



آزمون ۱۵ از ۷



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

نام:

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

صبح جمعه
۱۴۰۳/۱۰/۲۸

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم
مرحله پنجم

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

مدت پاسخگویی: ۱۰۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۸۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۴۵ دقیقه
۲	فیزیک	۲۵	۳۱	۵۵	۲۵ دقیقه
۳	شیمی	۲۵	۵۶	۸۰	۲۵ دقیقه

وبسایت: www.dozdeh.com

۱- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x+k}{x-1}$ را k واحد به چپ انتقال داده و سپس نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم و در نهایت k واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. اگر نمودار نهایی، محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۸ قطع کند، مجموع جواب‌های ممکن برای k کدام است؟

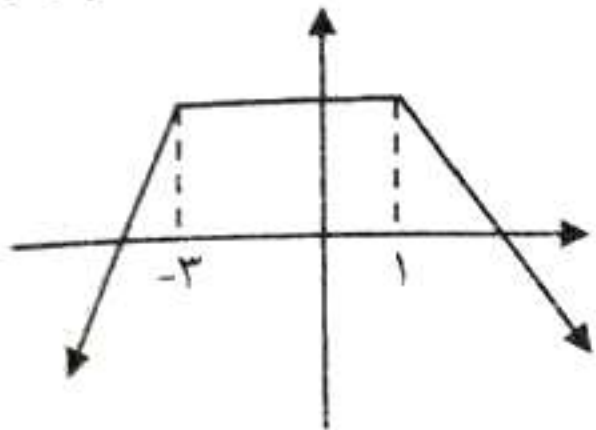
۷ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۲- نمودار تابع f به صورت زیر است. اگر تابع $y = -2f(a - \frac{x}{3})$ در بازه $[-2, +\infty)$ صعودی باشد، حداکثر a کدام است؟



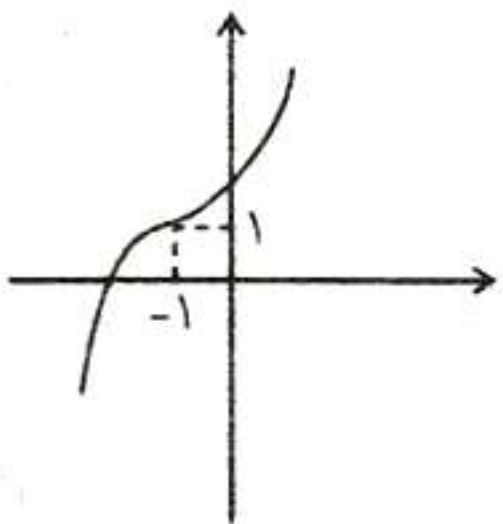
$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

$\frac{11}{2}$ (۴)

$\frac{11}{3}$ (۳)

۳- نمودار تابع $f(x) = (x-\alpha)^2 + \beta$ به صورت زیر است. به ازای کدام مقدار k ، دامنه تابع $y = \sqrt{xf(\beta x - k)}$ برابر \mathbb{R} است؟



۳ (۱)

۲ (۲)

-۲ (۳)

-۳ (۴)

۴- چند جمله‌ای $x - 2f(x+1)$ بر $x^2 - 4$ و چند جمله‌ای $2x + f(x-1)$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر است. باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای $xf(1-x) + (1-x)f(x)$ بر $x+2$ کدام است؟

۸ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۵- در کدام تابع بیشترین مقدار تابع سه برابر دوره تناوب تابع و مقدار دوره تناوب ۳ واحد بیشتر از کمترین مقدار تابع است؟

$$f(x) = 4 + \frac{7}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{5}x + \frac{\pi}{8}\right) \quad (۲)$$

$$f(x) = \frac{7}{2} - 3 \sin\left(\frac{2\pi}{5}x - \frac{\pi}{4}\right) \quad (۱)$$

$$f(x) = \frac{7}{2} + 4 \cos\left(\frac{4\pi}{5}x + \frac{\pi}{3}\right) \quad (۴)$$

$$f(x) = 4 - \frac{7}{2} \sin\left(\frac{4\pi}{5}x + \frac{\pi}{6}\right) \quad (۳)$$

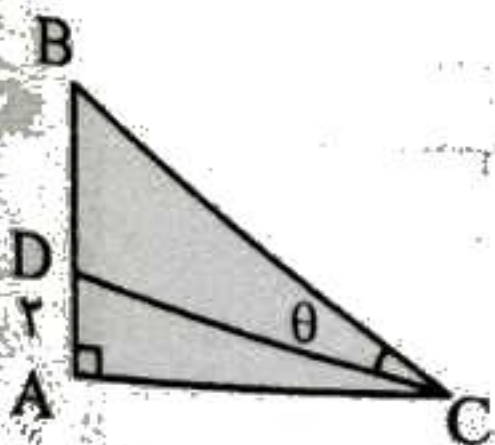
۶- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، اگر $B = \frac{\pi}{4}$ و $\tan 2\theta = \frac{4}{3}$ طول ضلع AC کدام است؟

$\frac{8}{3}$ (۱)

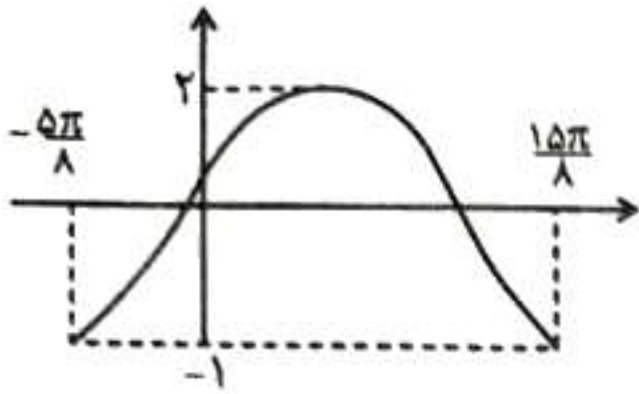
۶ (۲)

$\frac{12}{5}$ (۳)

$\frac{15}{2}$ (۴)



۷- در شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = a \sin^2\left(\frac{\pi}{4} + bx\right) + c$ را در یک تناوب آن نمایش می‌دهد. مقدار ab کدام است؟



- (۱) $\frac{12}{5}$
- (۲) $\frac{4}{5}$
- (۳) $\frac{6}{5}$
- (۴) $\frac{8}{5}$

۸- جمع جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin\left(\frac{17\pi}{8} - x\right)\sin\left(\frac{3\pi}{8} + x\right) = \sin^2\frac{11\pi}{6}$ در بازه $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ چه عددی است؟

- (۱) 2π
- (۲) $\frac{7\pi}{4}$
- (۳) $\frac{9\pi}{4}$
- (۴) $\frac{3\pi}{2}$

۹- جمع جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos x \cos 2x = 2 \sin^2 x \cos x + 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ برابر θ باشد و اولین جواب مثبت معادله α باشد، مقدار $\frac{\theta}{\alpha}$ چه عددی است؟

- (۱) ۶
- (۲) ۴
- (۳) ۸
- (۴) ۳

۱۰- اگر $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(a \sqrt{\frac{1}{x} + 1} + b \sqrt{\frac{1}{x} + 1} \right) = 1$ ، آنگاه $\left[\frac{ab}{3}\right]$ کدام است؟

- (۱) -۲
- (۲) -۱
- (۳) ۱
- (۴) ۲

۱۱- اگر خط $ax + b = 0$ بجانب $y = \frac{\cot \pi x}{\cos(\sqrt{x}) + 2}$ در بازه $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$ باشد، مقدار $\frac{-2a}{b}$ کدام است؟

- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) $\frac{3}{2}$
- (۴) ۲

۱۲- اگر $\lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{x^2 + x - 2}{-2x^2 + 2ax^2 - bx + c} = +\infty$ حاصل $a + b + c$ کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۳
- (۳) ۲
- (۴) ۱

۱۳- اگر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 2 - \sqrt{\frac{4x+a}{x-2}}$ به صورت زیر باشد، آنگاه a چند مقدار صحیح نامثبت را شامل می‌شود؟



- (۱) ۷
- (۲) ۹
- (۳) ۸
- (۴) ۱۰

۱۴- ماتریس $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ به طوری که $a_{12} = -\frac{2}{3}a_{11} = -2a_{21} = 2a_{22} = 3$ را در نظر بگیرید. حاصل A^{202} برابر

کدام گزینه است؟

- (۱) I
- (۲) A
- (۳) A^T
- (۴) $-I$

۱۵- اگر $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} M \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد. در این صورت مجموع درایه‌های ماتریس $M_{2 \times 2}$ کدام گزینه است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۶ (۴) -۶

۱۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ آنگاه حاصل جمع درایه‌های وارون ماتریس $A + I$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۷- دستگاه $\begin{cases} 2x + my = 4 \\ (m-1)x + y = 2 \end{cases}$ فاقد جواب است. اگر دستگاه $\begin{cases} mx + y = 2 \\ x - (m+3)y = 2 \end{cases}$ جوابی یکتا به صورت (x_0, y_0) داشته باشد؛ حاصل $x_0 + y_0$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) -۱۰ (۳) ۸ (۴) -۸

۱۸- اگر $|A| = -2, |A - I| = 12$ و A وارون پذیر از مرتبه ۳ باشد، دترمینان ماتریس $I - A^{-1}$ کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) ۶ (۳) ۲۴ (۴) -۲۴

۱۹- مربع $ABCD$ به ضلع ۴ واحد مفروض است. چهار نقطه Q, P, F, E روی محیط مربع وجود دارد که فاصله آن‌ها از قطر AC برابر $\sqrt{2}$ واحد است. مساحت چند ضلعی $AFCPQ$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) $8\sqrt{2}$ (۴) $12\sqrt{2}$

۲۰- مساحت دایره‌ای که معادله دو قطر آن به صورت $3x + 2y = 13$ و $2x - 3y = 0$ بوده و برخط به معادله $x + \frac{4}{3}y = -1$ مماس باشد، چقدر است؟

- (۱) 9π (۲) 16π (۳) 25π (۴) π

۲۱- دایره C به معادله $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$ و دایره C' به مرکز $(1, -1)$ که بر محورهای مختصات مماس است، نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟

- (۱) متخارج (۲) مماس خارج (۳) متقاطع (۴) مماس داخل

۲۲- دایره‌ای به شعاع ۴ از نقطه $(2, 1)$ می‌گذرد، فاصله مرکز دایره از خط $y = 5$ برابر ۸ واحد است. اگر مرکز این دایره در ناحیه چهارم مختصات باشد، آنگاه طول نقاط تقاطع این دایره با محور x ها کدام است؟

- (۱) $2 \pm \sqrt{7}$ (۲) $-2 \pm \sqrt{7}$ (۳) $2 \pm \sqrt{5}$ (۴) $-2 \pm \sqrt{5}$

۲۳- r, q, p سه عدد اول هستند که $r < q < p$ و $p - q + r = 4$ است. اگر p بزرگ‌ترین عدد اول دو رقمی ممکن باشد، آنگاه حاصل $p + q - r$ کدام است؟

- (۱) ۱۵۴ (۲) ۱۴۴ (۳) ۱۵۲ (۴) ۱۴۲

۲۴- چند عدد طبیعی $a < 200$ هست که $(a, 96) = 16$ باشد؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۳

۲۵- حاصل جمع ارقام بزرگ‌ترین عدد دو رقمی عضو مجموعه $\{187m + 221n : m, n \in \mathbb{Z}\}$ چقدر است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴) ۱۱

۲۶- در تقسیم a بر 13 باقی مانده برابر 7 است. اگر x واحد به مقسوم اضافه کنیم، باقی مانده برابر 3 می شود. اگر بزرگ ترین عدد سه رقمی مانند x به شکل \overline{abc} باشد، حاصل $a - b + c$ کدام است؟

- ۹ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴)

۲۷- اگر n عددی طبیعی و سه رقمی باشد، آنگاه عدد $6^n + 4^n + 3^n + 2^n$ با کدام عدد زیر به پیمانه 12 همنهشت است؟

- ۷ⁿ + ۸ⁿ (۱) ۶ⁿ + ۹ⁿ (۲) ۵ⁿ + ۱۰ⁿ (۳) ۱۵ⁿ (۴)

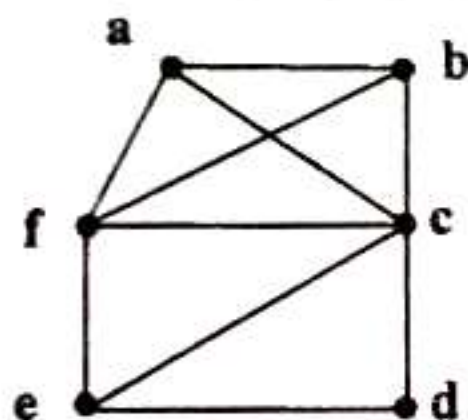
۲۸- رقم یکان کوچک ترین عدد سه رقمی x که در معادله $x \equiv 5^{55} \pmod{2^{22} + 3^{22}}$ صدق می کند، کدام است؟

- ۱ (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶ (۵)

۲۹- اگر $\Delta(G) + \delta(G) = 7$ ، $\Delta(\bar{G}) - \delta(\bar{G}) = 3$ و گراف G کمترین تعداد رأس ممکن را داشته باشد، آنگاه این گراف حداقل چند یال دارد؟

- ۷ (۱) ۸ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۳۰- در گراف زیر به غیر از دورهای $abcfa$ و $fedef$ چند دور دیگر به طول 4 شامل رأس c وجود دارد؟



- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

فیزیک

۳۱- متحرکی روی خط راست $\frac{1}{5}$ مسیر حرکت خود را با سرعت ثابت $4 \frac{m}{s}$ در جهت مثبت محور حرکت می کند و با

تندی ثابت $12 \frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور حرکت، $\frac{4}{5}$ مسیر حرکت را باز می گردد. اندازه سرعت متوسط متحرک در

