳+۲} \Rightarrow I = \frac{۴}{۵}\,A$$

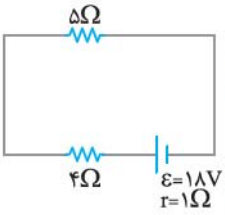


گام دوم: عدد ولت سنج، همان مجموع اختلاف پتانسیل دو سر مولد $\varepsilon_۳$ و مقاومت ۳Ω است.

$$\Delta V = \varepsilon + rI + ۳I \xrightarrow{r=۰\Omega} \Delta V = ۴ + ۳(\frac{۴}{۵}) = ۶/۴V$$

(فیزیک ۲ / جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم)

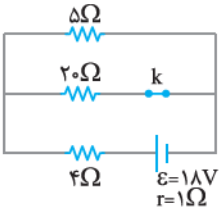
۱۸۳. گزینهٔ «۳» **گام اول:** در حالتی که کلید k باز است، اختلاف پتانسیل مقاومت ۵ اهمی را می‌یابیم. به همین منظور لازم است ابتدا جریان الکتریکی مدار را حساب کنیم:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۱۸}{(۵+۴)+۱}\Rightarrow I=۱/۸\,A$$

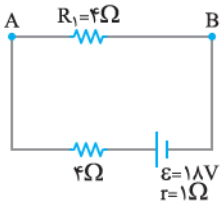
$$V=RI=۵\times ۱/۸\Rightarrow V=۹\,V$$

گام دوم: با بستن کلید k مقاومت‌های ۲۰Ω و ۵Ω با هم موازی می‌شوند. در این حالت مقاومت معادل آن‌ها و سپس جریان الکتریکی مدار را حساب می‌کنیم:



$$R_۱=\frac{۵\times ۲۰}{۵+۲۰}=۴\,\Omega$$

$$R'_{eq}=R_۱+۴=۴+۴\Rightarrow R'_{eq}=۸\,\Omega$$



$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}=\frac{۱۸}{۸+۱}\Rightarrow I'=۲\,A$$

گام سوم: اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B که برابر اختلاف پتانسیل مقاومت ۵ اهمی است را می‌یابیم:

$$V_{AB}=R_۱\times I'\xrightarrow[I'=۲\,A]{R_۱=۴\,\Omega}V_{AB}=۴\times ۲\Rightarrow V_{AB}=۸\,V$$

گام چهارم: اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۵ اهمی از ۹ V به ۸ V تغییر می‌کند. یعنی ۱ V کاهش می‌یابد. (فیزیک ۲ / جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم)

۱۸۴. گزینهٔ «۴» **گام اول:** مقاومت الکتریکی $\frac{۱}{۴}$ باقی‌ماندهٔ طول سیم را می‌یابیم.

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow[A=\text{ثابت}]{\rho=\text{ثابت}}\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{L_۲}{L_۱}\xrightarrow[L_۲=\frac{۱}{۴}L]{L_۱=L,\,R_۱=۶\,\Omega}$$

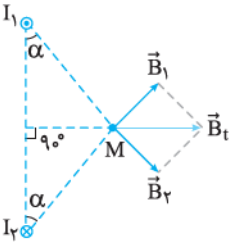
$$\frac{R_۲}{۶}=\frac{\frac{۱}{۴}L}{L}\Rightarrow R_۲=۱/۵\,\Omega$$

گام دوم: وقتی سیم را از دستگاهی عبور می‌دهیم تا به‌طور یکنواخت نازک شود، جرم آن تغییر نمی‌کند. در این جا چون طول سیم که $\frac{۱}{۴}$ طول اولیه بوده است، به طول سیم اولیه می‌رسد، یعنی طول آن چهار برابر گردیده است. بنابراین چون جرم سیم ثابت است، داریم:

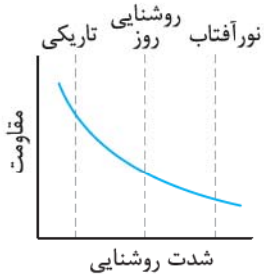
$$\frac{R_۳}{R_۲}=(\frac{L_۳}{L_۲})^۲\xrightarrow[L_۲=\frac{L}{۴}]{L_۳=L}\frac{R_۳}{۱/۵}=(\frac{L}{\frac{L}{۴}})^۲\Rightarrow\frac{R_۳}{۱/۵}=۱۶\Rightarrow R_۳=۲۴\,\Omega$$

(فیزیک ۲ / جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم)

۱۸۵. گزینهٔ «۱» با استفاده از قاعدهٔ دست راست، میدان‌های مغناطیسی حاصل از سیم‌های $I_۱$ و $I_۲$ را در نقطهٔ M رسم نموده و سپس برایند آن‌ها را رسم می‌کنیم. دقت کنید، چون فاصلهٔ نقطهٔ M از سیم‌های حامل جریان یکسان است و جریان الکتریکی سیم‌ها برابر است، اندازهٔ میدان مغناطیسی سیم‌ها نیز با هم برابر است. با توجه به شکل، میدان مغناطیسی خالص در جهت محور x است. (فیزیک ۲ / مغناطیس)

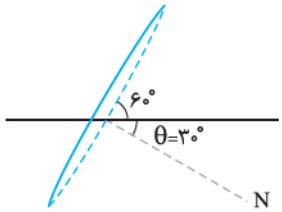


۱۸۶. گزینهٔ «۲» با توجه به نمودار صفحهٔ ۵۹ کتاب فیزیک ۲، با افزایش شدت نور تابیده به مقاومت الکتریکی LDR، مقاومت الکتریکی آن کاهش می‌یابد.



(فیزیک ۲ / جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم)

۱۸۷. گزینهٔ «۴» چون خطوط میدان مغناطیسی با سطح حلقه زاویهٔ ۶۰ درجه می‌سازند، خط عمود بر سطح حلقه با خطوط میدان زاویهٔ $\theta=۹۰^\circ-۶۰^\circ=۳۰^\circ$ خواهد ساخت. بنابراین با استفاده از رابطهٔ شار مغناطیسی داریم:



$$A=۲۰۰\,cm^۲\xrightarrow{۱\,cm^۲=۱۰^{-۴}\,m^۲}A=۲۰۰\times ۱۰^{-۴}=۲\times ۱۰^{-۲}\,m^۲$$

$$\Phi=AB\cos\theta\xrightarrow[\theta=۳۰^\circ]{B=۰/۰۰۴\,T}\Phi=۲\times ۱۰^{-۲}\times ۰/۰۰۴\times\cos ۳۰^\circ$$

$$\xrightarrow{\cos ۳۰^\circ=\frac{\sqrt{۳}}{۲}}\Phi=۸\times ۱۰^{-۵}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=۴\sqrt{۳}\times ۱۰^{-۵}\,Wb$$

(فیزیک ۲ / القای الکترومغناطیسی)

۱۸۸. گزینهٔ «۳» **گام اول:** معادلهٔ جریان الکتریکی به‌صورت $I=I_{max}\sin(\frac{۲\pi}{T}t)$ است.

