

ریاضی و فیزیک		رشته:	ساعت شروع:	تاریخ آزمون:	دوازدهم
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	صباح ۸:۰۰		۱۴۰۳/۰۵/۲۳		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایشارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳					
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir					
نمره	راهنمای تصحیح				
۰.۵	الف) نادرست (۰/۲۵) صفحه ۲۱ کتاب درسی صفحه ۲۳ کتاب درسی (۰/۲۵) درست				
۱.۲۵	$C = ۳A + ۲B = \underbrace{\begin{bmatrix} -3 & 3m \\ -6 & 3m \end{bmatrix}}_{۰/۲۵} + \underbrace{\begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}}_{۰/۲۵} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 3m-6 \\ 0 & 3m+2 \end{bmatrix}}_{۰/۲۵}$ <p>(اگر به صورت مستقیم ماتریس C محاسبه شده بود $\frac{(۰/۷۵)}{\text{نمک داده شود.}}$)</p> $\underbrace{3m-6=0}_{۰/۲۵} \Rightarrow 3m=6 \Rightarrow m=2 \quad \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌های قطر اصلی } = ۹ \quad (۰/۲۵)$				
	<p>صفحات ۱۲ و ۱۶ کتاب درسی</p> <p>روش اول:</p> $A^2 = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}}_{۰/۵} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = ۲I \Rightarrow A^F = \underbrace{A^T \times A^2}_{۰/۲۵} = (2I) \times (2I) = 4I^2 = 4I$ $\Rightarrow A^D = \underbrace{A \times A^F}_{۰/۲۵} = A \times (4I) = 4A \quad \text{یا} \quad A^D = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ <p>روش دوم:</p> $A^2 = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}}_{۰/۵} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = ۲I \Rightarrow A^3 = \underbrace{A \times A^2}_{۰/۲۵} = A \times (2I) = 2A$ $\Rightarrow A^D = \underbrace{A^T \times A^3}_{۰/۲۵} = (2I) \times (2A) = 4A \quad \text{یا} \quad A^D = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ <p>روش سوم:</p> $A^2 = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}}_{۰/۲۵} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^3 = \underbrace{A \times A^2}_{۰/۲۵} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A^F = \underbrace{A \times A^3}_{۰/۲۵} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^D = \underbrace{A \times A^F}_{۰/۲۵} = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$				

رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	دوازدهم
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	صفحه ۸:۰۰	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir		

ردیف	نحوه	راهنمای تصحیح
الف) صفحه ۳۰ کتاب درسی		$A = \begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ ۰ & ۳ \end{bmatrix} \Rightarrow A = ۹ \quad ۰/۲۵$
۱.۷۵	b) صفحه ۳۱ کتاب درسی	$\begin{array}{ccc cc} a & b & c & a & b \\ ۰ & d & ۰ & ۰ & d \\ e & ۰ & f & e & ۰ \end{array} \Rightarrow A = (adf + ۰ + ۰) - (edc + ۰ + ۰) = adf - edc \quad ۰/۵$ $\begin{array}{ccc cc} ka & kb & kc & ka & kb \\ ۰ & d & ۰ & ۰ & d \\ e & ۰ & f & e & ۰ \end{array} \Rightarrow B = kadf - kedc = k(adf - edc) = k A \quad ۰/۵$
۱.۵	صفحه ۲۵ کتاب درسی	$A = \begin{bmatrix} ۳ & -۴ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow A = ۶ - ۴ = ۲, A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ ۱ & ۳ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ ۱ & ۳ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} ۶ \\ ۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = ۳ \quad (۰/۲۵) \\ y = ۲ \quad (۰/۲۵) \end{cases}$
۰.۵	نگارشی دیگر:	$A = \begin{bmatrix} ۳ & -۴ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow A = ۶ - ۴ = ۲, A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ ۱ & ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{۱}{۲} & ۲ \\ \frac{۱}{۲} & \frac{۳}{۲} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{۱}{۲} & ۲ \\ \frac{۱}{۲} & \frac{۳}{۲} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = ۳ \quad (۰/۲۵) \\ y = ۲ \quad (۰/۲۵) \end{cases}$
۱.۵	الف) نقطه (۰/۰) صفحه ۳۵ کتاب درسی	صفحه ۱۵ کتاب درسی (۰/۰)
۰.۵	ب) سهمی (۰/۰) صفحه ۱۵ کتاب درسی	صفحه ۳۹ کتاب درسی
۱.۵	بحث در وجود جواب: حالت اول: دایره یکی از خطوط L یا L' را در دو نقطه قطع می‌کند. در این حالت مسئله دو جواب دارد. (۰/۲۵) حالت دوم: دایره بر یکی از خطوط L یا L' مماس است. در این حالت مسئله یک جواب دارد. (۰/۲۵) حالت سوم: دایره هیچ یک از خطوط L و L' را قطع نمی‌کند. در این حالت مسئله فاقد جواب است. (۰/۲۵) اگر حالت های بالا رسم شکل بیان شده باشد به هر حالت (۰/۰) نمره تعلق گیرد.)	(۰/۰)