طی این مسیر چند متر بر ثانیه است؟

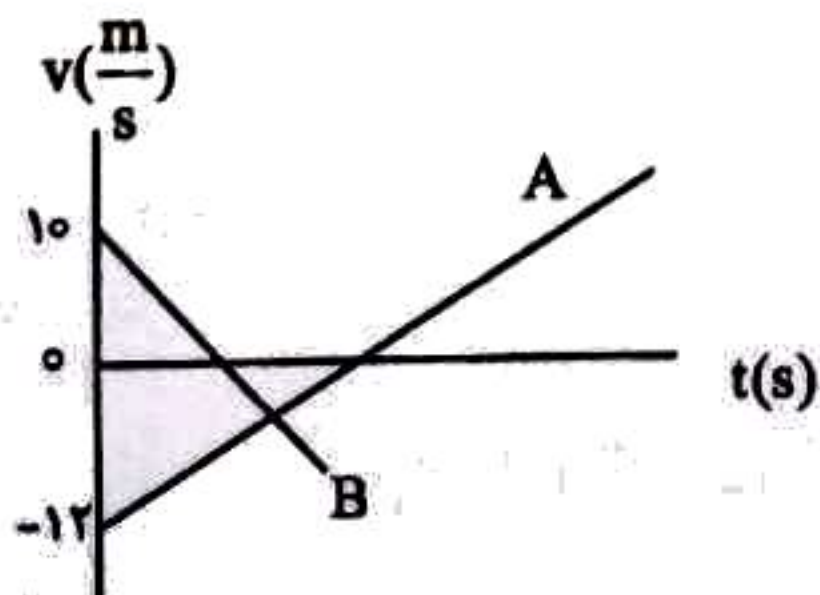
- ۱۱۸ (۱) $\frac{36}{7}$ (۲) $22,5$ (۳) $6,5$ (۴)

۳۲- شکل زیر، نمودار سرعت زمان دو متحرک A و B را نشان می دهد که در لحظه $t = 0$ به ترتیب از مکان $20m$ و

مبدأ محور عبور می کنند. مدت زمانی که هر دو متحرک همزمان در خلاف جهت محور حرکت می کنند یک ثانیه

است و اندازه شتاب متحرک ها یکسان است. در کدام لحظه بر حسب ثانیه دو متحرک برای دومین بار به هم

می رسند؟



- ۵/۵ (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴)

۳۳- متحرکی در یک مسیر مستقیم با شتاب ثابت $5 \frac{m}{s^2}$ به حرکت در می آید و پس از مدتی حرکتش یکنواخت

می شود و در نهایت با اندازه شتاب $3 \frac{m}{s^2}$ حرکتش کندشونده و می ایستد. اگر مدت زمان حرکت یکنواخت متحرک برابر مجموع زمان حرکت شتابدار آن بوده و کل زمان حرکت ۶۴ ثانیه باشد، سرعت متوسط متحرک در کل این حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۲۵ (۴)

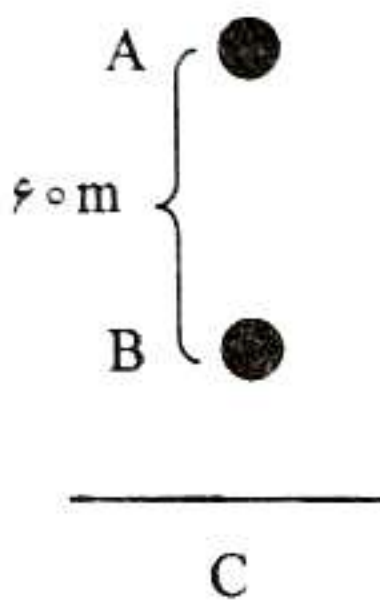
۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

۳۴- مطابق شکل در شرایط خلاء و در امتداد قائم، گلوله ای از نقطه A و ۲s بعد گلوله دیگری از نقطه B بدون سرعت

اولیه رها می شوند. اگر دو گلوله همزمان به نقطه C (سطح زمین) برسند، نسبت $\frac{AC}{BC}$ کدام است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



۱ (۱)

۴

۴ (۲)

۴

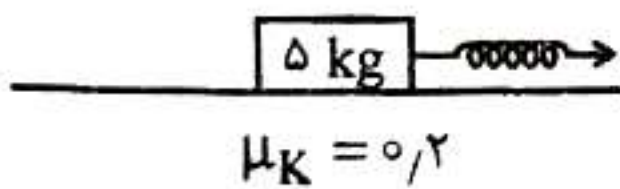
۵ (۳)

۵

۵ (۴)

۳۵- مطابق شکل زیر، با فنری با ثابت $27 \frac{cm}{cm}$ جسمی به جرم ۵kg را روی سطح افقی می کشیم. به طوری که تغییر طول

فنر ۱۰cm می شود. پس از ۵s، جرم هم اندازه با جسم روی آن قرار می دهیم و همزمان نیروی خود را حذف می کنیم. جسم در کل چند متر جابه جا می شود؟



۳۰ (۱)

۳۵ (۲)

۳۷.۵ (۳)

۵۰ (۴)

۳۶- وزنه ای به جرم ۵kg را به فنر سبکی به طول ۴۰cm که از سقف آسانسور ساکنی آویزان است، وصل می کنیم. بعد از رسیدن وزنه به حالت تعادل، طول فنر $12/5$ درصد افزایش یافته و فاصله آن از ترازوی نیروسنج واقع در کف آسانسور به $2/5cm$ می رسد. آسانسور با چه شتابی در (SI) رو به بالا شروع به حرکت کند تا جسم بر روی

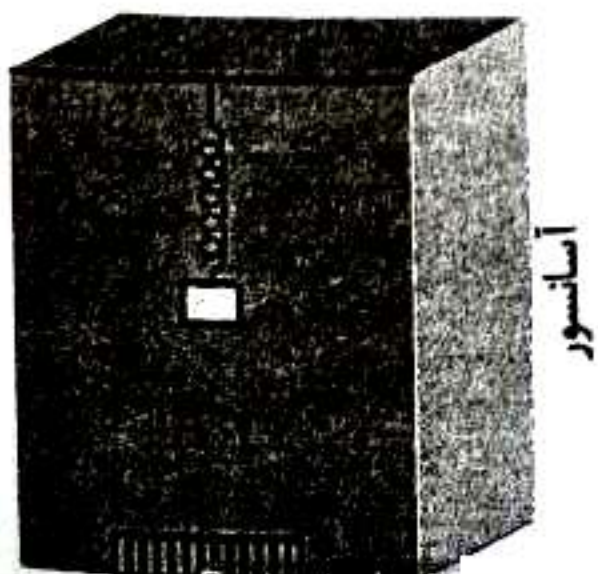
سطح ترازو قرار گرفته و عدد نشان داده شده توسط ترازو ۵ نیوتن گردد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۲۵ (۱)

۱۵ (۲)

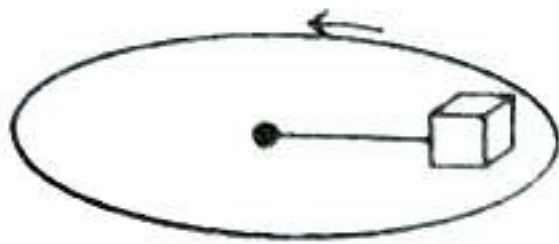
۱۰ (۳)

۶ (۴)



۳۷- مطابق شکل، جعبه‌ای به جرم ۲ kg روی دیسک گردانی قرار دارد و با یک نخ افقی به طول ۱ m به مرکز دیسک وصل است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی جعبه با سطح دیسک ۰/۴ و تندی جعبه $۳ \frac{m}{s}$ باشد، نیروی کشش نخ

چند نیوتن است؟



- ۱۰ (۱)
- ۷ (۲)
- ۸ (۳)
- ۹ (۴)

۳۸- کلمات کدام گزینه، عبارت زیر را به درستی کامل می‌کند؟

«دو نوسانگر A و B با دوره‌های $۳/۶s$ و $۴/۸s$ همزمان و از یک نقطه شروع به نوسان می‌کنند. در مدت $۴۳/۲s$

پس از شروع حرکت، نوسانگر B، نوسان کامل نوسانگر A انجام می‌دهد.»

- ۳ (۱) - بیشتر
- ۶ (۲) - کمتر
- ۶ (۳) - بیشتر
- ۳ (۴) - کمتر

۳۹- دو نوسانگر A و B را با هم و با دامنه ۵ cm به نوسان در می‌آوریم. اگر دوره نوسان A برابر $۱/۵$ ثانیه و دوره

نوسان B برابر $۱/۲$ ثانیه باشد، پس از گذشت ۳۰ ثانیه مسافت طی شده توسط این دو نوسانگر چند سانتی‌متر

اختلاف دارد؟

- ۵۰ (۱)
- ۷۵ (۲)
- ۱۰۰ (۳)
- ۱۲۵ (۴)

۴۰- نوسانگر هماهنگ ساده‌ای روی محور x در مدت نیم دقیقه، ۳ نوسان می‌کند. اگر این نوسانگر در لحظه‌های t_1 و

$t_2 = \frac{5}{3} t_1$ برای اولین و دومین بار از مکان $x = -5 \text{ cm}$ عبور کند، معادله حرکت این نوسانگر کدام است؟

$$x = 5\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{5} t \quad (۱) \quad x = 5\sqrt{2} \cos \frac{2\pi}{5} t \quad (۲) \quad x = 10 \frac{\sqrt{3}}{3} \cos \frac{\pi}{5} t \quad (۳) \quad x = 10 \frac{\sqrt{3}}{3} \cos \frac{2\pi}{5} t \quad (۴)$$

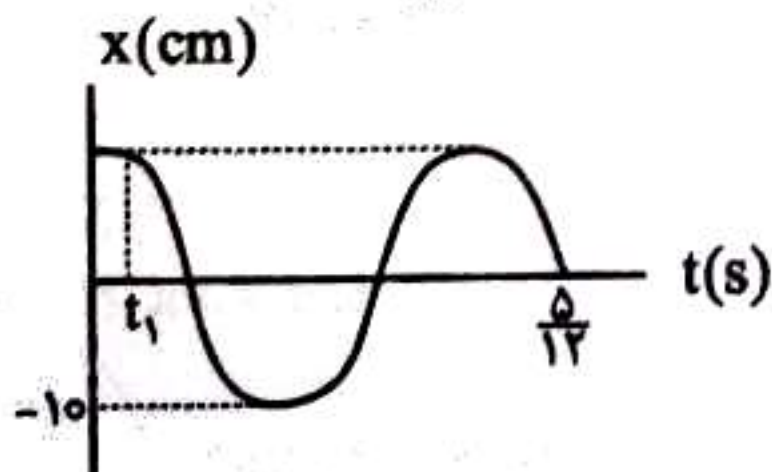
۴۱- معادله حرکت نوسانگر ساده در SI به صورت $x = 0,2 \cos 20\pi t$ است. در بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{20} s$ تا $t_2 = \frac{1}{8} s$

مسافتی که نوسانگر به صورت تندشونده می‌پیماید، چند سانتی‌متر است؟

- ۲۰ (۱)
- ۳۰ (۲)
- ۴۰ (۳)
- ۶۰ (۴)

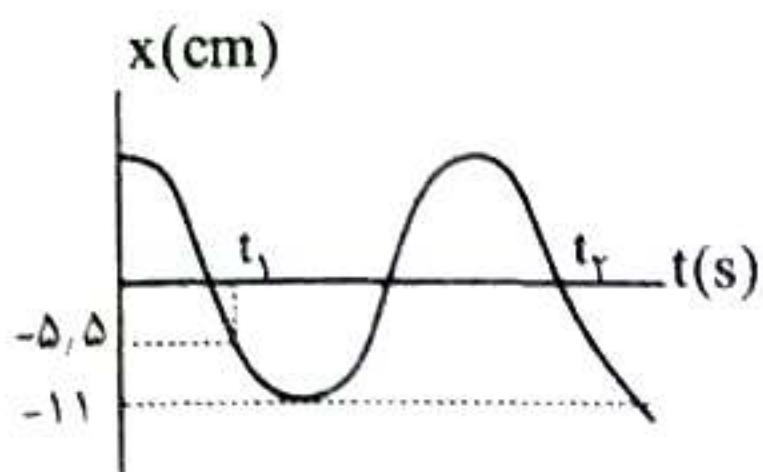
۴۲- نمودار مکان - زمان نوسانگری مطابق شکل است. اندازه شتاب نوسانگر در لحظه $t_1 = \frac{1}{18} s$ در SI کدام است؟

$$(\pi^2 = 10)$$



- ۱۲ (۱)
- ۱۴ (۲)
- ۱۸ (۳)
- ۲۰ (۴)

۴۳- نمودار مکان - زمان نوسانگری مطابق شکل است. اگر تندی متوسط آن در بازه t_1 تا t_2 ، $v_0 \frac{cm}{s}$ باشد، بیشینه



سرعت نوسانگر چند $\frac{cm}{s}$ است؟ $(\pi = 3)$

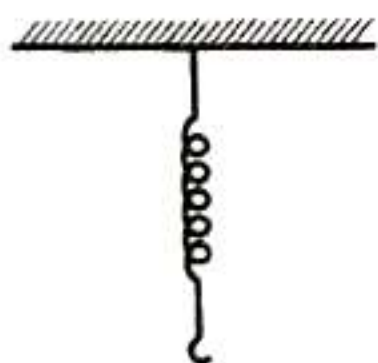
- (۱) ۲۰
- (۲) ۱۱۰
- (۳) ۵۰
- (۴) ۲۰۰

۴۴- در حرکت هماهنگ ساده در لحظه t_1 اندازه شتاب نوسانگر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ برابر بیشینه شتاب و در حال کاهش است و در

لحظه t_2 اندازه شتاب نوسانگر $\frac{1}{4}$ برابر شتاب بیشینه و در حال کاهش است. حداقل بازه زمانی $(t_2 - t_1)$ چند برابر دوره حرکت است؟