با توجه به نمودار داده شده $I_{max}=۵\sqrt{۲}A$ و $۵\frac{T}{۴}=\frac{۱}{۳۲۰}s$ است.

مسأله جریان در لحظه $\frac{۱}{۳۲۰۰}s$ را خواسته است و باتوجه به اینکه $۵\frac{T}{۴}=\frac{۱}{۳۲۰}s$ است می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{array}{l}۵\frac{T}{۴}=\frac{۱}{۳۲۰}s\\ t=\frac{۱}{۳۲۰۰}s\end{array}\right\}\Rightarrow t=\frac{۱}{۳۲۰۰}s=\frac{۵}{۴۰}T=\frac{۱}{۸}T$$

گام دوم: حال مقدار t (برحسب دوره) را در معادلهٔ جریان جایگذاری می‌کنیم تا جریان در لحظهٔ t بدست بیاید.

$$I=۵\sqrt{۲}\sin(\frac{۲\pi}{T}t)\xrightarrow{t=\frac{۱}{۸}T}I=۵\sqrt{۲}\sin(\frac{\pi}{۴})$$

$$\xrightarrow{\sin\frac{\pi}{۴}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}}I=۵\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=۵A$$

نکته: توجه کنیدکه برای حل این سوال نیازی به محاسبهٔ مقدار عددی T نیست. (فیزیک ۲ / القای الکترومغناطیسی)

۱۸۹. گزینهٔ «۱» دقت و خطای اندازه‌گیری در وسیله‌های رقمی برابر یک واحد از آخرین رقم سمت راست می‌باشد. بنابراین داریم: خطا $=\pm ۰/۰۱A$

گزارش جریان $=۳/۲۵A\pm ۰/۰۱A$

(فیزیک ۱ / فیزیک و اندازه‌گیری)

۱۹۰. گزینهٔ «۱» چون مقاومت هوا ناچیز است، انرژی مکانیکی توپ پایسته است. بنابراین اگر مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را زمین در نظر بگیریم، توپ در نقطهٔ پرتاب (نقطهٔ ۱) و در هنگام ورود به سبد (نقطهٔ ۲)، دارای انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی است. در این حالت می‌توان نوشت:

$$\text{نقطهٔ (۱)}\begin{cases}U_1=mgh_1\\K_1=\frac{1}{2}mV_1^2\end{cases}\qquad \text{نقطهٔ (۲)}\begin{cases}U_2=mgh_2\\K_2=\frac{1}{2}mV_2^2\end{cases}$$

$$E_1=E_2\xrightarrow{E=U+K}U_1+K_1=U_2+K_2$$

$$\Rightarrow mgh_1+\frac{1}{2}mV_1^2=mgh_2+\frac{1}{2}mV_2^2$$

$$\xrightarrow{\text{حذف m از طرفین}}gh_1+\frac{V_1^2}{2}=gh_2+\frac{V_2^2}{2}$$

$$\xrightarrow[V_2=5\frac{m}{s}]{h_2=3m\,,\,V_1=6\frac{m}{s}}10h_1+\frac{36}{2}=10\times3+\frac{25}{2}$$

$$\Rightarrow 10h_1=24/5\Rightarrow h_1=2/45\,m$$

(فیزیک ۱ / کار، انرژی و توان)

۱۹۱. گزینهٔ «۲» چون پمپ، آب را ۲۴ m بالا می‌برد می‌توان از رابطهٔ بازده یعنی $Ra=\frac{W}{Pt}$ استفاده کرد که در آن $W=mgh$ و $h=24$ متر است.

$$m=\rho V=1000\times3=3000\,kg$$

$$P=20\times1000=20000\,W\,,\ t=60\,s$$

$$Ra=\frac{3000\times10\times24}{20000\times60}=0/60\Rightarrow Ra=60\%$$

(فیزیک ۱ / کار، انرژی و توان)

۱۹۲. گزینهٔ «۴» با توجه به اصل برنولی هنگامی‌که سرعت شاره زیاد شود، فشار شاره کاهش می‌یابد. با دمیدن درون نی افقی فشار هوای بالای نی قائم کاهش می‌یابد و آب درون آن بالا می‌رود. (فیزیک ۱ / ویژگی‌های فیزیکی مواد)

۱۹۳. گزینهٔ «۴» **روش اول:** چون ظرف محتوی آب و جیوه استوانه‌ای شکل است، می‌توان از رابطهٔ $P=\frac{mg}{A}$ فشار مایع را حساب کرد. در اینجا m را مجموع جرم جیوه و آب را در نظر می‌گیریم. چون $P_0=76\,cmHg$ است، آن را به پاسکال تبدیل می‌کنیم:

$$P_0=\rho_{\text{جیوه}}gh=13600\times10\times\frac{76}{100}=103360\,Pa$$

و برای محاسبه فشار (فشار کل) داریم:

$$P=P_{\text{مایع}}+P_0=\frac{(136+136)\times10^{-3}\times10}{5\times10^{-4}}+103360$$

$$P=108800\,Pa$$

روش دوم: فشار هوا را برحسب پاسکال به‌دست می‌آوریم.

$$P_0=\rho_{\text{جیوه}}gh=13600\times10\times\frac{76}{100}=103360\,Pa$$

چون «$P_{\text{کل}}=P_{\text{مایع}}+P_0$» است، پس باید «$P>P_0$ کل» باشد که تنها گزینهٔ «۴» می‌تواند درست باشد. (فیزیک ۱ / ویژگی‌های فیزیکی مواد)

۱۹۴. گزینهٔ «۳» فشار در پایین لوله را در دو طرف برابر می‌گیریم:

$$P_{\text{مخزن}}+P_{\text{روغن}}=P_{\text{آب}}+P_0\Rightarrow P_{\text{پیمانه‌ای}}=P_{\text{مخزن}}-P_0=P_{\text{آب}}-P_{\text{روغن}}$$

$$P_{\text{پیمانه‌ای}}=\rho_{\text{آب}}gh_{\text{آب}}-\rho_{\text{روغن}}gh_{\text{آب}}=(1000-800)\times10\times0/68$$

$$P_{\text{پیمانه‌ای}}=20\times68\,Pa$$

اکنون این فشار پیمانه‌ای را به cmHg تبدیل می‌کنیم:

$$h=\frac{P_{\text{پیمانه‌ای}}}{1360}=\frac{20\times68}{1360}=1\,cmHg\Rightarrow h=10\,mmHg$$

(فیزیک ۱ / ویژگی‌های فیزیکی مواد)