رشنده:	ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:	۱۴۰۳/۰۵/۲۳	دوازدهم
مدت آزمون:	۱۲۰ دقیقه	صبح	۸:۰۰	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پژوهش azmoon.medu.ir				دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱.۵	<p>$O(2, -3)$, $r = 3$</p> <p>$O'(-1, 1)$, $r' = \frac{1}{2} \sqrt{8 - 4m} = \sqrt{2 - m}$</p> <p>$d = OO' = \sqrt{9 + 16} = 5$, $r + r' = d \Rightarrow 3 + \sqrt{2 - m} = 5 \Rightarrow \sqrt{2 - m} = 2 \Rightarrow 2 - m = 4 \Rightarrow m = -2$</p> <p>$O'(-1, 1)$, $r' = \frac{1}{2} \sqrt{8 - 4m}$</p> <p>$d = OO' = \sqrt{9 + 16} = 5$, $r + r' = d \Rightarrow 3 + \frac{1}{2} \sqrt{8 - 4m} = 5 \Rightarrow \sqrt{8 - 4m} = 4 \Rightarrow 8 - 4m = 16 \Rightarrow m = -2$</p>	صفحه ۴۶ کتاب درسی نگارشی دیگر:
۱.۲۵	<p>شعاع عمود بر وتر آن وتر را نصف می کند، لذا $\overbrace{HB}^{=3} = 3$</p> <p>(یا تعیین HB روی شکل $\frac{1}{2}(0/25)$ نمره)</p> <p>$OH = \frac{ 4 + 3 - 1 }{\sqrt{16 + 9}} = \frac{6}{5} = 1 \Rightarrow \overbrace{r^2 = OH^2 + HB^2}^{=1+9=10} = 1 + 9 = 10$</p> <p>$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 10 \quad \frac{1}{2}(0/5)$ معادله دایره:</p>	صفحه ۴۳ کتاب درسی ۹

رشنده:	ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:	۱۴۰۳/۰۵/۲۳	دوازدهم
مدت آزمون:	۱۲۰ دقیقه	صفحه ۸:۰۰		
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir				دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تاپستان ۱۴۰۳

ردیف	صفحه	راهنمای تصحیح	نمره
الف) صفحه ۴۹ کتاب درسی روش اول: روش دوم:	۱۰	$\begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \end{cases} \quad , \quad \underbrace{a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 9 = 4 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{5}}_{0/25} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ $\begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \end{cases} \quad , \quad e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$	
ب) صفحه ۴۷ کتاب درسی	۱۱	محل تلاقی PF' با بیضی را M می نامیم (یا مشخص کردن M روی شکل). $(0/25)$	۱.۷۵
در مثلث PMF بنا بر قضیه نامساوی مثلث داریم: $\underbrace{PF + MP > MF}_{0/25}$		پس با افزودن $'MF'$ به طرفین نامساوی خواهیم داشت:	
$\underbrace{PF + \overbrace{MP + MF'} > MF + MF'}_{0/25} \Rightarrow \underbrace{PF + PF' > 2a}_{0/25}$		نگارشی دیگر:	
محل تلاقی PF' با بیضی را M می نامیم (یا مشخص کردن M روی شکل). $(0/25)$			
$PF + PF' = \underbrace{PF + \overbrace{PM + MF'}}_{0/25} \geq \underbrace{MF + MF'}_{0/25} = \underbrace{2a}_{0/25}$			
صفحه ۵۵ کتاب درسی	۱۲	$y^2 - 4y = 4x \Rightarrow y^2 - 4y + 4 = 4x + 4 \Rightarrow (y - 2)^2 = 4(x + 1)$	
لذا سهمی فوق یک سهمی افقی رو به راست می باشد و در آن داریم:			
$\begin{cases} x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{S(-1, 2)}_{0/5}$ و $\frac{4a = 4}{0/25} \Rightarrow a = 1$			۱۰
$F(0, 2)$ کانون و $x = -2$ خط هادی			
(اگر خواسته های سوال از روی شکل مشخص شده بود همانند بارم بندی بالا نمره تعلق گیرد.)			
الف) $x = 2$ (۰/۲۵) پ) صفر (۰/۲۵)	۱۳	صفحه ۶۶ کتاب درسی صفحه ۸۲ کتاب درسی	
صفحه ۷۶ کتاب درسی صفحه ۸۲ کتاب درسی	۱۴	(۰/۲۵) (۲, ۱, ۰) (۰/۲۵) (۰, ۰, -۳) - \bar{k}	