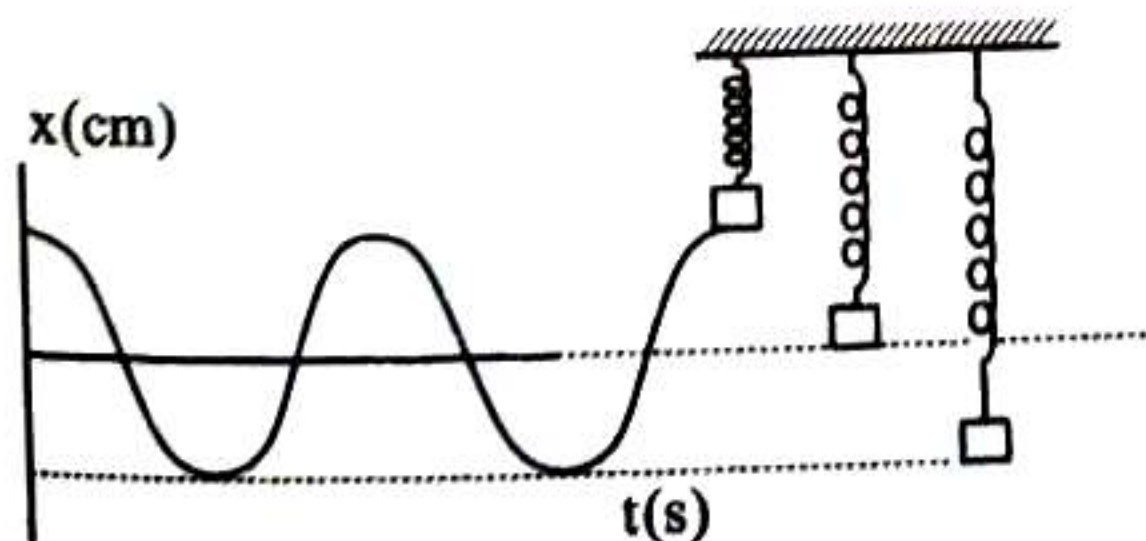
- (۱) $\frac{1}{4}$
- (۲) $\frac{5}{12}$
- (۳) $\frac{3}{4}$
- (۴) $\frac{7}{12}$

۴۵- در شکل زیر، اگر جرمی به جرم m_1 را از فنر آویزان کنیم، جسم با دوره تناوب $1/2s$ و اگر جسم m_2 را به جسم m_1 متصل و از فنر آویزان کنیم، جسم با دوره تناوب $1/3s$ نوسان می‌کند. اگر جسم m_2 را به تنهایی از فنر آویزان کرده و به نوسان در آوریم، بسامد نوسان‌های آن برابر چند هرتز می‌شود؟



- (۱) ۲
- (۲) ۱/۵
- (۳) ۱
- (۴) ۵/۵

۴۶- مطابق شکل، جرم متصل به یک فنر با بسامد 10 Hz و دامنه 6 cm به‌طور هماهنگ در امتداد قائم نوسان می‌کند. پس از گذشت $1/6\text{ s}$ از رها شدن جسم از بالای نقطه تعادل، تندی جسم متر بر ثانیه و حرکت آن شتابدار است.



- (۱) $0/2\pi$ ، تندشونده
- (۲) $0/3\pi$ ، کندشونده
- (۳) $0/6\pi$ ، کندشونده
- (۴) $0/6\pi$ ، تندشونده

۴۷- دوره نوسان یک آونگ ساده یک ثانیه است. اگر از طول آونگ 19% کاهش یابد اختلاف زمان آونگ در مدت ده دقیقه، چند ثانیه و چگونه خواهد بود؟

- (۱) ۶۰ ثانیه عقب می‌افتد. (۲) ۶۰ ثانیه جلو می‌افتد. (۳) ۱ ثانیه عقب می‌افتد. (۴) ۱ ثانیه جلو می‌افتد.

۴۸- دو آونگ ساده A و B با طول $L_A = 16L_B$ بر روی پاره‌خطی به طول ۴cm به صورت همزمان به نوسان در می‌آیند. در مدت ۲۴ ثانیه آونگ B، ۹ نوسان بیشتر از آونگ A انجام می‌دهد. وقتی آونگ B در دورترین فاصله

از نقطه تعادل خود قرار می‌گیرد، شتاب، حرکتش چند $\frac{m}{s^2}$ است؟ ($\pi^2 \approx 10$)

- (۱) صفر (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۴ (۴) ۰/۸

۴۹- رابطه انرژی پتانسیل بر حسب اندازه سرعت نوسانگری که بر روی پاره‌خطی به طول ۱۰cm نوسان می‌کند به صورت $U = 18 - 2V^2$ است. در لحظه‌ای که این نوسانگر در فاصله ۲cm نقطه بازگشت خود قرار دارد، اندازه شتاب آن چند مترمربع ثانیه است؟ ($\pi^2 \approx 10$)

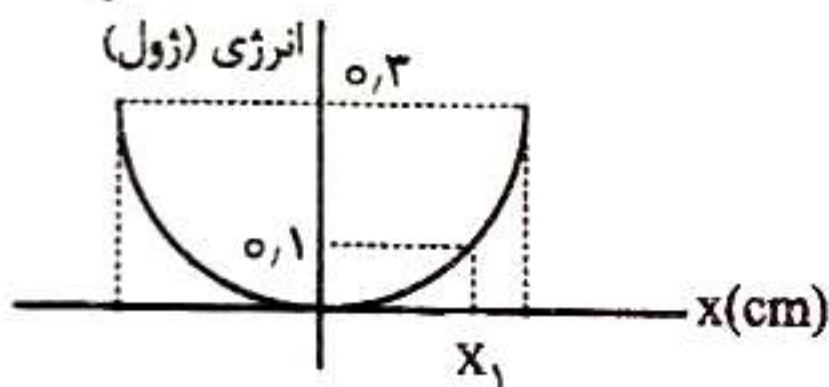
- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۵۰ (۳) ۱۰۸ (۴) ۲۴۰

۵۰- کدام یک عبارتهای زیر، درست هستند؟

الف: در نوسان جرم و فنر اگر جرم نوسانگر ۲ برابر شود، انرژی مکانیکی نوسانگر دو برابر می‌شود.

ب: در نوسان جرم و فنر اگر بیشینه انرژی پتانسیل ۲ برابر شود، تندی نوسانگر در مرکز نوسان $\sqrt{2}$ برابر می‌شود.

پ: اگر شکل زیر نمودار یکی از انرژی‌های مکانیکی نوسانگری به جرم ۲۰۰ گرم باشد، تندی نوسانگر در مکان x_1 ، $\frac{2m}{s}$ است.



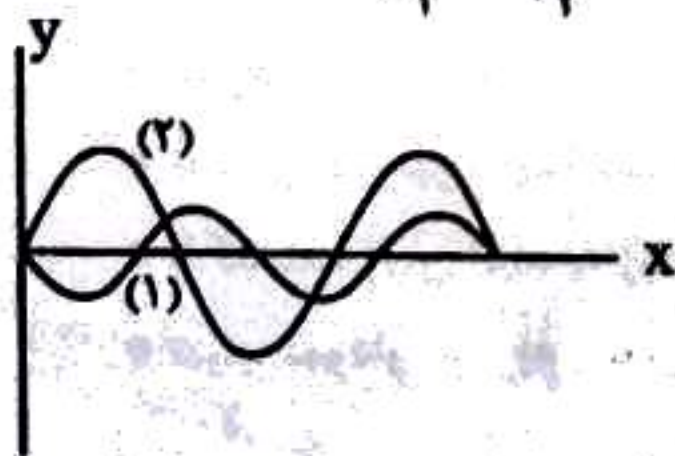
ت: در حرکت هماهنگ ساده، لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر $\frac{1}{3}$ انرژی پتانسیل آن است، تندی نوسانگر $\frac{1}{3}$ برابر تندی بیشینه آن است.

- (۱) «الف» و «ت» (۲) «الف» و «ب» (۳) «ب» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

۵۱- بین حرکات آونگ ساده کم دامنه‌ای و نوسانگر وزنه - فنر هماهنگ ساده، تشدید رخ داده است. اگر طول آونگ را ۲ برابر کنیم، ثابت فنر نوسانگر هماهنگ ساده باید چند برابر کنیم تا بین نوسانات آن‌ها مجدداً تشدید رخ دهد؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{2}$

۵۲- دو موج عرضی (۱) و (۲) که در یک محیط منتشر می‌شود و در حال پیشروی هستند. شکل وضعیت دو موج را در یک لحظه نشان می‌دهد. λ اگر طول موج و v بزرگی سرعت انتشار موج باشد، $\frac{v_1}{v_2}$ و $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ به ترتیب کدام است؟



- (۲) ۴ و $\frac{4}{3}$

- (۴) ۱ و $\frac{4}{3}$

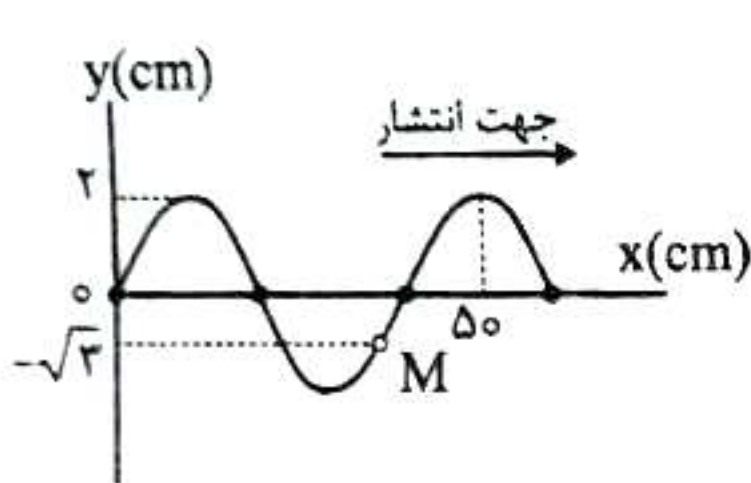
- (۱) $\frac{4}{3}$ و $\frac{3}{4}$

- (۳) ۱ و $\frac{3}{4}$

۵۳- دو تار یکنواخت و هم جنس A و B را به ترتیب با نیروهای F_A و $F_B = \frac{1}{4} F_A$ می کشیم. اگر تندی انتشار امواج عرضی در دو تار V_A و V_B و $V_A = 2\sqrt{2} V_B$ باشد، قطر تار چرخش A چند برابر قطر تار B است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

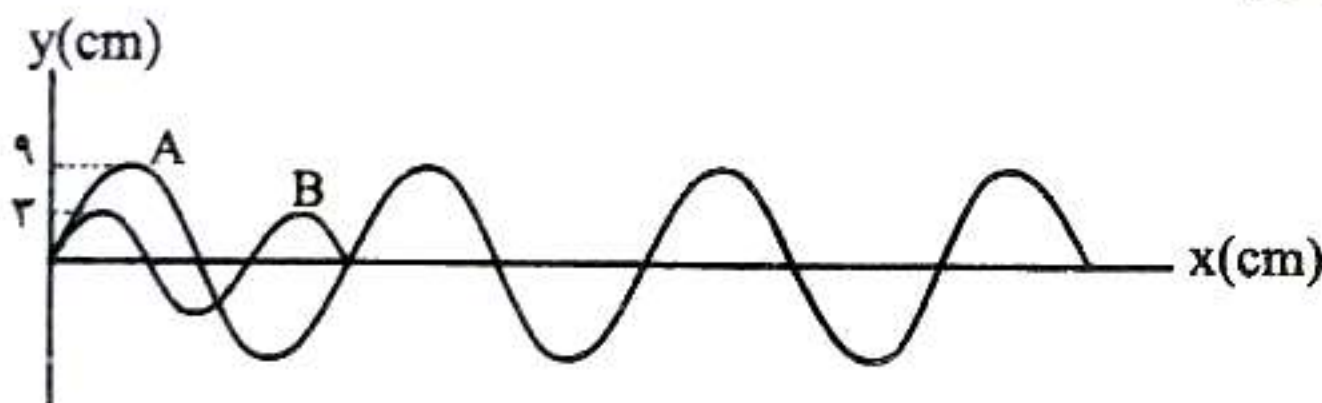
۵۴- شکل زیر، یک موج سینوسی را در لحظه $t = 0$ نشان می دهد که در جهت محور x در طول ریسمان کشیده شده ای حرکت می کند. اگر نیروی کشش ریسمان ۲۰۰ نیوتن و چگالی خطی (جرم واحد طول) آن ۵۰۰ گرم بر متر باشد، در چه لحظه ای برای اولین بار تندی نوسان نقطه M به ۶ متر بر ثانیه می رسد؟ ($\pi \approx 3$)



- (۲) $\frac{1}{150}$ (۴) $\frac{1}{240}$

- (۱) $\frac{1}{120}$ (۳) $\frac{1}{180}$

۵۵- شکل زیر، نقش موج دو موج مکانیکی سینوسی که در یک محیط در حال انتشارند را نشان می دهد. مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی در موج B چند برابر موج A است؟



- (۱) ۹ (۲) $\frac{1}{81}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{27}$

۵۶- چند مورد از موارد زیر درست است؟

- مواد شوینده براساس خواص اسیدی و بازی عمل می کنند.
- ظروف چرب آغشته به خاکستر چوب با آب گرم آسان تر شسته می شوند.
- آب آلوده و نبود بهداشت از عوامل شیوع بیماری وبا می باشد.
- با گذشت زمان امید به زندگی در سطح جهان افزایش یافته است.
- شیب نمودار امید به زندگی در مناطق برخوردار بیشتر از مناطق کم برخوردار است.

- (۱) پنج (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۵۷- چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

- ماده اصلی تشکیل دهنده بنزین یک هیدروکربن ناقطبی با ۲۵ پیوند کووالانسی است.
- اتیلن گلیکول برخلاف اوره به دلیل پیوند هیدروژنی در آب محلول است.
- روغن زیتون هر چند دارای پیوند هیدروژنی است ولی در آب حل نمی شود.
- عسل به دلیل داشتن گروه کربوکسیل زیاد در آب حل می شود.
- نمک خوراکی به طور فیزیکی در هگزان حل می شود.