۱۹۵. گزینهٔ «۴» **گام اول:** از رابطهٔ انبساط حجمی یعنی $\Delta V=V_1\gamma\alpha\Delta\theta$ استفاده می‌کنیم. اما قبل از آن رابطهٔ $Q=mC\Delta\theta$ را نیز باید در نظر بگیریم.

$$\Delta\theta=\frac{Q}{mC}\Rightarrow\Delta V=V_1\gamma\alpha\frac{Q}{mC}$$

گام دوم: نسبت تغییر حجم‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=\frac{V_{1_A}}{V_{1_B}}\times\frac{\alpha_A}{\alpha_B}\times\frac{m_BC_B}{m_AC_A}$$

$$\xrightarrow[V_{1_B}=4V_{1_A}\,,\,\alpha_A=\frac{1}{2}\alpha_B]{m_B=m_A\,,\,C_A=\frac{1}{2}C_B}\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\times2=\frac{1}{4}$$

(فیزیک ۱ / دما و گرما)

۱۹۶. گزینهٔ «۴» چون در نهایت ۵۲۰ گرم آب صفر درجهٔ سلسیوس ایجاد شده است، پس دمای تعادل صفر درجهٔ سلسیوس است و چون در ابتدا آب ۵۰°C و یخ صفر درجه بوده است می‌توان نوشت:

آب ۵۰°C ← آب ۰°C ، یخ ۰°C → آب ۰°C

$$mL_f=m'c\Delta\theta\Rightarrow m\times336000=m'\times4200\times50$$

$$80m=50m'\ ,\ m+m'=520$$

$$\Rightarrow m'=320\,g\ \text{جرم آب اولیه}$$

$$m=200\,g\ \text{جرم یخ ذوب شده}$$

(فیزیک ۱ / دما و گرما)

۱۹۷. گزینهٔ «۲» ① $\xrightarrow[P_1=P_2]{\text{فشار ثابت}}$ ② $\xrightarrow[T_2=T_3]{\text{دما ثابت}}$ ③

$$\begin{cases}P_1=2\times10^5\,Pa\\V_1=2L\\T_1=47^\circ C\end{cases}\quad\begin{cases}P_2=2\times10^5\\V_2\\T_2=87^\circ C\end{cases}\quad\begin{cases}P_3=?\\V_3=0/8V_2\\T_3=87^\circ C\end{cases}$$

در فرایند دما ثابت (۲ به ۳)، برای بدست آوردن فشار نهایی از رابطه زیر استفاده می‌کنیم.

$$P_2V_2=P_3V_3\xrightarrow[P_2=2\times10^5]{V_3=0/8V_2}V_2\times2\times10^5=0/8V_2\times P_3$$

$$\Rightarrow P_3=2/5\times10^5\,Pa$$

نکته: در این سوال نیازی به حساب کردن مقدار عددی V_2 نیست.

(فیزیک ۱ / دما و گرما)

۱۹۸. گزینهٔ «۳» **گام اول:** با توجه به نمودار صورت سوال، فرایند AB به‌صورت خط راستی است که از مبدأ می‌گذرد، بنابراین یک تراکم هم فشار است.(نادرستی گزینهٔ «۱»)

گام دوم: فرایند BC انسباط هم دما است که نمودار آن به‌صورت منحنی است (نادرستی گزینهٔ «۴»). می‌دانیم در فرایند هم‌دما، رابطهٔ $P_1V_1 = P_2V_2$ برقرار است که بین دو گزینهٔ باقی مانده، فقط گزینهٔ «۳» در این شرط صدق می‌کند: $(4\times10^5)\times(2) = (10^5)\times(8)$

(فیزیک ۱ / ترمودینامیک)

۱۹۹. گزینهٔ «۲» **گام اول:** فرایند AB هم‌حجم است، پس کار انجام شده صفر است.

گام دوم: BC فرایند هم‌فشار انبساطی است. برای محاسبهٔ گرمای این فرایند از رابطهٔ $Q = nC_p\Delta T$ استفاده می‌کنیم:

$$\xrightarrow[\Delta T=750-450=300\,K]{n=1} Q = 1\times\frac{5}{2}\times8\times300 = 6000\,J$$

(فیزیک ۱ / ترمودینامیک)

۲۰۰. گزینهٔ «۳» **گام اول:** در حالت اول تعداد مول‌های اولیهٔ گاز را از رابطهٔ $PV = nRT$ حساب می‌کنیم:

$$5\times10^5\times30\times10^{-3} = n\times8\times300$$

$$n = 6/25\ mol$$

گام دوم: از همان رابطهٔ $PV = nRT$ مقدار مول باقی‌مانده را حساب می‌کنیم:

$$2/9\times10^5\times30\times10^{-3} = n'\times8\times290$$

$$\Rightarrow n' = 3/75\ mol$$

گام سوم: مقدار مول گاز خارج شده از ظرف را حساب می‌کنیم:

$$n_{\text{خارج‌شده}} = 6/25 - 3/75 = 2/5\ mol$$

گام چهارم: از رابطهٔ $m = nM$ جرم گاز خارج شده را به‌دست می‌آوریم:

$$m = 2/5\times32 = 80\ g$$

(فیزیک ۱ / دما و گرما)

شیمی

تحلیل درس

سؤالات درس شیمی رشتهٔ ریاضی کنکور ۹۹ نسبت به سؤالات کنکور ۹۸ از سطح دشواری بالایی برخوردار بوده و دور از انتظار بود. چیدمان سؤالات تقریباً به تفکیک فصول از شیمی دهم تا دوازدهم بود، و در برخی موارد (مخصوصاً سؤالات استوکیومتری به‌صورت ترکیبی طرح شده بودند.) در بررسی‌های اولیه سؤال و یا گزینهٔ اشتباهی مشاهده نشد.

۲۰۱. گزینهٔ «۲» **گزینه‌ها به‌ترتیب:**

ـ **درست.** جرم $_1^1H$ برابر ۱/۰۰۸amu که کمی بیشتر از ۱amu است.

ـ **درست.** آرایش‌های الکترونی X، Z و Y به‌صورت زیر است:

$$_{35}X:[_{18}Ar]:3d^{10}4s^24p^5$$

$$_{17}Z:[_{10}Ne]:3s^23p^5$$

X و Z هم‌گروه و X و Y هم‌دوره‌اند.

$$_{21}Y = [_{18}Ar]:3d^14s^2$$

ـ **نادرست.** ۶ عنصر نماد دو حرفی دارند. Ar، Cl، Si، Al، Mg و Na

ـ **نادرست.** عناصر یک گروه خواص شیمیایی مشابهی دارند.

(شیمی ۱ / فصل اول)

۲۰۲. گزینهٔ «۱» آرایش الکترونی $_{24}Cr$ به‌صورت زیر است:

$$_{24}Cr:[_{18}Ar]3d^54s^1$$

ـ آخرین زیرلایه (4s) آن یک (a) الکترون دارد و $n+l$ آن برابر ۴ (m) است. زیرلایهٔ 3d (b) ۵ الکترون و $n+l$ هر یک از الکترون‌های آن برابر ۵ (x) است.