رشنده:	ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:	۱۴۰۳/۰۵/۲۳	دوازدهم
مدت آزمون:	۱۲۰ دقیقه	صبح	۸:۰۰	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳				azmoon.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
صفحه ۷۹ کتاب درسی	<p>روش اول: فرض می کنیم θ زاویه بین دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} باشد، در این صورت:</p> $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta \leq \vec{a} \vec{b} (1) = \vec{a} \vec{b} $ <p>روش دوم: فرض می کنیم $(\vec{a}, \vec{b}) = (a_1, a_2, a_3)$ ، $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ در این صورت:</p> $ \vec{a} \cdot \vec{b} \leq \vec{a} \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} ^2 \leq \vec{a} ^2 \vec{b} ^2 \Leftrightarrow (a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2)$ $\Leftrightarrow a_1^2 b_1^2 + a_2^2 b_2^2 + a_3^2 b_3^2 + 2a_1 b_1 a_2 b_2 + 2a_1 b_1 a_3 b_3 + 2a_2 b_2 a_3 b_3 \leq a_1^2 b_1^2 + a_2^2 b_2^2 + a_3^2 b_3^2 + a_1^2 b_2^2 + a_2^2 b_1^2 + a_1^2 b_3^2 + a_3^2 b_1^2 + a_2^2 b_3^2 + a_3^2 b_2^2$ $\Leftrightarrow a_1^2 b_1^2 - 2a_1 b_1 a_2 b_2 + a_2^2 b_2^2 - 2a_1 b_1 a_3 b_3 + a_3^2 b_3^2 - 2a_2 b_2 a_3 b_3 + a_1^2 b_2^2 + a_2^2 b_3^2 \Leftrightarrow (a_1 b_1 - a_2 b_2)^2 + (a_1 b_1 - a_3 b_3)^2 + (a_2 b_2 - a_3 b_3)^2$ <p>چون رابطه اخیر همواره درست بوده و روابط بالا بازگشت پذیرند پس حکم همواره برقرار است.</p>	۱۳

صفحات ۸۰ و ۸۱ کتاب درسی		
$\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b} = (2, -1, 1) - (1, 0, 1) = (1, -1, 0)$ $\vec{c} \cdot \vec{b} = 1 + 0 + 0 = 1$ $ \vec{b} = \sqrt{1+0+1} = \sqrt{2}$	$\left. \begin{array}{l} \vec{c}' = \frac{\vec{c} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} } \vec{b} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, 1) = (1, 0, 1) \\ \text{و/5} \end{array} \right\} \text{و/5}$	۱۴

صفحه ۸۴ کتاب درسی		
$\overrightarrow{AB} = (-1, -2, 0)$ $\overrightarrow{AC} = (-1, 0, 2)$	$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (-6, 2, -2)$ $\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} \sqrt{36+4+4} = \frac{7}{2}$	۱۵

رشنده:	ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:	۱۴۰۳/۰۵/۲۳	تاریخ آزمون:	۸:۰۰ صبح	مدت آزمون:	۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳						دوازدهم	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳						azmoon.medu.ir	
نمره	راهنمای تصحیح						ردیف
۰.۷۵	$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -2 \Rightarrow V = \underbrace{ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) }_{0/25} = -2 = 2$ $\vec{b} \times \vec{c} = -\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1, 1, -1) \Rightarrow \underbrace{\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})}_{0/25} = 0 - 1 - 1 = -2 \Rightarrow V = \underbrace{ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) }_{0/25} = -2 = 2$ <p>(اگر برای محاسبه حجم متوازی السطوح از ترتیب های دیگر ضرب مختلط استفاده شده بود مشابه بالا نمره داده شود.)</p>						صفحه ۸۳ کتاب درسی روش اول: روش دوم:
							۱۶