(۱) چهار (۲) سه (۳) دو (۴) یک

۵۸- تعداد کربن های یک پاک کننده غیرصابونی با زنجیر سیرشده با تعداد کربن های اسید چرب روغن زیتون برابر

است. کدام موارد زیر درباره این پاک کننده درست است؟

الف: در زنجیر آلکیل آن ۳۰ اتم هیدروژن وجود دارد.

ب: نسبت شمار پیوندهای C-C به C=C در آن برابر ۵ است.

پ: تفاوت جرم مولی آن با جرم مولی صابون جامد هم کربن با زنجیر هیدروکربنی سیرشده برابر ۴۲ گرم است.

ت: شمار جفت الکترون های ناپیوندی در آن برابر ۶ است.

(۱) «الف» - «پ» (۲) «ب» - «پ» (۳) «ب» - «ت» (۴) «الف» - «ت»

۵۹- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) شیر، ژله و سس مایونز نمونه هایی هستند که از توده هایی مولکولی با اندازه متفاوت تشکیل شده اند.

(۲) مس (II) سولفات در آب برخلاف شربت معده نور را عبور می دهد.

(۳) مخلوط آب و روغن ناپایدار است و با اضافه کردن صابون همگن می شود.

(۴) کلونیدها رفتاری بین محلول و سوسپانسیون دارند.

۶۰- کدام مورد از موارد زیر درست است؟

الف: محلول یک مولار همه اسیدها رسانای جریان برق است.

ب: برای کاهش pH خاک به آن آهک می افزایند.

پ: عامل ایجاد رسانای الکتریکی فلزها و گرافیت با عامل رسانایی الکتریکی محلول سدیم کلرید متفاوت است.

ت: در اثر انحلال مول برابر از N_2O_5 و Na_2O در مقدار یکسان آب شمار مول های یون برابری وارد آب می شود.

(۱) «الف» - «ب» - «ت» (۲) «الف» - «پ» - «ت» (۳) «ب» - «پ» (۴) «پ» - «ت»

۶۱- اختلاف pH محلول ۰/۲ مولار نیتریک اسید و محلولی از باریم هیدروکسید برابر ۱۲/۳ است. در ۲۵ میلی لیتر از

محلول باریم هیدروکسید چند میلی گرم از آن وجود دارد؟ $\log 2 = 0,3$ ($H = 1, O = 16, Ba = 137 : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) ۱۴۲/۵ (۲) ۲۱۳/۷۵ (۳) ۴۲۷/۵ (۴) ۵۷۰

۶۲- بر روی یک میلی لیتر محلول ۳۰ درصد جرمی اسید قوی $HA (M = 120 : g \cdot mol^{-1})$ و چگالی $1,2 g \cdot mol^{-1}$ ،

آب خالص اضافه کرده تا به حجم ۱۰۰ میلی لیتر برسد. pH محلول جدید کدام است و ۲۰ میلی لیتر از این

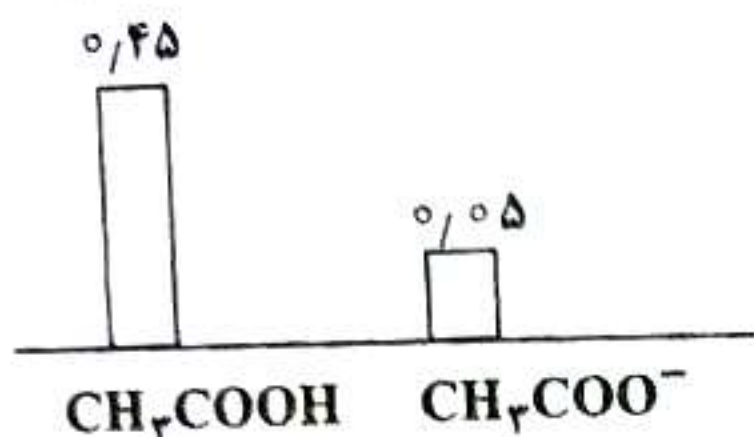
محلول با چند میلی گرم پتاسیم هیدروکسید با خلوص ۸۰ درصد جرمی به طور کامل خنثی می شود؟

($\log 2 = 0,5$) ($H = 1, O = 16, K = 39 : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) ۲۱-۱/۵ (۲) ۴۲-۲/۵ (۳) ۴۲-۱/۵ (۴) ۲۱-۲/۵

۶۳- در اثر انحلال چند گرم استیک اسید در ۲۰۰ میلی لیتر آب، نمودار غلظت پس از یونش به شکل زیر درآمده و در این شرایط درصد یونش اسید کدام خواهد بود؟ (از تغییر حجم آب در اثر اضافه کردن اسید صرف نظر شود).

($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)



(۱) ۱۱/۱ - ۶

(۲) ۱۱/۱ - ۵/۴

(۳) ۱۰ - ۶

(۴) ۱۰ - ۵/۴

۶۴- اگر رسانایی الکتریکی محلول ۰/۲ مولار آلومینیم نیترات با رسانایی الکتریکی محلولی از سدیم هیدروکسید برابر باشد غلظت مولی سدیم هیدروکسید کدام است؟

(۴) ۰/۶

(۳) ۰/۴

(۲) ۰/۳

(۱) ۰/۲

۶۵- با رقیق کردن محلول یک اسید ضعیف و غلیظ با آب خالص، چه تعداد از موارد زیر افزایش می یابد؟ (دما $25^\circ C$)

- ثابت یونش اسید
- نسبت غلظت یون هیدروکسید به یون هیدرونیوم
- pH محلول اسید
- سرعت واکنش با فلز روی

• ثابت یونش اسید

• درجه یونش اسید

• رسانایی الکتریکی محلول

• مقدار گاز هیدروژن تولیدشده با مقدار کافی فلز منیزیم

(۴) سه

(۳) چهار

(۲) پنج

(۱) شش

۶۶- ثابت یونش اسید HA برابر $5 \times 10^{-10} mol \cdot L^{-1}$ است. pH محلول ۰/۲ مولار این اسید چند واحد با pH آب

خالص در دمای $25^\circ C$ اختلاف دارد؟

(۴) چهار

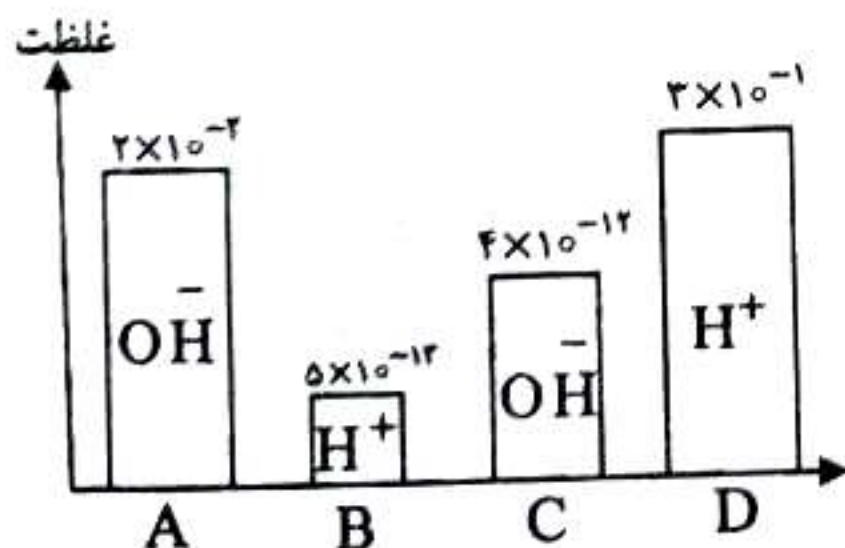
(۳) سه

(۲) دو

(۱) یک

۶۷- با توجه به نمودار که مربوط به غلظت یون هیدرونیوم یا هیدروکسید برای چهار محلول در دمای اتاق است.

کدام یک از مطالب زیر درست است؟



(۱) محلول C از انحلال لیتیم اکسید در آب حاصل شده است.

(۲) اختلاف pH دو محلول A و D برابر ۱/۲ است.

(۳) محلول B همانند محلول A کاغذ pH را آبی رنگ می کند.

(۴) از محلول C برخلاف محلول B می توان به عنوان ضد اسید استفاده کرد.

۶۸- فنانترن یک ترکیب آروماتیک موجود در دود سیگار است که ساختار آن داده شده است. نسبت مجموع عدد

اکسایش اتم های کربن در آن به مجموع عدد اکسایش اتم های کربن در نفتالن کدام است؟



(۲) ۱/۵۰

(۱) ۱/۲۵

(۴) ۲/۰

(۳) ۱/۷۵

۶۹- با توجه به جدول داده شده کدام عبارت‌ها درست است؟ ($Al = 27: g \cdot mol^{-1}$)
 الف: با قرار دادن تیغه روی در محلول نقره نیترات، دمای محلول افزایش می‌یابد.
 ب: از میان گونه‌ها، Al^{3+} قویترین کاهنده و Au قوی‌ترین اکسنده است.

پ: در واکنش $13/5$ گرم آلومینیم با مقدار کافی محلول روی سولفات $9/03 \times 10^{23}$ الکترون بین اکسنده و کاهنده مبادله می‌شود.

ت: با استفاده از این نیم‌سلول‌ها، می‌توان ۶ سلول گالوانی با آند و کاتد متفاوت ساخت که emf پنج سلول معادل گالوانی بیشتر از یک ولت است.

نیم‌واکنش کاهش	$E^{\circ} (V)$
$Au^{3+}(aq) + 3e^{-} \rightarrow Au(s)$	+۱/۵۰
$Ag^{+}(aq) + e^{-} \rightarrow Ag(s)$	+۰/۸۰
$Zn^{2+}(aq) + 2e^{-} \rightarrow Zn(s)$	-۰/۷۶
$Al^{3+}(aq) + 3e^{-} \rightarrow Al(s)$	-۱/۶۶

(۱) «الف» - «ب» - «پ»

(۲) «الف» - «ب» - «ت»

(۳) «ب» - «ت»

(۴) «ب» - «الف»

۷۰- با توجه به سلول گالوانی داده شده، اگر به جای نیم‌سلول مس، نقره و به جای نیم‌سلول روی آهن قرار دهیم، کدام

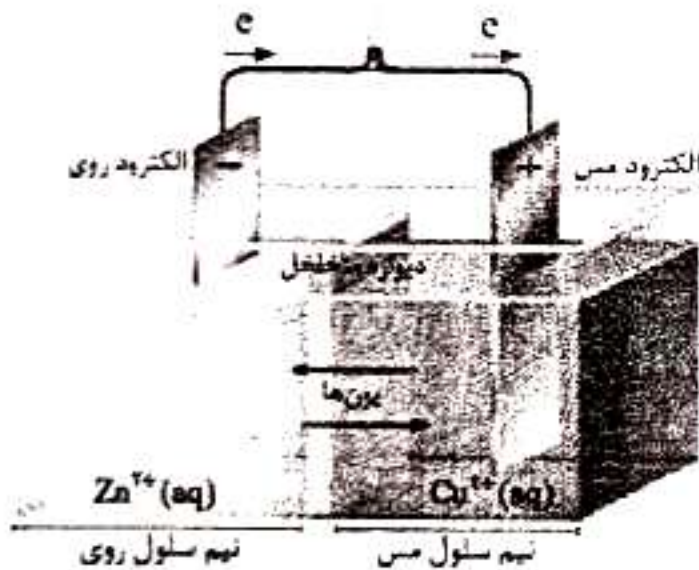
مورد درست است؟ ($Fe = 56, Ag = 108: g \cdot mol^{-1}$)

$E^{\circ}(Zn^{2+}/Zn) = -0,76V$ •

$E^{\circ}(Ag^{+}/Ag) = +0,8V$ •

$E^{\circ}(Fe^{2+}/Fe) = -0,44V$ •

$E^{\circ}(Cu^{2+}/Cu) = +0,34V$ •



- ولتاژ سلول ایجاد شده بیشتر است و برخلاف سلول اولیه قادر است لامپی که به یک ولت نیاز دارد را روشن کند.
- شیب تغییر غلظت کاتیون در کاتد سلول ایجاد شده نسبت به شیب تغییر غلظت کاتیون در آند کمتر خواهد بود.
- به ازای عبور یک مول الکترون از سلول حاصل، تغییر جرم کاتد به تقریب $3/85$ برابر تغییر جرم آند خواهد بود.
- می‌توان در نیم‌سلول‌های ایجاد شده از محلول کلرید فلزات یاد شده استفاده کرد.

۷۱- از بین عبارت‌های زیر کدام موارد درست است؟

الف: آبرکاری از جمله مهمترین کاربردهای الکتروشیمی در قلمروی تولید مواد است.

ب: با کمک دو تیغه مسی و یک لیمو می‌توان نوعی باتری ساخت که قادر به روشن کردن لامپ LED است.

پ: اکسیژن در واکنش $2Mg(s) + O_2(s) \rightarrow 2MgO(s)$ ، اکسنده و در واکنش $O_2(g) + 2F_2(g) \rightarrow 2OF_2(g)$ ، کاهنده است.

ت: واکنش کلی انجام شده در باتری دکمه‌ای «روی - نقره» به صورت $ZnO(s) + 2Ag(s) \rightarrow Ag_2O(s) + Zn(s)$ است.

ث: واکنش سدیم هیدروکسید با سولفوریک اسید در زمرة واکنش‌های اکسایش - کاهش به شمار نمی‌روند.