(شیمی ۱ / فصل اول)

۲۰۳. گزینهٔ «۱» اگر نوترون را n و پروتون را p فرض کنیم. داریم:

$$72 = n+p \xrightarrow{p=0/8n} 72 = 1/8n \Rightarrow n = 40 \Rightarrow p = 32$$

عنصر M در دورهٔ ۴ و با (گاز نجیب) $_{36}A$ هم‌دوره است.

$$_{32}M^{2+}:30e^-:[_{18}Ar]3d^{10}4s^2$$

در یون M^{2+} ۳ لایه، ۲ و ۳ پر از الکترون می‌باشند. (شیمی ۱و۲ / فصل اول)

۲۰۴. گزینهٔ «۲»

$$4Al + 3O_2 \rightarrow 2Al_2O_3 + 12e^-$$

$$2Al + 3F_2 \rightarrow 2AlF_3 + 6e^-$$

در روی سؤال گفته شده Al به ازای هر واکنش $3/01\times10^{24}e^-$ (معادل ۵ مول الکترون) آزاد می‌کند. با ضرب کردن واکنش دوم در ۲ می‌توان مقدار الکترون‌ها را برابر و میان Al_2O_3 و AlF_3 ارتباط برقرار کرد:

$$2Al_2O_3 \sim 4AlF_3$$

$$\frac{\text{جرم } AlF_3}{\text{جرم } Al_2O_3} = \frac{4\times(27+57)}{2\times(54+48)} \simeq 1/65$$

(شیمی ۱ و ۳ / فصل ۱ و ۲)

۲۰۵. گزینهٔ «۴» یون فسفات (PO_4^{3-}) است. با توجه به فرمول شیمیایی فسفات یون فلز x می‌توان فهمید ظرفیت X برابر ۲ می‌باشد. (X^{2+})

یون سولفید: $S^{2-} \Rightarrow XS$ سولفید فلز

یون نیترید: $N^{3-} \Rightarrow X_3N_2$ نیترید فلز

با توجه به ظرفیت X، +۲ می‌تواند (نه الزاماً) در گروه ۲ جای بگیرد.

(شیمی ۱ / فصل اول)

۲۰۶. گزینهٔ «۳» **بررسی گزینه‌ها:** **گزینهٔ ۱:** درست. فشار گاز در شرایط یکسان با مقدار مول گاز ارتباط دارد. $O_2 = 0/24\,mol$

$$mol\ C_4H_8 : 11/2\times\frac{1\ mol}{56g} = 0/2\,mol\,C_4H_8$$

مول O_2 > مول C_4H_8 ⇐ فشار ظرف (I) > فشار ظرف (II)

گزینهٔ ۲: درست. موازنه واکنش به‌صورت زیر است:

$$C_4H_8 + 6O_2 \rightarrow 4CO_2 + 4H_2O$$

مقدار O_2 لازم برای سوختن کامل ۰/۲ مول C_4H_8 برابر است با:

$$mol\ O_2 = 0/2\ mol\ C_4H_8 \times \frac{6\ mol\ O_2}{1\ mol\ C_4H_8} = 1/2\ mol\ O_2$$

مقدار O_2 کمتر از میزان مورد نیاز است.

گزینهٔ ۳: نادرست. نسبت شمار اتم‌های دو مولکول به‌صورت زیر است:

C_4H_8 : ۱۲ اتم $\quad \frac{0/2\times12}{0/24\times2} = \frac{2/4}{0/48} = 5$

O_2 : ۲ اتم

گزینهٔ ۴: درست. $mol\ O_2 + mol\ C_4H_8 = 0/24 + 0/2 = 0/44\,mol$

$$\Rightarrow 0/44\ mol\ \text{گاز} \times \frac{22/4L}{1\ mol\ \text{گاز}} = 9/856L$$

$$L\ CO = 12/32g \times \frac{1\ mol}{28g} \times \frac{22/4L}{1\ mol} = 9/856L$$

(شیمی ۱ / فصل ۳)

۲۰۷. گزینهٔ «۲» موازنهٔ واکنش به‌صورت زیر است:

$$I_2(s)+10HNO_3(aq)\rightarrow 2HIO_3(aq)+10NO_2(g)+4H_2O(l)$$

قسمت اول:

$$gI_2=0/2\ mol\ NO_2\times\frac{1\ mol\ I_2}{10\ mol\ NO_2}\times\frac{254\ g}{1\ mol\ I_2}=5/08g\ I_2$$

قسمت دوم: (توجه در این‌جا چگالی محلول را $1\ g\cdot mL^{-1}$ در نظر می‌گیریم.)

$$g\ HNO_3=0/2\ mol\ NO_2\times\frac{10\ mol\ HNO_3}{10\ mol\ NO_2}\times\frac{63\ g}{1\ mol\ HNO_3}$$

$$=12/6\ g$$

$$ppm=\frac{g\ HNO_3}{g\ محلول}\times10^6\Rightarrow5000=\frac{12/6}{x}\times10^6\Rightarrow2520g$$

$$\Rightarrow 2520g=2520\ mL=2/52\ L$$

روش دوم: می‌توان به روش برابری مول به ضریب به جواب رسید. اگر مقدار ید را x و حجم محلول را y فرض کنیم. داریم:

$$\frac{mol\ I_2}{1}=\frac{mol\ NO_2}{10}=\frac{mol\ HNO_3}{10}$$

$$\frac{x}{254}=\frac{0/2}{10}=\frac{y\times5000}{10\times63\times10^6}\Rightarrow\begin{cases}x=5/08\\y=2/52\end{cases}$$

(شیمی ۱ / فصل ۲)

۲۰۸. گزینهٔ «۱»

$$BaCl_2(aq)+Na_2SO_4(aq)\rightarrow 2NaCl(aq)+BaSO_4(s)$$

$$\downarrow$$

$$200gr$$

$$\%10$$

بررسی گزینه‌ها: **گزینهٔ ۱:** درست

$$1)\ 200\ gr\ Na_2SO_4\times\frac{10}{100}\times\frac{1\ mol}{142g\ Na_2SO_4}\times\frac{1\ mol\ BaSO_4}{1\ mol\ Na_2SO_4}$$

$$\times\frac{233}{1\ mol\ BaSO_4}\simeq32/8\ g$$

روش دوم:

$$\frac{200\times0/1}{142}=\frac{x}{233}\Rightarrow a=32/8$$

گزینهٔ ۲: نادرست؛ NaCl فراورده محلول در آب است.

$$\frac{200\times0/1}{142}=\frac{mol\ NaCl}{2}\simeq0/28\ mol\ NaCl$$

$$3)\ BaCl_2\sim2Cl^-\Rightarrow Na_2SO_4\sim2Cl^-$$

گزینهٔ ۳: نادرست

$$\frac{200\times0/1}{142}=\frac{x}{2\times6/02\times10^{23}}\Rightarrow x=1/7\times10^{23}$$

گزینهٔ ۴: نادرست؛ $BaSO_4$ محلول در آب نیست. (شیمی ۱ / فصل ۳)

۲۰۹. گزینهٔ «۴» **بررسی گزینه‌ها**

گزینهٔ ۱: نادرست. NH_3 پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد و بیشترین نقطهٔ جوش را دارد. جرم مولی AsH_3 بیشتر از PH_3 بوده و نقطهٔ جوش بیشتری دارد. ترتیب به‌صورت: $NH_3>AsH_3>PH_3$

گزینهٔ ۲: نادرست. هر دو ماده قطبی‌اند، ولی آب به دلیل تشکیل پیوند هیدروژنی نقطهٔ جوش بالایی دارد.

گزینهٔ ۳: نادرست. در ساختار یخ مولکول‌های آب با پیوند هیدروژنی (بین‌مولکولی) با چهار مولکول آب دیگر متصل می‌شود.

گزینهٔ ۴: درست. گزینه، شرط تشکیل پیوند هیدروژنی را بیان می‌کند و این مواد می‌توانند نقطهٔ جوش بالایی داشته باشند. (شیمی ۱ / فصل سوم)

۲۱۰. گزینهٔ «۳» موارد به ترتیب از بالا به پایین.

ـ درست. با کاهش دما انحلال‌پذیری گازها افزایش می‌یابد که نشان‌دهندهٔ گرماده بودن انحلال آن‌ها است.

ـ درست. مثلاً انحلال اسیدهای آلی محلول در آب (نظیر فرمیک‌اسید، استیک‌اسید) با تولید یون باعث رسانایی می‌شود.

ـ درست. افزایش دما باعث کاهش انحلال‌پذیری و افزایش فشار باعث افزایش انحلال‌پذیری می‌شود.

ـ نادرست. مطابق نمودار انحلال‌پذیری نمک‌ها در کتاب درسی، انحلال‌پذیری لیتیم‌سولفات گرماده و پتاسیم‌نیترات گرماگیر است. لذا کاهش دما فقط انحلال‌پذیری لیتیم‌سولفات را افزایش می‌دهد. (شیمی ۱ / فصل ۳)

۲۱۱. گزینهٔ «۳»

$$4HNO_3(aq)+Cu(s)\rightarrow Cu(NO_3)_2(aq)+2NO_2(g)+2H_2O(l)$$

$$630g\ HNO_3\times\frac{80}{100}\times\frac{1\ mol\ HNO_3}{63\ g\ HNO_3}\times\frac{1\ mol\ Cu(NO_3)_2}{4\ mol\ HNO_3}$$

$$=2\ mol\ Cu(NO_3)_2$$

روش دوم:

$$\frac{630\times0/8}{4\times63}=\frac{x}{1}\Rightarrow x=2\ mol\ Cu(NO_3)_2$$

قسمت دوم: با برابر کردن ضرایب NO_2 در دو واکنش می‌توان مستقیم از مقدار HNO_3 به مقدار گاز اوزون رسید. واکنش دوم را در ۲ ضرب می‌کنیم.

$$4HNO_3\sim2O_3$$

$$\frac{630\times0/8}{4\times63}=\frac{x}{2\times22/4}\Rightarrow x=89/6L\ O_3$$

(شیمی ۲ / فصل ۱)

۲۱۲. گزینهٔ «۱» رابطهٔ نوشته‌شده بیان‌کنندهٔ شرایط انحلال‌پذیر بودن ترکیب یونی است. ترکیبات منیزیم‌کلرید، لیتیم‌سولفات محلول در آب و مابقی نامحلول در آب‌اند. (شیمی ۱ / فصل ۳)

۲۱۳. گزینهٔ «۳» مقدار اتن ورودی در هر ساعت برابر است با:

$$1400\times\underbrace{3600}_{\text{هرساعت}}(s)=504\times10^4g$$

$$504\times10^4g\ C_2H_4\times\frac{80}{100}\times\frac{1\ mol}{28\ g\ C_2H_4}\times\frac{1\ mol\ C_2H_5OH}{1\ mol\ C_2H_4}$$

$$\times\frac{46\ g}{1\ mol\ C_2H_5OH}\times\frac{1\ تن}{10^6g}\simeq6/62\ تن اتانول$$

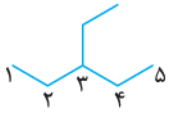
روش دوم:

$$\frac{504\times10^4\times0/8}{28}=\frac{x\times10^{-6}}{46}\Rightarrow x=6/62\ تن$$

(10^{-6} برای تبدیل گرم به تن است.) (شیمی ۲ / فصل ۱)

۲۱۴. گزینهٔ «۴» **بررسی گزینه‌ها**

گزینهٔ ۱: درست. ساختار و نام فرمول به‌صورت روبه‌رو و با هپتان ایزومر (همپار) است.



۳- اتیل پنتان

(ایزومر: دو ترکیب با فرمول یکسان ولی ساختار متفاوت)

گزینهٔ ۲: درست؛ سیکلوپنتان: C_5H_{10} هر دو ایزومر و $\frac{\text{تعداد C}}{\text{تعداد H}}=\frac{1}{2}$

پنتن: C_5H_{10}

گزینه ۳: درست $C_6H_6+3H_2\rightarrow C_6H_{12}$

گزینهٔ ۴: نادرست؛ ششمین عضو آلکین‌ها: C_7H_{12} و ششمین عضو آلکان‌ها C_6H_{14} است.

اختلاف جرم این دو ماده ۱۰ گرم است. (شیمی ۲ / فصل ۱)

۲۱۵. گزینهٔ «۴» **بررسی گزینه‌ها:** گزینهٔ ۱: نادرست. فرمول ترکیبات I و II و جرم مولی آن‌ها به‌صورت زیر است. اختلاف جرم ۲ گرم می‌باشد.

ترکیب	I	II
فرمول	$C_{10}H_{14}O$	$C_{10}H_{16}O$
جرم مولی	۱۵۰	۱۵۲

با توجه به اختلاف ۲ اتم هیدروژن در فرمول مولکولی هم می‌توان گفت ۲ گرم اختلاف جرم دارند.

گزینهٔ ۳: نادرست؛ با توجه به متفاوت بودن فرمول مولکولی دو ترکیب نمی‌توانند همپار (ایزومر) باشند.