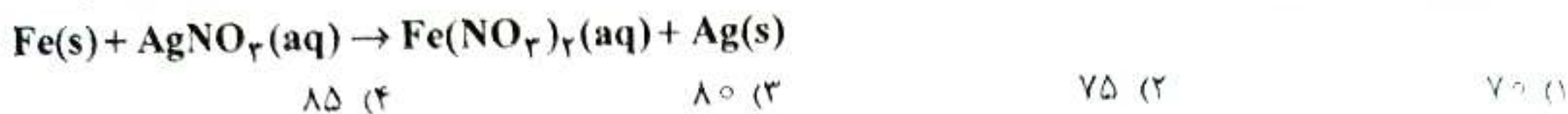
(۲) «ب» - «ث»

(۱) «الف» - «ب» - «ت»

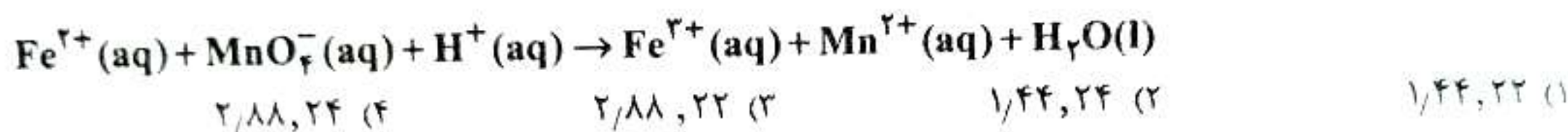
(۴) «ب» - «ت»

(۳) «الف» - «پ» - «ث»

۷۲- تیغه‌ای از جنس آهن به جرم $24/3$ گرم را در 500 mL محلول $0/4\text{ mol.L}^{-1}$ نقره نیترات وارد می‌کنیم. اگر پس از مدتی غلظت محلول نقره نیترات به $0/2\text{ mol.L}^{-1}$ و جرم تیغه فلزی به $29/6$ گرم برسد، چند درصد از فلز نقره روی تیغه آهن رسوب کرده است؟ (حجم محلول ثابت فرض شود.) ($\text{Fe} = 56, \text{Ag} = 108: \text{g.mol}^{-1}$)



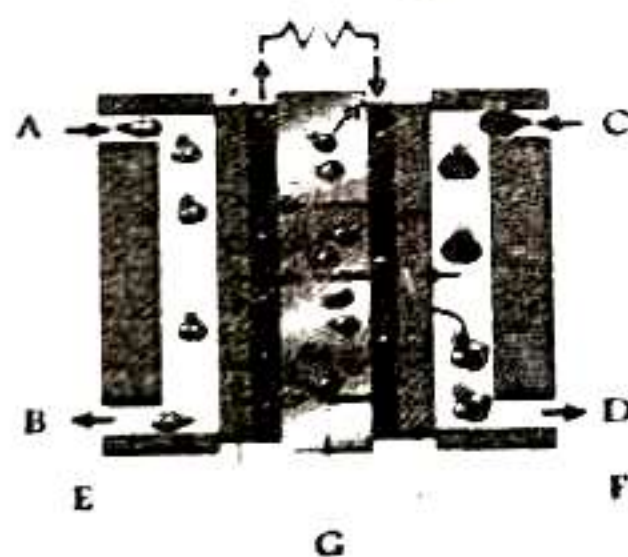
۷۳- در معادله واکنش زیر پس از موازنه، مجموع ضرایب مواد کدام است و به‌ازای مصرف $0/2$ مول Fe^{2+} چند گرم آب در این واکنش تولید می‌شود؟ ($\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{Fe} = 56: \text{g.mol}^{-1}$)



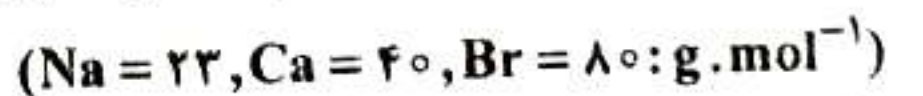
۷۴- شکل داده‌شده مربوط به سلول سوختی «هیدروژن - اکسیژن» است. چند مورد از توصیف‌های زیر در مورد آن درست است؟

- D محل خروج بخار آب از آند سلول است.
- G غشای مبادله‌کننده یون هیدرونیوم است و جهت حرکت این یون به سمت F است.
- یکی از چالش‌های مهم این سلول تأمین گاز C است که می‌توان آن را از برقکافت آب به‌دست آورد.
- گاز A در سلول نقش کاهنده و یون‌های C نقش اکسنده را دارند.
- این سلول به مانند باتری‌ها، از نوع سلول گالوانی است و قادر به ذخیره انرژی شیمیایی است.

- (۱) یک
(۲) دو
(۳) سه
(۴) چهار



۷۵- مخلوطی به جرم $91/5$ گرم کلسیم برمید و سدیم برمید را در حالت مذاب برقکافت می‌کنیم. اگر $0/45$ مول Br_2 در اطراف آند تولید شود، نسبت جرم سدیم به کلسیم تولیدشده در کاتد به‌تقریب کدام است؟

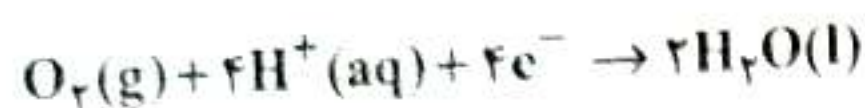
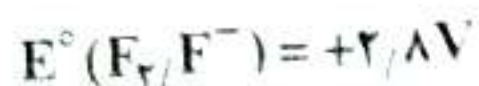
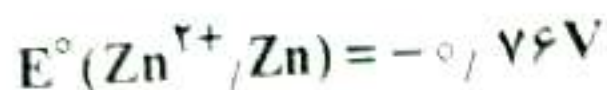


- $0/74$ (۱)
 $1/22$ (۳)
 $0/86$ (۲)
 $1/44$ (۴)

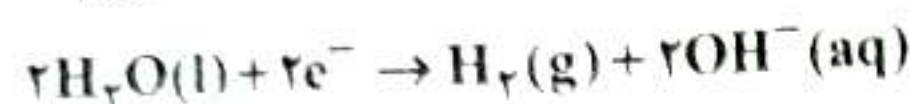
۷۶- کدام مطلب درباره استخراج منیزیم از آب دریا نادرست است؟

- (۱) چگالی منیزیم مذاب از چگالی منیزیم کلرید مذاب کمتر است و در سطح آن قرار می‌گیرد.
- (۲) در مرحله نخست منیزیم موجود در آب دریا را با افزودن ماده‌ای با $\text{pH} > 7$ به‌صورت رسوب سفید رنگ در می‌آورند.
- (۳) بر اثر برقکافت محلول MgCl_2 در این فرآیند، منیزیم در کاتد و گاز کلر در آند تولید می‌شود.
- (۴) در یکی از مراحل آن واکنشی انجام می‌شود که مشابه واکنش اسید معده با یک ضد اسید می‌باشد.

۷۷- در مورد برقکافت محلول یک مولار روی فلونورید توسط الکترودهای زغالی، کدام مطلب درست است؟



$$E^{\circ} = +1,23\text{V}$$



$$E^{\circ} = -0,83\text{V}$$

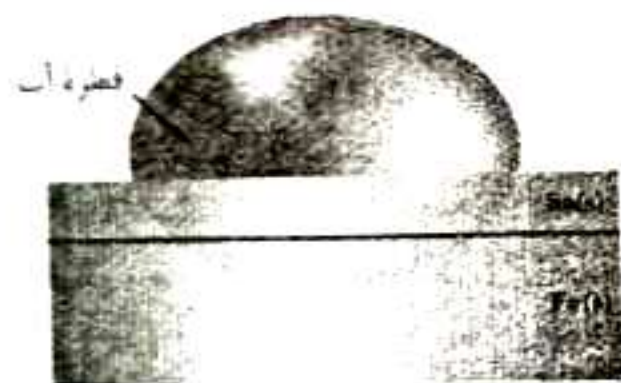
(۱) در آند، فلز روی و در کاتد گاز هیدروژن ایجاد می‌شود.

(۲) یکی از محصولات برقکافت محلول اسیدی است که معادله یونش آن در آب برگشت پذیر است.

(۳) در آند گاز، اکسیژن تولید می‌شود و در سمت کاتد $\text{Zn}(\text{OH})_2$ رسوب می‌کند.

(۴) واکنش در سلول الکترولیتی انجام می‌شود و emf آن $3,63\text{V}$ است.

۷۸- با توجه به شکل زیر، کدام گزینه درست است؟



(۱) شکل مربوط به آهن روکش شده با قلع است که در ساخت کانال کولر و تانکر آب کاربرد دارد.

(۲) بر اثر خراش نیم‌واکنش آندی به صورت $\text{Sn} \rightarrow \text{Sn}^{2+} + 2\text{e}^-$ انجام می‌شود.

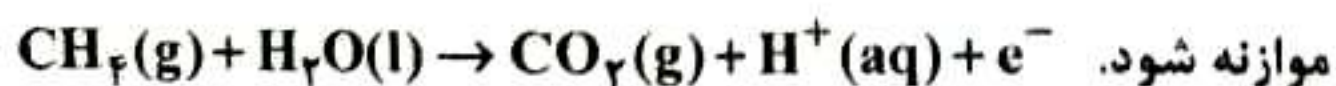
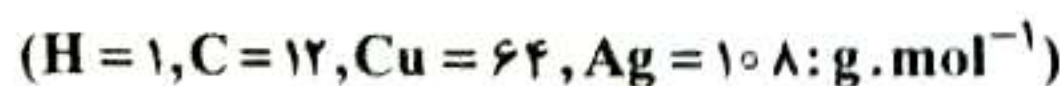
(۳) در محیط اسیدی و بر اثر خراش نیم‌واکنش $\text{O}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$ انجام می‌شود.

(۴) در فرآیند خوردگی این قطعه، قلع کاهنده، آب الکترولیت و اکسیژن، اکسنده است.

۷۹- اگر برای آبکاری یک قاشق مسی 162g گرم نقره مصرف شود و برای تأمین الکترون‌های مورد نیاز در این فرآیند

از سلول سوختی «متان - اکسیژن» استفاده گردد، برای آبکاری 20g قاشق مسی چند گرم متان باید در سلول

سوختی مصرف شود؟ (بازده سلول سوختی را 80% درصد فرض کنید.)



$$0,06 \text{ (۱)}$$

$$0,075 \text{ (۲)}$$

۸۰- با توجه به جدول زیر که نیروی الکترو موتوری سه سلول گالوانی را نشان می‌دهد، اگر $E^\circ(C^{2+}/C)$ برابر $0.7V$ و فلز A با C^{2+} واکنش ندهد، کدام مطلب درست است؟

	B^{2+}/B	C^{2+}/C
A^{2+}/A	0.897	0.587
B^{2+}/B	-	0.317

- ۱) محلول بیترات فلز A را می‌توان در ظرفی از فلز B نگهداری کرد.
- ۲) قدرت کهدرگی B از A بیشتر است و $E^\circ(B^{2+}/B)$ برخلاف $E^\circ(A^{2+}/A)$ منفی است.
- ۳) برای حفاظت کاتدی آهن استفاده از فلز A نسبت به B مناسب‌تر است.
- ۴) در سلول گالوانی حاصل از A و B، کاتیون‌ها در مدار خارجی از سمت نیم‌سلول B به A حرکت می‌کنند.

دانلود رایگان تمام آزمون های آزمایشی

در کانال تلگرام ما :

آزمونها آزمایشی

t.me/Azmoonha_Azmayeshi



join us ...





آزمون ۷ از ۱۵



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم - مرحله پنجم (۱۴۰۳/۱۰/۲۸)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون های آزمایشی سنجش و بهره مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون ها ، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می گردد. از شما عزیزان دعوت می شود، دیدگاه های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.

 @sanjesheducationgroup

 @sanjeshserv

کانال های ارتباطی:

ویژه پایانه دوازدهم

ریاضیات

۱. گزینه ۳ درست است.

به ترتیب زیر، تبدیلات را انجام می‌دهیم:

$f(x+k)$: واحد چپ k

$f(-x+k)$: قرینه نسبت به y ها

$f(-x+k)+k$: واحد بالا

$x = 0 \rightarrow y = f(k) + k = 8$: نقطه برخورد با محور y ها

$$\Rightarrow \frac{3k}{k-1} + k = 8$$

$$\Rightarrow \frac{k^2 + 2k}{k-1} = 8$$

$$\Rightarrow k^2 - 6k + 8 = 0$$

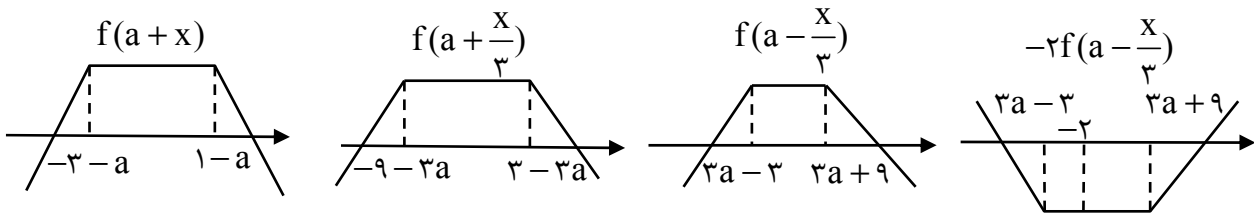
$$\Rightarrow k = 2 \text{ یا } 4$$

$$\Rightarrow \text{جمع جوابها} = 6$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: آسان)

۲. گزینه ۱ درست است.

صرف نظر از جایگاه محور y ها، نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



$$\Rightarrow 3a - 3 \leq -2 \Rightarrow a \leq \frac{1}{3}$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: متوسط)

۳. گزینه ۲ درست است.