گزینهٔ ۴: درست.

$$C_{10}H_{14}O+13O_2\rightarrow 10CO_2+7H_2O$$

$$LO_2=7/5g\,(I)\times\frac{1\,mol(I)}{150g(I)}\times\frac{13\,mol\,O_2}{1\,mol\,(I)}\times\frac{22/4\,L}{1\,mol\,O_2}=14/56L$$

(شیمی ۲ / فصل ۱)

۲۱۶. گزینهٔ «۳» **قسمت اول:** چون واحدهای داده و خواسته‌شده تن است، نیازی به تبدیل به گرم نداریم. (صرفاً جهت راحتی کار)

$$2/8g\,Fe\times\frac{1\,mol}{56\,g\,Fe}\times\frac{1\,mol\,Fe_2O_3}{2\,mol\,Fe}\times\frac{160\,g}{1\,mol\,Fe_2O_3}$$

$$\times\frac{100}{50}\times\frac{100}{80}=10\,\text{تن}$$

روش دوم:

$$\frac{2/8}{2\times56}=\frac{x\times0/5\times0/8}{160}\Rightarrow x=10$$

قسمت دوم: $(CO_2+CaO\rightarrow CaCO_3)\times3$

اگر این واکنش را در ۳ ضرب کنیم ضریب CO_2 در دو واکنش برابر می‌شود. در نتیجه: $2Fe\sim3CaO$

$$\frac{2/8\times10^6}{2\times56}=\frac{x\times10^3}{3\times56}\Rightarrow x=4200\,kg\,CaO$$

(شیمی ۲ / فصل اول)

۲۱۷. گزینهٔ «۳»

I) $CS_2(l)+3O_2(g)\rightarrow CO_2(g)+2SO_2(g)$

II) $4NH_3(g)+3O_2(g)\rightarrow 2N_2(g)+6H_2O(l)$

گرمای سوختن ۱ گرم NH_3: $1gNH_3\times\frac{1\,mol}{17\,gNH_3}\times\frac{1530\,kJ}{4\,mol\,NH_3}=22/5\,kJ$

$22/5\,kJ$ معادل مصرف چند گرم CS_2 است؟

$$22/5kJ\times\frac{1\,mol\,CS_2}{1075\,kJ}\times\frac{76\,g}{1\,mol\,CS_2}\simeq1/59g\,CS_2$$

قسمت دوم:

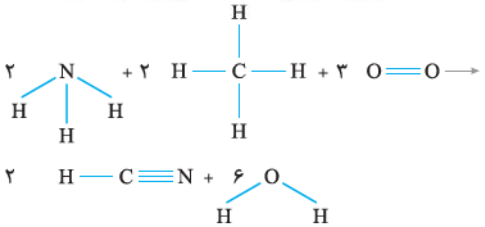
$4\,mol\,NH_3\sim2\,mol$ گاز N_2

$$1\,mol\,NH_3\times\frac{2\,mol\,\text{گاز}}{4\,mol\,NH_3}=0/5\,mol\,\text{گاز}\,N_2$$

(شیمی ۲ / فصل ۲)

۲۱۸. گزینهٔ «۳»

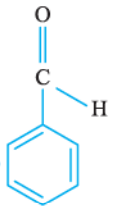
$$\Delta H=(\text{مجموع آنتالپی‌های پیوند فرآورده‌ها})-(\text{مجموع آنتالپی‌های پیوند واکنش‌دهنده‌ها})$$



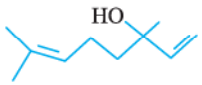
$$\Delta H=(2\times3\Delta H_{N-H}+2\times4\Delta H_{C-H}+3\Delta H_{O=O})$$
$$-(2\Delta H_{C-H}+2\Delta H_{C\equiv N}+6\times2\Delta H_{O-H})$$

با جاگذاری آنتالپی‌ها به عدد -1007 می‌رسیم. (شیمی ۱ / فصل ۲)

۲۱۹. گزینهٔ «۲»



بنزآلدهید ⇒ فرمول عمومی: C_7H_6O



⇒ فرمول عمومی: $C_{10}H_{18}$

واکنش سوختن هر دو ماده را نوشته و با تشکیل دستگاه دو معادله دومجهولی به جواب می‌رسیم. (البته نیازی به نوشتن از واکنش کامل نیست.)

$$\underset{x}{C_7H_6O}\rightarrow\underset{7x}{7CO_2}+\underset{3x}{3H_2O}$$

$$\underset{y}{C_{10}H_{18}}\rightarrow\underset{10y}{10CO_2}+\underset{9y}{9H_2O}$$

$$CO_2: 7x+10y=9/4$$
$$H_2O: 3x+9y=7/8$$
$$\Rightarrow\begin{cases}x=0/8\\g=0/2\end{cases}\Rightarrow x=20\%$$

(شیمی ۲ / فصل ۲)

۲۲۰. گزینهٔ «۴» تغییرات حجم در شرایطی که غلظت مواد واکنش‌دهنده را تغییر دهد می‌تواند تا حدودی سرعت واکنش را تغییر دهد، ولی اثربخشی آن همانند گزینه‌های دیگر نیست. (شیمی ۲ / فصل ۲)

۲۲۱. گزینهٔ «۳» این سؤال کپی سؤال صفحهٔ ۸۶ کتاب درسی یازدهم هست.

در بازهٔ ۲۰ − ۳۰ ثانیه: جرم $CO_2\Rightarrow 64/66-64/88=0/22$

$\Rightarrow$ مول CO_2 (a): 5×10^{-3}

در بازهٔ ۴۰ − ۵۰ ثانیه: جرم $CO_2\Rightarrow 64/50-64/55=0/05$

$\Rightarrow$ مول CO_2 (c): $1/1\times10^{-3}$

$$\frac{c}{a}=\frac{1/1\times10^{-3}}{5\times10^{-3}}=0/22$$

در بازهٔ ۳۰ − ۴۰: جرم $CO_2\Rightarrow 64/55-64/66=0/11\Rightarrow$

$$b=R=\frac{\Delta n\rightarrow 2/5\times10^{-3}}{\Delta t\rightarrow 10}\Rightarrow b=2/5\times10^{-4}$$

(شیمی ۲ / فصل سوم)

۲۲۲. گزینهٔ «۲» **بررسی موارد:** آ) نادرست. پلی‌استیرن در تهیهٔ ظروف یک‌بار مصرف استفاده می‌شود نه استیرن.

ب) نادرست. طبق نمودار صفحهٔ ۹۹ کتاب کمتر از ۵۰٪ است.

پ) درست. پلیمر تفلون (پلی‌تترافلوئور و اتن) از لحاظ شیمیایی بی‌اثر و می‌تواند به عنوان مبرد (سردکننده) مورد استفاده قرار گیرد.

ت) درست. مطابق متن کتاب.

ث) درست. پلیمر پلی‌اتن به‌صورت لایه‌ای و شاخه‌دار وجود دارد.

در عبارت (آ) آمده است: «در صنعت، ظرف‌های یکبار مصرف را از استیرن تهیه می‌کنند.»