با توجه به نمودار تابع، ضابطه f به صورت $f(x) = (x+1)^3 + 1$ است؛ پس $\alpha = -1, \beta = 1$ است. به شرطی رابطه

$$xf(\beta x - k) \geq 0 \text{ همواره برقرار است که نمودار } f(\beta x - k) \text{ از مبدأ عبور کند. در واقع در این حالت نمودار}$$

$f(\beta x - k)$ از دو ناحیه ۱ و ۳ عبور می‌کند.

$$y = f(\beta x - k) = f(x - k)$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow f(-k) = 0 \Rightarrow (-k+1)^3 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow k = 2$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: متوسط)

۴. گزینه ۲ درست است.

$$x - 2f(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \rightarrow 2 - 2f(3) = 0 \Rightarrow f(3) = 1 \\ x = -2 \rightarrow -2 - 2f(-1) = 0 \Rightarrow f(-1) = -1 \end{cases}$$

$$2x + f(x-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 \rightarrow 2 + f(0) = 0 \Rightarrow f(0) = -2 \\ x=-1 \rightarrow -2 + f(-2) = 0 \Rightarrow f(-2) = 2 \end{cases}$$

حال باقی مانده تقسیم $g(x)$ بر $x+2$ را به دست می آوریم:

$$g(x) = xf(1-x) + (1-x)f(x)$$

$$R = g(-2) = -2f(3) + 3f(-2) = -2 \times 1 + 3 \times 2 = 4$$

(حسابان ۲) - سطح دشواری: متوسط

۵. گزینه ۴ درست است.

$$f(x) = a \pm b \sin cx \quad \max = a + |b|$$

$$f(x) = a \pm b \cos cx \quad \min = a - |b|$$

$$T = \frac{2\pi}{|c|}$$

اگر فرض کنیم $\min = k$ آنگاه $T = k + 3$ و $\max = 3k + 9$ در این صورت:

$$\begin{cases} a + |b| = 3k + 9 \\ a - |b| = k \end{cases} \Rightarrow a = \frac{4k + 9}{2}$$

$$|b| = \frac{4k + 9}{2} - k = \frac{2k + 9}{2}$$

از طرفی:

$$T = \frac{2k}{|c|} = k + 3 \Rightarrow |c| = \frac{2\pi}{k + 3}$$

پس:

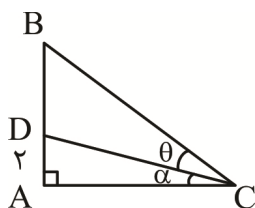
$$f(x) = \frac{4k + 9}{2} \pm \frac{2k + 9}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{k + 3}x\right)$$

گزینه قابل قبول گزینه ۴ است که $k = -\frac{1}{2}$

$$f(x) = \frac{7}{2} \pm 4 \cos\left(\frac{4\pi}{5}x\right) \Rightarrow f(x) = \frac{7}{2} + 4 \cos\left(\frac{4\pi}{5}x + \frac{\pi}{3}\right)$$

(حسابان ۲) - سطح دشواری: متوسط

۶. گزینه ۲ درست است.



چون $B = \frac{\pi}{4}$ ، پس $C = \frac{\pi}{4}$ از طرفی $\tan 2\theta = \frac{4}{3}$ پس:

$$\frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{4}{3} \Rightarrow 6 \tan \theta = 4 - 4 \tan^2 \theta \Rightarrow$$

$$2 \tan^2 \theta + 3 \tan \theta - 2 = 0 \Rightarrow \tan \theta = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} \xrightarrow{\tan \theta > 0} \tan \theta = \frac{1}{2}$$

$$\alpha + \theta = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} - \theta \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\tan \frac{\pi}{4} - \tan \theta}{1 + \tan \frac{\pi}{4} \tan \theta}$$

$$\tan \alpha = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{AD}{AC} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{2}{AC} \Rightarrow AC = 6$$

(حسابان ۲) - سطح دشواری: متوسط

۷. گزینه ۳ درست است.

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

با توجه به اتحاد

داریم:

$$f(x) = a \frac{1 - \cos(\frac{\pi}{2} + 2bx)}{2} + c$$

$$f(x) = \frac{a}{2} + c + \frac{a}{2} \sin 2bx$$

با توجه به نمودار:

$$\begin{aligned} \max &= 2 \\ \min &= -1 \\ T &= \frac{2 \circ \pi}{\lambda} = \frac{5\pi}{2} \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{2} + c + \frac{a}{2} = 2 \\ \frac{a}{2} + c - \frac{a}{2} = -1 \end{cases}$$

$$\frac{2\pi}{|2b|} = \frac{\pi}{|b|} = \frac{5\pi}{2} \Rightarrow |b| = \frac{2}{5}$$

با توجه به نمودار $ab > 0$ پس $a > 0$ و $b > 0$ فرض می‌کنیم:

$$\begin{cases} a + c = 2 \\ c = -1 \\ b = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow ab = \frac{6}{5}$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: دشوار)

۸. گزینه ۴ درست است.

نکته:

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \rightarrow \sin \alpha = \cos \beta$$

$$\sin\left(\frac{17\pi}{8} - x\right) = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{8} - x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{8} - x\right)$$

به این ترتیب:

$$\sin\left(\frac{\pi}{8} - x\right) \sin\left(\frac{3\pi}{8} + x\right) = \sin^2 \frac{17\pi}{8}$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{8} + x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{8} - x\right) \text{ پس } \left(\frac{3\pi}{8} + x\right) + \left(\frac{\pi}{8} - x\right) = \frac{\pi}{2} \text{ چون}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{8} - x\right) \cos\left(\frac{\pi}{8} - x\right) = \left(\frac{-1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 2 \sin\left(\frac{\pi}{8} - x\right) \cos\left(\frac{\pi}{8} - x\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\sin\left(\frac{2\pi}{8} - 2x\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = \sin \frac{\pi}{6} \begin{cases} \frac{\pi}{4} - 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ \frac{\pi}{4} - 2x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{24} \\ x = k\pi - \frac{7\pi}{24} \end{cases} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} \begin{cases} x = \frac{\pi}{24}, \frac{25\pi}{24} \\ x = \frac{-7\pi}{24}, \frac{17\pi}{24} \end{cases}$$

$$\text{جمع } S = \frac{26\pi}{224} = \frac{13\pi}{112}$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: دشوار)

۹. گزینه ۱ درست است.
نکته:

$$\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha + \beta)$$

$$\cos x \cos 2x = 2 \sin^2 x \cos x + 1$$

$$\cos x \cos 2x = \underbrace{2 \sin x \cos x}_{\sin 2x} \times \sin x + 1$$

$$\cos x \cos 2x - \sin 2x \sin x = 1 \Rightarrow \cos 3x = 1$$

$$3x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3}$$

اولین جواب مثبت $\frac{2\pi}{3}$ است، پس $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ از طرفی :

$$0 \leq x \leq 2\pi \Rightarrow x = 0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, 2\pi \Rightarrow \theta = \frac{12\pi}{3} = 4\pi$$

$$\Rightarrow \frac{\theta}{\alpha} = \frac{4\pi}{\frac{2\pi}{3}} = 6$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: متوسط)

۱۰. گزینه ۱ درست است.

با فرض $\sqrt{\frac{1}{x}} = t$ وقتی $x \rightarrow 0^+$ داریم $t \rightarrow +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (a\sqrt{\frac{1}{x}} + \sqrt{\frac{1}{x}} + b\sqrt{\frac{1}{x} + 1}) = 1$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} (a\sqrt{t^2 + t} + b\sqrt{t^2 + 1}) \times \frac{a\sqrt{t^2 + t} - b\sqrt{t^2 + 1}}{a\sqrt{t^2 + t} - b\sqrt{t^2 + 1}}$$

$$= \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{a^2(t^2 + t) - b^2(t^2 + 1)}{a|t| - b|t|} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{(a^2 - b^2)t^2 + a^2t - b^2}{(a - b)t} = 1 \xrightarrow{\frac{a^2 - b^2 = 0}{a - b \neq 0}} a = -b$$

$$\Rightarrow \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{a^2t}{(a - b)t} = 1 \xrightarrow{a = -b} \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{a^2t}{2at} = 1 \rightarrow \frac{a}{2} = 1 \quad \begin{matrix} a = 2 \\ b = -2 \end{matrix} \rightarrow \left[\frac{ab}{3}\right] = -\frac{2}{3}$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: دشوار)

۱۱. گزینه ۴ درست است.

$$y = \frac{\cos \pi x}{\cos(\sqrt{x}) + 2} \xrightarrow[\text{مجانِب قائم است}]{\text{خط } ax+b=0} y = \frac{\cos \pi x}{\sin \pi x (\cos \sqrt{x} + 2)} \xrightarrow{\cos \sqrt{x} \neq -2}$$

$$\sin \pi x = 0 \rightarrow \pi x = k\pi \rightarrow x = k \xrightarrow[\substack{\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \\ k \in \mathbb{Z}}]{\substack{\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \\ k \in \mathbb{Z}}} x = 1 \rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ ax + b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = n \\ b = -n \end{cases} \rightarrow \frac{-2a}{b} = 2$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: متوسط)

۱۲. گزینه ۱ درست است.

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x^2 + x - 2}{-2x^2 + 3ax^2 - bx + c} = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-1)}{-2(x+2)^2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-1)}{-2(x+2)} = \frac{-3}{0^-} = +\infty$$

$$\text{مخرج: } -2(x+2)^2 = -2(x^2 + 4x + 4) = \begin{cases} -2x^2 - 8x - 8 \\ -2x^2 + 3ax^2 - bx + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -4 \\ b = 24 \rightarrow a + b + c = 4 \\ c = -16 \end{cases}$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: دشوار)

۱۳. گزینه ۳ درست است.

ابتدا مجانب افقی تابع را می‌یابیم:

$$f(x) = 2 - \sqrt{\frac{4x+a}{x-2}} \rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} 2 - \sqrt{\frac{4x}{x}} = 2 - 2 = 0 \rightarrow y = 0 \text{ مجانب افقی}$$

سپس حدود $+\infty, -\infty$ را جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{4x+a}{x-2} = \frac{4x - \lambda + a + \lambda}{x-2} = \frac{4(x-\lambda)}{x-2} + \frac{a-\lambda}{x-2} = 4 + \frac{a+\lambda}{x-2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2 - \sqrt{4 + \frac{a+\lambda}{x-2}} = 0^- \rightarrow \frac{a+\lambda}{+\infty} = 0^+ \rightarrow a+\lambda > 0 \rightarrow a > -\lambda$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 2 - \sqrt{4 + \frac{a+\lambda}{x-2}} = 0^+ \rightarrow \frac{a+\lambda}{-\infty} = 0^- \rightarrow a+\lambda > 0 \rightarrow a > -\lambda$$

هشت عدد $\{0, -5, -6, -7, \dots\}$ صحیح نامثبت $a > -\lambda$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: دشوار)

۱۴. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{cases} a_{11} = -2 & a_{12} = 3 \\ a_{21} = -1 & a_{22} = 1 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^T = A \times A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A^T = A^T \times A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$A^{1403} = (A^T)^{467} \times A^T = I^{467} \times A^T = I \times A^T = A^T$$

(هندسه (۳) - سطح دشواری: متوسط)

۱۵. گزینه ۱ درست است.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

طرفین رابطه $AMB = C$ را از سمت راست در B^{-1} و از سمت چپ در A^{-1} ضرب می‌کنیم.

$$A^{-1}AMB B^{-1} = A^{-1}CB^{-1} \Rightarrow M = A^{-1}CB^{-1}$$

$$M = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} -3 & 9 \\ 2 & -6 \end{bmatrix} \Rightarrow 2 = \text{مجموع درایه‌ها}$$

(هندسه (۳) - سطح دشواری: متوسط)

۱۶. گزینه ۴ درست است.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \bar{O}$$

$$\Rightarrow A^T + I = I \Rightarrow (A + I)(A^T - A + I) = I$$

$$\Rightarrow (A + I)^{-1} = A^T - A + I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(هندسه (۳) - سطح دشواری: دشوار)

۱۷. گزینه ۲ درست است.

$$\text{دستگاه} \begin{cases} 2x + my = 4 \\ (m-1)x + y = 2 \end{cases} \text{ فاقد جواب است، بنابراین:}$$

$$\frac{2}{m-1} = \frac{m}{1} \neq \frac{4}{2} \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

$$m = -1 \Rightarrow \frac{2}{-2} = \frac{-1}{1} \neq \frac{4}{2} \quad \checkmark$$

$$m = 2 \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{2}{1} \neq \frac{4}{2} \quad \boxtimes$$

بنابراین $m = -1$ قابل قبول است.

$$\begin{cases} -x + y = 2 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$$

$$-y_0 = 4 \Rightarrow y_0 = -4$$

$$x_0 + 8 = 2 \Rightarrow x_0 = -6$$

$$x_0 + y_0 = -10$$

(هندسه (۳) - سطح دشواری: متوسط)

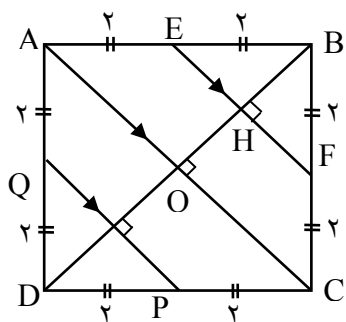
۱۸. گزینه ۱ درست است.

$$|I - A^{-1}| = |AA^{-1} - A^{-1}| = |(A - I)A^{-1}|$$

$$= |A - I| |A^{-1}| = |A - I| \frac{1}{|A|} = 12 \left(\frac{1}{-2} \right) = -6$$

(هندسه (۳) - سطح دشواری: متوسط)

۱۹. گزینه ۲ درست است.



مکان هندسی نقاطی که از قطر AC به فاصله $\sqrt{2}$ واحد باشند، دو خط به موازات قطر AC و به فاصله $\sqrt{2}$ از آن است. محل برخورد این دو خط با محیط مربع را E, F, P, Q می‌نامیم.

$$BD = \sqrt{2} a = 4\sqrt{2} \Rightarrow a = 4 \Rightarrow \text{اندازه ضلع مربع}$$

$$\Rightarrow OB = \frac{1}{2} BD = 2\sqrt{2} \text{ و } OH = BH = \sqrt{2}$$

$$EF \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BH}{OH} = \frac{BE}{AE} = \frac{BF}{FC} = 1$$

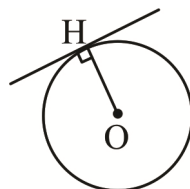
در نتیجه E و F به همین ترتیب P و Q وسط اضلاع مربع هستند.

$$S_{ABEFCPQ} = S_{\text{مربع}} - 2S_{\Delta_{BEF}} = 16 - 2 \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 2 \right) = 12$$

(هندسه (۳) - سطح دشواری: دشوار)

۲۰. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 13 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 3, y = 2 \Rightarrow O(3, 2)$$



$$R = OH = \frac{\left| 3 + \frac{8}{3} + 1 \right|}{\sqrt{1 + \frac{16}{9}}} = 4$$

$$S = \pi R^2 = 16\pi \text{ برابر مساحت دایره است.}$$

(هندسه (۳) - سطح دشواری: متوسط)

۲۱. گزینه ۳ درست است.

$$C: x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0 \Rightarrow O(-2, 3), r = \frac{1}{2} \sqrt{16 + 36 + 48} = 5$$

معادله دایره‌ای که محورهای مختصات مماس‌اند، به صورت $(x \pm \alpha)^2 + (y \pm \alpha)^2 = \alpha^2$ است.