این عبارت مطابق پاسخ‌نامه سازمان سنجش، درست در نظر گرفته شده است. لازم است در این مورد دو نکته مهم را تذکر دهیم:

۱) ارائه چنین عبارتی در کنکور، حقیقتاً منصفانه نیست! چرا؟ چون با دو استدلال مختلف، می‌شود درست یا نادرست بودن عبارت را نتیجه گرفت. اگر طراح تست قصد داشته این عبارت را درست حساب کند، چرا به جای استیرن، پلی‌استیرن ننوشته است؟ و اگر منظورش این بود که عبارت نادرست باشد، چرا به جای استیرن، مثلاً پلی سیانو اتن را عنوان نکرده است که داوطلبانی که به کتاب درسی اشراف دارند، با خیال راحت، رأی به نادرست بودن عبارت بدهند؟

۲) اگر این عبارت را خیلی دقیق و موشکافانه کارشناسی کنیم، حتماً رأی به نادرستی آن می‌دهیم. راستش ظروف یکبار مصرف از پلی‌استیرن (نوعی پلاستیک) ساخته می‌شوند، نه از استیرن. اگر استدلال طراح تست این باشد که پلی‌استیرن هم از استیرن تهیه می‌شود، راستش، استیرن هم از بنزن تهیه می‌شود و بنزن را یا از نفت خام به دست می‌آورند و یا از تری مریزاسیون اتین تهیه می‌کنند. چطور است اعلام کنیم ظروف یکبار مصرف از گاز اتین تهیه می‌شود؟!!

مثال دیگر: بطری‌های پلاستیکی آب، با استفاده از پلیمری به نام پلی‌اتیلن ترفتالات یا PET تولید می‌شوند. خب! PET از چی ساخته می‌شود؟ از دو مادهٔ شیمیایی، اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید. حالا، اتیلن گلیکول از اکسایش گاز اتن و ترفتالیک اسید از اکسایش زایلن تولید می‌شود. آیا می‌توان گفت PET از اتن و ترفتالیک اسید ساخته می‌شود؟!

مثال دیگر: بسیاری از لباس‌ها از پلیمری به نام کلی پلی‌استر ساخته می‌شوند و پلی‌استر با استفاده از یک اسید و یک الکل تهیه می‌شود. آیا می‌توان گفت که لباس از الکل و اسید ساخته می‌شود؟!!

حرف آخر: در توانمندی و قدرت طراحی و سواد طراحان درس شیمی کنکور تردیدی نیست. ولی طرح پرسشی مثل عبارت ذکر شده در کنکور، موجب اذیت دانش‌آموزان، حتی قوی‌ترین آن‌ها می‌شود. انتظار می‌رود که اگر درجه دشواری سؤال‌ها را مثل کنکور ۹۹ بالاتر هم ببرند، ولی تمام تلاش خود را بکنند که سؤال‌ها شفاف باشد. (شیمی ۲ / فصل ۳)

۲۲۳. گزینهٔ «۱» قسمت دوم سؤال را از روی NaOH و به روش کسرهای تبدیل واحد و قسمت اول را با روش کسری برابری مول به ضریب

$$\text{gr Cu(OH)}_2 = (0/5\times 0/1)\,\text{mol NaOH}\times\frac{1\,\text{mol Cu(OH)}_2}{2\,\text{mol NaOH}}\times\frac{98\,\text{g}}{1\,\text{mol Cu(OH)}_2}=2/45\,\text{g}$$

قسمت اول:

$$\frac{\text{mol CuA}_2}{1}=\frac{\text{mol NaOH}}{2}$$

$$\frac{4/55}{64+2A}=\frac{0/5\times 0/1}{2}\Rightarrow A=59\,\text{g}$$

یون استات (اتانوآت): $59\,\text{g}:CH_3COO^-$

یون نیترات: $62\text{g}:NO_3^-$ (شیمی ۱و۲ / فصل ترکیبی)

۲۲۴. گزینهٔ «۴» ویتامین C در آب محلول و ویتامین K نامحلول است. ۰/۴۵ گرم جرم جامد مربوط به ویتامین K می‌باشد.

$$\text{مقدار ویتامین C}=1/05-0/45=0/6\,\text{g}$$

در واکنش سوختن ویتامین K

$$C_{31}H_{46}O_2 \sim 31CO_2(g)$$
$$0/45\,\text{g} \qquad x\,\text{mol}$$

$$0/45\,\text{g K}\times\frac{1\,\text{mol}}{450\,\text{gK}}\times\frac{31\,\text{mol CO}_2}{1\,\text{mol K}}=0/031\,\text{mol CO}_2$$

(شیمی ۲ / فصل ۳)

۲۲۵. گزینهٔ «۱» **استراتژی حل:** با توجه به غلظت اسید رقیق‌شده که به $\frac{1}{4}$ غلظت اولیه خود رسیده، میزان آب تولیدشده در واکنش به‌دست آمده و از آنجا بازده درصدی و به عبارتی مقدار MOH تجزیه‌شده به‌دست می‌آید و ادامهٔ مسئله

$$M_1V_1=M_2V_2\Rightarrow M_1\times 4/8=\frac{1}{4}M_1(4/8+V_{\text{آب}})\Rightarrow V_{\text{آب}}=14/4\,\text{mL}$$

(غلیظ: M_1V_1، رقیق: M_2V_2)

با روابط کسری برابری مول به ضرایب بازده درصدی (x) را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{75\times 0/67\times x}{40}=\frac{14/4}{18}\Rightarrow x\simeq 63/68\%\simeq 64\%$$

۶۴ درصد از MOH مصرف‌شده و ۳۶ درصد باقی‌مانده با HCl واکنش می‌دهد.

$$1\,\text{MOH}\sim 1\,\text{HCl}$$

$$75\,\text{g MOH}\times\frac{67}{100}\times\frac{36}{100}\times\frac{1\,\text{mol MOH}}{40\,\text{g MOH}}\times\frac{1\,\text{mol HCl}}{1\,\text{mol MOH}}$$
$$=0/45\,\text{mol}$$

$$[\text{HCl}]\frac{\text{g}}{\text{L}}=\frac{0/45\times 36/5}{0/5}\simeq 33\,\text{g}$$

(شیمی ۳ / فصل ۱)

۲۲۶. گزینهٔ «۲» **بررسی موارد:** آ) نادرست. NH_3 باز آرنیوس بوده و در ساختار خود یون هیدروکسید (OH^-) ندارد.

ب) درست.

پ) نادرست.

$$2NaOH+H_2SO_4\rightarrow\cdots$$

نسبت مولی باز دو برابر اسید است، یعنی برای خنثی شدن ۰/۵ مول اسید، ۱ مول باز موردنیاز خواهد بود.

ت) درست. HNO_3 اسید قوی است و کاملاً تفکیک می‌شود. HCN اسید ضعیف بوده و معادله یونش آن برگشت‌پذیر است. (شیمی ۳ / فصل ۱)

۲۲۷. گزینهٔ «۱»

$$HA(aq)\rightarrow H^+(aq)+A^-(aq)\xrightarrow{[H^+]=[A^-]}K=\frac{(H^+)^2}{HA}$$

$$[H^+]=10^{-pH}\Rightarrow[H^+]=10^{-4/22}\Rightarrow 10^{-4}\times 10^{-0/22}$$

$$\xrightarrow{10^{-0/22}=\frac{1}{10^{0/22}}}[H^+]=6\times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow K=\frac{36\times 10^{-10}}{1\times 10^{-2}}=3/6\times 10^{-7}$$

$$[HA]=\frac{\frac{0/2}{20}\,\text{mol}}{1\,\text{L}}=0/01\,\text{mol.L}^{-1}$$

قسمت دوم: درصد یونش باید محاسبه شود:

$$\alpha=\frac{[H^+]}{[HA]}\times 100 \Rightarrow \frac{6\times 10^{-5}}{1\times 10^{-2}}\times 100=0/6$$

(شیمی ۳ / فصل ۱)

۲۲۸. گزینهٔ «۱»

$$3Ag(s)+1NO_3^-(aq)+4H^+(aq)\rightarrow 3Ag^+(aq)+NO(g)+2H_2O(l)$$

مجموع ضرایب برابر ۱۴ است. گونهٔ اکسنده NO_3^- (اتم N) است.

$$NO_3^- \rightarrow NO$$
$$+5 \rightarrow +2$$

۳ واحد تغییر
معادل ۳ مول الکترون

(شیمی ۳ / فصل ۲)

۲۲۹. گزینهٔ «۲» **بررسی گزینه‌ها:** **گزینهٔ ۱:** درست. Ce^{4+} الکترون گرفته و اکسنده است و در نقطه مقابل Ce^{3+} می‌تواند الکترون از دست‌داده و کاهنده باشد.

گزینهٔ ۲: نادرست. Ce^{4+} اکسنده است نه کاهنده.

گزینهٔ ۳: درست.

$$emf=0/74-(-1/72)=+0/98>0$$ خودبه‌خودی

گزینهٔ ۴: درست.

$$(Ce^{4+}+e^-\rightarrow Ce^{3+})\times 3$$ برعکس می‌کنیم
$$Cr^{3+}+3e^-\rightarrow Cr$$
$$Cr^{3+}+3Ce^{3+}\rightarrow Cr+3Ce^{4+}$$

(شیمی ۳ / فصل ۲)

۲۳۰. گزینهٔ «۳» با توجه به اینکه واکنش زیر انجام نمی‌شود. می‌توان فهمید قدرت اکسندگی M^{2+} کمتر از Sn^{2+} و پتانسیل کاهشی آن کم‌تر از $-0/14$ خواهد بود.

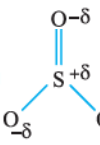
$$M^{2+}(aq)+Sn(s)\rightarrow$$ انجام نمی‌شود

در گزینه‌ها $-0/4$ می‌تواند پاسخ درست باشد. (شیمی ۳ / فصل ۲)

۲۳۱. گزینهٔ «۲» **بررسی عبارت‌ها:** **عبارت ۱:** درست. اتین ماده‌ای ناقطبی است. با توجه به اینکه اکسیژن نافلز قوی‌تری است $-\delta$ بر روی اکسیژن و $+\delta$ بر روی هیدروژن نسبت به حالت مشابه در H_2S بیشتر بوده و پیوندها قطبیت بیشتری دارند.

عبارت ۲: نادرست. HF شاره مولکولی و NaCl شاره یونی است. NaCl در گسترهٔ دمایی بیشتری مایع است.

عبارت ۳: نادرست. اکسیژن نافلز قوی‌تری است و جزئی بار منفی خواهد داشت.



عبارت ۴: درست. ترتیب شعاع یون‌ها: $O^{2-}>F^->Na^+>Mg^{2+}$

(شیمی ۳ / فصل ۳)

۲۳۲. گزینهٔ «۱» مطابق داده‌های کتاب درسی اختلاف انرژی‌های شبکه بین LiCl و KF کمترین مقدار است. (شیمی ۳ / فصل ۳)

۲۳۳. گزینهٔ «۲» عبارت‌های اول و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست: **عبارت ۲:** نادرست. الکترون‌های لایهٔ ظرفیت دریای الکترونی را تشکیل می‌دهند.

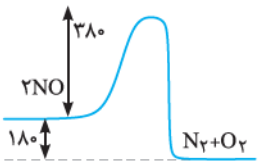
عبارت ۳: نادرست. خواص فیزیکی فلزات از قبیل رسانایی با دریای الکترونی قابل توجیه است. اعداد اکسایش فلزات ویژگی شیمیایی محسوب می‌شود.

عبارت ۵: نادرست. دریای الکترونی عاملی است که چیدمان کاتیون‌های فلزی (نه اتم‌ها) را به‌طور مستحکم در شبکهٔ فلزی حفظ می‌کند.

دقت داشته باشید صحبت از ثابت بودن هسته و جاذبه قوی میان آن با بیرونی‌ترین لایه نادرست است. (شیمی ۳ / فصل ۳)

۲۳۴. گزینهٔ «۴» از توضیحات سؤال می‌توان اظهار داشت:

$$\begin{cases}Ea=380\,kJ\\ \Delta H=-180\,kJ\end{cases}$$



بررسی موارد: آ) نادرست. ضریب N_2 نصف NO است و به ازای مصرف ۰/۲۵ مول NO، ۰/۱۲۵ مول N_2 تولید می‌شود، ولی از مصرف ۰/۲۵ مول NO گرمایی که آزاد می‌شود برابر است با:

$$0/25\,mol\,NO\times\frac{180\,kJ}{2\,mol\,NO}=22/5$$

ب) درست. مطابق شکل بالا درست است.

پ) درست. کاتالیزگر زمان انجام واکنش را کوتاه و سرعت را افزایش می‌دهد.

ت) نادرست. تفاوت سطح انرژی مواد واکنش‌دهنده و فرآورده همان ΔH واکنش است. کاتالیزگر ΔH واکنش را تغییر نمی‌دهد. (شیمی ۳ / فصل ۴)

۲۳۵. گزینهٔ «۴»

قسمت اول: میزان جذب آلاینده‌ها در مبدل به ازای ۱ کیلومتر

$$(1/03+1/66+6)-(0/04+0/06+0/6)=7/99\,g$$

$$800000\times 50\,km\times\frac{7/99\,g}{1\,km}\times\frac{1\,T}{10^6\,g}=319/6\,\text{تن}$$

قسمت دوم:

$$CO=\frac{0/6}{0/04+0/06+0/6}\times 100=85/71$$

(شیمی ۳ / فصل ۴)