با توجه به اینکه مرکز این دایره نقطه $O'(1, -1)$ است، معادله دایره C' به صورت زیر خواهد بود:

$$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1 \Rightarrow r' = 1, O'(1, -1)$$

$$|OO'| = \sqrt{(-2 - 1)^2 + (3 + 1)^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$$

$$r+r' = 5+1 = 6 \quad r-r' = 5-1 = 4$$

$$\Rightarrow r-r' < |OO'| < r+r' \Rightarrow \text{دو دایره متقاطع اند}$$

(هندسه (۳) - سطح دشواری: متوسط)

۲۲. گزینه ۱ درست است.

فرض کنیم معادله دایره به صورت $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = 16$ باشد.

دایره از نقطه $(2, 1)$ می‌گذرد مختصات نقطه در معادله صدق می‌کند.

$$(2-\alpha)^2 + (1-\beta)^2 = 16 \quad (I)$$

از طرفی فاصله مرکز دایره $O(\alpha, \beta)$ تا خط $y = 5$ برابر با ۸ واحد است. یعنی:

$$|\beta - 5| = 8 \Rightarrow \beta = 13, \beta = -3$$

مرکز دایره در ناحیه چهارم واقع است. $\beta < 0$ قابل قبول است. $\beta = -3$

با جایگذاری در رابطه (I) داریم:

$$(2-\alpha)^2 + (1+3)^2 = 16$$

$$(2-\alpha)^2 = 0 \Rightarrow \alpha = 2, O(2, -3)$$

معادله دایره به صورت $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$ است.

$$y = 0 \Rightarrow (x-2)^2 + 3^2 = 16 \Rightarrow (x-2)^2 = 7$$

$$\Rightarrow x-2 = \pm\sqrt{7} \Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{7}$$

(هندسه (۳) - سطح دشواری: متوسط)

۲۳. گزینه ۴ درست است.

حاصل $p-q+r$ عددی زوج است؛ بنابراین یا هر سه عدد زوج هستند یا یکی زوج و دوتا فرد است. تنها عدد اول زوج عدد ۲

است؛ بنابراین امکان ندارد که هر سه زوج باشند. پس قطعاً یکی از این اعداد زوج و دوتا فرد است. r کوچک‌ترین عدد است، پس

$r = 2$ است و در نتیجه:

$$r = 2 \Rightarrow p - q + 2 = 4 \Rightarrow p - q = 2$$

p و q دو عدد اول هستند که ۲ واحد با هم اختلاف دارند. بزرگ‌ترین اعداد اول دو رقمی با این شرایط اعداد ۷۱ و ۷۳

هستند، بنابراین:

$$p = 73, q = 71, r = 2 \Rightarrow p + q - 2 = 73 + 71 - 2 = 142$$

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: متوسط)

۲۴. گزینه ۳ درست است.

$$(a, 96) = 16 \Rightarrow (a, 2^5 \times 3) = 2^4 \Rightarrow 2^4 | a \Rightarrow a = 2^4 \times q$$

با توجه به اینکه $b = m \cdot m$ و $a = 2^5 \times 3$ است، پس q نه عامل ۲ دارد و نه عامل ۳ بنابراین:

q	۱	۵	۷	۱۱	۱۳
a	۱۶	۸۰	۱۱۲	۱۷۶	۲۰۸

بنابراین a می‌تواند اعداد ۱۶، ۸۰، ۱۱۲ و ۱۷۶ باشد. تعداد این اعداد برابر ۴ است.

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: دشوار)

۲۵. گزینه ۱ درست است.

اگر فرض کنیم که $d = (187, 221) = 13$ باشد، آنگاه خواهیم داشت:

$$\begin{cases} d | 187 \\ d | 221 \end{cases} \Rightarrow d | 187m + 221n \quad (m, n \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow 187m + 221n = kd \quad (k \in \mathbb{Z})$$

بنابراین هر عضو این مجموعه ضربی صحیح از ب. م. م ۱۸۷ و ۲۲۱ است.

$$(187, 221) = (11 \times 17, 13 \times 17) = 17$$

$$\Rightarrow 187m + 221n = 17k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

بزرگ‌ترین عدد دو رقمی مضرب ۱۷ برابر با $17 \times 5 = 85$ و مجموع ارقامش برابر $8 + 5 = 13$ است.

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: دشوار)

۲۶. گزینه ۴ درست است.

ابتدا با اضافه کردن ۶ واحد به طرفین رابطه تقسیم، باقی‌مانده را برابر صفر می‌کنیم:

$$a + 6 = 13q + 7 + 6 = 13q + 13 = 13(q + 1) = 13q'$$

سپس با اضافه کردن ۳ واحد دیگر به طرفین رابطه، باقی‌مانده را برابر ۳ می‌کنیم:

$$a + 6 + 3 = 13q' + 3$$

حالا اگر ۱۳ تا ۱۳ تا به مقسوم اضافه کنیم، باقی‌مانده تغییر نمی‌کند:

$$a + 9 + 13k = 13q' + 3 + 13k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow a + (13k + 9) = 13(q' + k) + 3 = 13q'' + 3$$

بنابراین پاسخ مسئله عددی به صورت $13k + 9$ است. حالا باید بزرگ‌ترین عدد سه رقمی به شکل $13k + 9$ را بیابیم:

$$13k + 9 \leq 999 \Rightarrow 13k \leq 990 \Rightarrow k \leq \frac{990}{13} \Rightarrow k \leq 76$$

$$k = 76 \Rightarrow 13k + 9 = (13 \times 76) + 9 = 997$$

$$\Rightarrow \overline{abc} = 997 \Rightarrow a - b + c = 9 - 9 + 7 = 7$$

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: دشوار)

۲۷. گزینه ۱ درست است.

یک نکته: اگر n عددی طبیعی باشد، آنگاه $a^n + b^n \equiv (a + b)^n$

$$\begin{cases} 2^n + 6^n \equiv (2 + 6)^n \Rightarrow 2^n + 6^n \equiv 8^n \\ 3^n + 4^n \equiv (3 + 4)^n \Rightarrow 3^n + 4^n \equiv 7^n \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2^n + 3^n + 4^n + 6^n \equiv 7^n + 8^n$$

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: متوسط)

۲۸. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{aligned} 2^5 &\equiv 32 \equiv -1 \Rightarrow 2^{10} \equiv 1 \Rightarrow 2^{20} \equiv 1 \Rightarrow 2^{22} \equiv 2^2 \equiv 4 \\ 3^5 &\equiv 243 \equiv 3 - 4 + 2 \equiv 1 \Rightarrow 3^{30} \equiv 1 \Rightarrow 3^{33} \equiv 3^3 \equiv 27 \equiv 5 \\ 5^2 &\equiv 25 \equiv 3 \Rightarrow 5^4 \equiv 9 \equiv -2 \Rightarrow 5^5 \equiv -10 \equiv 1 \Rightarrow 5^{50} \equiv 1 \\ &\Rightarrow 5^{55} \equiv 5^5 \equiv 1 \end{aligned}$$

بنابراین:

$$(2^{22} + 3^{33})x \equiv 5^{55} \Rightarrow (4 + 5)x \equiv 1$$

$$\Rightarrow 9x \equiv 1 \equiv 45 \Rightarrow x \equiv 5 \Rightarrow x = 11k + 5$$

$$k = 9 \Rightarrow x = 99 + 5 = 104$$

پس رقم یکان کوچک‌ترین عدد سه رقمی مانند x برابر ۴ است.

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: متوسط)

۲۹. گزینه ۲ درست است.

یک نکته: در هر گراف ساده G رابطه $\Delta(G) - \delta(G) = \Delta(\bar{G}) - \delta(\bar{G})$ برقرار است.

$$\begin{cases} \Delta(G) + \delta(G) = 7 \\ \Delta(\bar{G}) - \delta(\bar{G}) = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta(G) + \delta(G) = 7 \\ \Delta(G) - \delta(G) = 3 \end{cases} \Rightarrow 2\Delta(G) = 10$$

$$\Rightarrow \Delta(G) = 5 \Rightarrow \delta(G) = 2$$

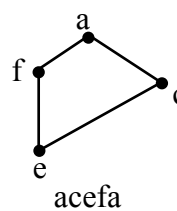
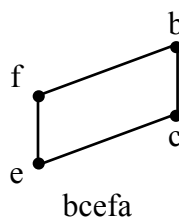
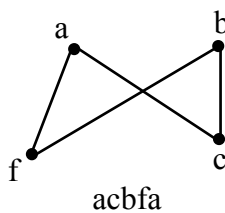
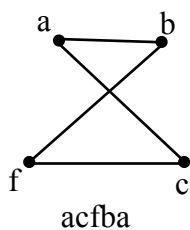
با توجه به اینکه $\Delta(G) = 5$ است، پس گراف G باید حداقل ۶ رأس داشته باشد و در این شرایط درجات رأس‌های این گراف با کمترین تعداد یال به صورت ۵, ۳, ۲, ۲, ۲, ۲ خواهد بود:

$$2q = \sum \deg v_i = 2 + 2 + 2 + 2 + 3 + 5 = 16 \Rightarrow q_{\min} = 8$$

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: دشوار)

۳۰. گزینه ۴ درست است.

چهار دور دیگر به طول ۴ شامل رأس c وجود دارد که عبارتند از:



(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: متوسط)

فیزیک

۳۱. گزینه ۲ درست است.

در قسمت اول حرکت داریم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{5}L \Rightarrow t_1 = \frac{L_1}{v_1} \Rightarrow t_1 = \frac{\frac{1}{5}L}{4} = \frac{L}{20}$$

در قسمت دوم حرکت داریم:

$$\Delta x_2 = \frac{4}{5}L \Rightarrow t_2 = \frac{L_2}{v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{\frac{4}{5}L}{12} = \frac{L}{15}$$

حال داریم:

$$|v_{avT}| = \frac{|\Delta x_1 - \Delta x_2|}{t_1 + t_2} = \frac{|\frac{1}{5}L - \frac{4}{5}L|}{\frac{L}{20} + \frac{L}{15}}$$

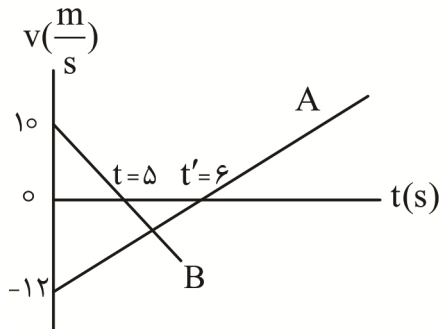
$$\Rightarrow |v_{avT}| = \frac{\frac{3}{5}L}{\frac{7}{60}L} = \frac{36}{7} \text{ m/s}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۲. گزینه ۳ درست است.

گام اول: با توجه به اینکه بزرگی شتاب هر دو متحرک یکسان است از رابطه $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ برای هر متحرک استفاده می‌کنیم و

داریم:



$$\left. \begin{aligned} a_A &= \frac{0 - (-12)}{t'} = \frac{12}{t'} \\ a_B &= \frac{0 - 10}{t} = \frac{-10}{t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow |a_A| = |a_B|$$

$$\Rightarrow \frac{12}{t'} = \frac{10}{t} \rightarrow 6t = 5t' \quad (1)$$

گام دوم: با توجه به اینکه در بازه زمانی t تا t' علامت سرعت دو متحرک همزمان منفی است، نتیجه می‌گیریم $t' - t = 1s$ و از معادله (۱) استفاده می‌کنیم و t و t' را حساب می‌کنیم.

$$6(t' - 1) = 5t' \rightarrow 6t' - 6 = 5t' \rightarrow t' = 6s \rightarrow t = 6 - 1 = 5s$$

گام سوم: شتاب متحرک‌ها را حساب می‌کنیم:

$$a_A = \frac{0 - (-12)}{6} = 2 \frac{m}{s^2}$$

شتاب B منفی، اما هم اندازه شتاب A است.

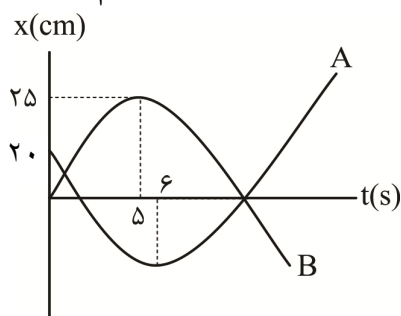
$$\rightarrow a_B = -2 \frac{m}{s^2}$$

گام چهارم: معادله مکان - زمان هر متحرک را می‌نویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$x_A = \frac{1}{2} \cdot 2t^2 - 12t + 20 \Rightarrow x_A = t^2 - 12t + 20$$

$$x_B = \frac{1}{2} \cdot (-2)t^2 + 10t \rightarrow x_B = -t^2 + 10t$$



گام چهارم: مکان دو متحرک را برابر هم قرار می‌دهیم تا لحظه به هم رسیدن آن‌ها به یکدیگر را حساب کنیم:

$$t^2 - 12t + 20 = -t^2 + 10t \rightarrow 2t^2 - 22t + 20 = 0 \rightarrow t^2 - 11t - 10 = 0$$

$$\Rightarrow (t-1)(t-10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1s \text{ برای اولین بار} \\ t_2 = 10s \text{ برای دومین بار} \end{cases}$$

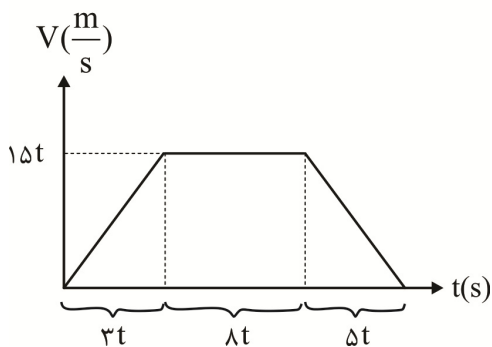
(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۳. گزینه ۲ درست است.

برای حل تست از نمودار سرعت - زمان بهره می‌گیریم از آنجا که اندازه تغییرات سرعت، در بخش تندشونده و کندشونده

حرکت یکسان است. طبق رابطه $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ زمان با شتاب رابطه عکس داشته و چون نسبت شتاب ۵ به ۳ است. نسبت زمان

آن‌ها ۳ به ۵ خواهد بود. زمان در بخش تندشونده را $3t$ و زمان در بخش کندشونده را $5t$ فرض می‌کنیم. به این ترتیب طبق فرض زمان حرکت یکنواخت مجموع این دو یعنی $8t$ است.



نهایی $v = at + V_0$

نهایی $v = 5 \times 3t = 15t$

کل $t = 3t + 8t + 5t = 16t = 64s \Rightarrow t = 4s$

$\Delta x = \text{سطح زیر نمودار} = \frac{(16t + 8t) \times 5t}{2} = 60t^2$

$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{60t^2}{16t} = \frac{60 \times t}{16}$

$t = 4s \Rightarrow V_{av} = \frac{60 \times 4}{16} = 15 \frac{m}{s}$

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۴. گزینه ۲ درست است.

گام ۱: جهت بالا را مثبت و مبدأ مکان را محل رها شدن گلوله A فرض می‌کنیم و معادله مکان - زمان گلوله‌ها را می‌نویسیم:

$$y_A = \frac{1}{2}gt_A^2 + y_{0A} \xrightarrow{y_{0A}=0, t_A=t} y_A = -\frac{1}{2}(10t^2) = -5t^2$$

$$y_B = -\frac{1}{2}gt_B^2 + y_{0B} \xrightarrow{y_{0B}=-60m, t_B=t-2} y_B = -\frac{1}{2} \times 10(t-2)^2 - 60$$

$$y_B = -5t^2 + 20t - 80$$

گام ۲: با توجه به اینکه دو گلوله هم‌زمان به زمین می‌رسند، می‌توان نوشت $y_A = y_B$ و زمان حرکت گلوله‌ها را به دست آورد.

$$-5t^2 = -5t^2 + 20t - 80 \Rightarrow t = 4s$$

$$t_A = t = 4s, t_B = t_A - 2 \Rightarrow t_B = 2s$$

گام ۳: فاصله AC و BC از سطح زمین را به دست می آوریم.

$$y_A = -\Delta t^2 = -\Delta(4)^2 = -\Delta \cdot 16 \Rightarrow \overline{AC} = 16 \cdot \Delta$$

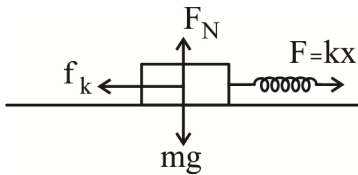
$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} \xrightarrow{\overline{AB}=60m} \overline{BC} = 20 \cdot \Delta$$

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{16}{20} = 4$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۵. گزینه ۴ درست است.

گام اول: نیروهای وارد بر جسم را در مرحله اول در نظر می گیریم و با استفاده از قانون دوم نیوتن و نیروی کشسانی فنر شتاب جسم را حساب می کنیم.



$$F - f_k = ma \rightarrow kx - \mu_a mg = ma \rightarrow 2 \times 10 - 0.2 \times 50 = \Delta a \rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

گام دوم: از رابطه $v = at + v_0$ استفاده می کنیم و سرعت جسم را در لحظه $t = 5s$ حساب می کنیم:

$$v = 5 \times 2 + 0 = 10 \frac{m}{s}$$

گام سوم جابه جایی جسم را تا لحظه $t = 5s$ حساب می کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 + 0 = 25m.$$

گام چهارم: در لحظه $t = 5s$ جرم جسم دو برابر می شود و همزمان با آن نیروی F حذف می شود، پس نتیجه می گیریم که فقط نیروی اصطکاک لغزشی بر جسم وارد می شود و این نیرو ۲ برابر نیروی اصطکاک در مرحله اول است:

$$-f_k = -\mu_k \times 2mg = ma \rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

گام پنجم: از رابطه مستقل از شتاب یا سرعت - جابه جایی با شتاب ثابت مسافت توقف جسم را حساب می کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x' \rightarrow \Delta x' = \frac{10^2}{4} = 25m$$

گام ششم: جابه جایی کل متحرک را حساب می کنیم:

$$\Delta x_{\text{کل}} = 25 + 25 = 50m$$

(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۶. گزینه ۴ درست است.

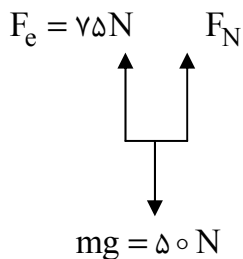
در حالت نخست نیروی فنر با نیروی وزن جسم هم اندازه است:

$$x = \frac{12/5}{100} l_1 = \frac{1}{8} \times 40 = 5cm$$

در حالت دوم جسم بر روی ترازو قرار گرفته و به طول فنر $2/5cm$ افزوده می گردد و تغییر طول فنر $7/5cm$ می شود:

$$\text{در حالت اول: } k \times 5 = mg = 50 \Rightarrow k = 10 \frac{N}{cm}$$

$$\text{در حالت دوم: } F = kx = 10 \times 7/5 = 75N$$



نیروهای وارد بر جسم در حالت دوم را رسم می‌کنیم:

$$F = ma \text{ خالص}$$

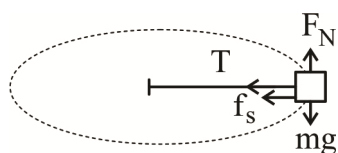
$$F_e + f_N - mg = ma$$

$$75 + 5 - 50 = 5 \times a$$

$$30 = 5a \quad a = 6 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۷. گزینه ۱ درست است.



گام اول: نیروهایی که بر جسم وارد می‌شود را نشان می‌دهیم. نیروهای اصطکاک ایستایی (f_s) و کشش نخ (T) در راستای مرکز دایره بر جسم اثر می‌کنند و نیروی مرکزگرای لازم برای حرکت جسم را تأمین می‌کنند. اما در این حالت می‌توان فرض کرد که در ابتدا که سرعت دیسک به تدریج زیاد می‌شود نیروی اصطکاک ایستایی نیروی مرکزگرا را تأمین

می‌کند و تا لحظه‌ای که تندی دیسک به قدری زیاد شود که نیروی مرکزگرا برابر نیروی اصطکاک بیشینه شود. از این رو این تندی را حساب می‌کنیم:

$$m \frac{v^2}{r} = \mu_s mg$$

$$V = \sqrt{\mu_s r g} = \sqrt{0.4 \times 1 \times 10} = 2 \frac{m}{s}$$

گام دوم: چون تندی دیسک بیشتر از $2 \frac{m}{s}$ است؛ پس نیروی مرکزگرای بیشتری از $f_{s \max} = \mu_s mg$ مورد نیاز است تا حرکت دایره‌ای جسم حفظ شود و این نیروی مرکزگرا را کشش نخ تأمین می‌کند و اکنون آن را حساب می‌کنیم.

$$F_{\text{نخ}} + f_{s \max} = m \frac{v^2}{r} \rightarrow F_{\text{نخ}} + \mu_s mg = \frac{1}{2} mv^2$$

$$F_{\text{نخ}} + 0.4 \times 2 \times 10 = 2 \times \frac{2^2}{1} \rightarrow F_{\text{نخ}} = 10 \text{ N}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۸. گزینه ۴ درست است.

با توجه به رابطه زیر داریم:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow n = \frac{t}{T}$$

پس:

$$n_A = \frac{43/2}{3/6} = 12 \quad \text{و} \quad n_B = \frac{43/2}{4/8} = 9$$

در نهایت داریم:

$$n_A - n_B = 12 - 9 = 3$$

پس نوسانگر B، ۳ نوسان کامل کمتر از نوسانگر A انجام می‌دهد.
(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۹. گزینه ۳ درست است.

ابتدا تعداد نوسان‌های کامل هر نوسانگر را با تقسیم زمان کل به دوره تناوب آن به دست می‌آوریم:

$$N = \frac{t}{T} \Rightarrow \begin{cases} N_A = \frac{30}{1.5} = 20 \text{ نوسان کامل} \\ N_B = \frac{30}{1.2} = 25 \text{ نوسان کامل} \end{cases}$$

در هر نوسان کامل ۲ بار طول پاره‌خط نوسان طی شده و مسافتی به اندازه ۴ برابر دامنه طی می‌شود:

$$l_A = 20 \times 4A = 80 \times 5 = 400 \text{ cm}$$

$$l_B = 25 \times 4A = 100 \times 5 = 500 \text{ cm}$$

$$\Delta l = 500 - 400 = 100 \text{ cm}$$

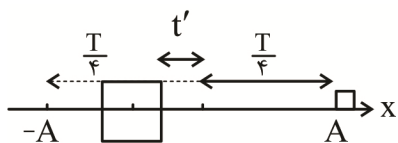
البته در روشی سریع می‌توانید از رابطه زیر نیز بهره بگیرید:

$$\Delta l = \Delta N \times 4A = 5 \times 4 \times 5 = 100 \text{ cm}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۰. گزینه ۱ درست است.

گام ۱: وضعیت نوسانگر روی پاره‌خط نوسان در لحظه‌های t_1 و t_2 به شکل زیر است.



فرض می‌کنیم مدت‌زمان حرکت نوسانگر از مبدأ نوسان (نقطه تعادل) تا مکان $x = -5 \text{ cm}$ برابر با t' باشد. در این صورت

مدت‌زمان حرکت از مکان $x = -5 \text{ cm}$ تا انتهای پاره‌خط نوسان برابر $(\frac{T}{4} - t')$ است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} t_1 = \frac{T}{4} + t' , \quad t_2 = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + (\frac{T}{4} - t') = 3\frac{T}{4} - t' \\ t_2 = \frac{5}{3}t_1 \Rightarrow 3\frac{T}{4} - t' = \frac{5}{3}(\frac{T}{4} + t') \Rightarrow t' = \frac{T}{4} \end{cases}$$

گام ۲: با توجه به الگوی زمانی در شکل روبه‌رو، $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}A$ می‌شود.

$$x = -\frac{\sqrt{2}}{2}A \xrightarrow{A=5\text{cm}} -5 = -\frac{\sqrt{2}}{2}A$$

$$A = \frac{5}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

گام ۳: معادله مکان زمان نوسانگر را می‌نویسیم:

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow{\substack{t=3\text{s} \\ n=3}} T = 1 \text{ s}$$

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \xrightarrow{\substack{x=5\sqrt{2}\text{cm} \\ T=1\text{s}}} x = 5\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{2}t$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

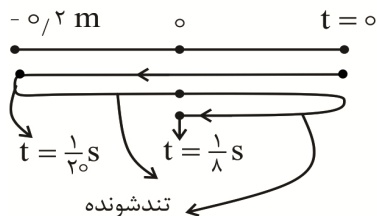
۴۱. گزینه ۳ درست است.

گام اول: مکان نوسانگر را در لحظه $t_1 = 20\text{ s}$ مشخص می‌کنیم:

$$t = \frac{1}{20}\text{ s} \rightarrow x = 0.2 \cos\left(20\pi \times \frac{1}{20}\right) = 0.2\text{ m}$$

چون تندی نوسانگر در نقطه تعادل بیشینه است، هنگامی که نوسانگر به نقطه تعادل نزدیک می‌شود، حرکت آن تندشونده است

گام دوم:



با توجه به شکل نوسانگر می‌توان دریافت نوسانگر در لحظه $t = \frac{1}{10}\text{ s}$

در مرکز نوسان قرار دارد و می‌توان دریافت نوسانگر به اندازه $2A = 2 \times 0.2 = 0.4$ متر؛

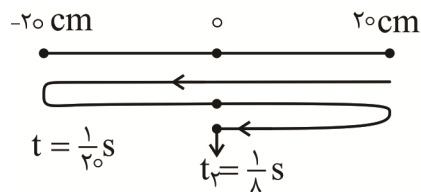
تندشونده حرکت کرده است $2A = 0.4 \times 100 = 40\text{ cm}$

روش دوم: دوره نوسان را حساب می‌کنیم و تعداد نوسان را در بازه مورد نظر حساب می‌کنیم:

$$20\pi = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = 0.1\text{ s}, \Delta t = nt \rightarrow n = \frac{\frac{1}{10} - \frac{1}{20}}{0.1} = \frac{20}{2} = 10$$

$$n = \frac{3}{4}$$

چون در لحظه $t = \frac{1}{20}\text{ s}$ مکان جسم $x = -0.2\text{ m}$ است. مطابق شکل مسیر حرکت را رسم می‌کنیم و مطابق روش اول مسافت تندشونده را حساب می‌کنیم.



(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۲. گزینه ۳ درست است.

گام ۱: بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta T}{4} = \frac{5}{12} \Rightarrow T = \frac{1}{3}\text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

گام ۲: معادله حرکت نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{A=0.1\text{ m}, \omega=6\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}} x = 0.1 \cos 6\pi t$$

گام ۳: با قرار دادن اندازه t_1 مقدار x در این لحظه را حساب می‌کنیم:

$$x = 0.1 \cos 6\pi t \xrightarrow{t_1=\frac{1}{18}} x = 0.1 \cos 6\pi \left(\frac{1}{18}\right) = \frac{1}{20}\text{ m}$$

گام ۴: اندازه شتاب نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$a = | -x\omega^2 | \xrightarrow{x=\frac{1}{20}\text{ m}, \omega=6\pi} a = \left| \frac{1}{20} \times 36\pi^2 \right|$$

$$a = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۴۳. گزینه ۲ درست است.

ابتدا با توجه به نمودار مسافت طی شده را به دست می آوریم:

$$L = 5/5 + 11 + 11 + 11 = 38/5 \text{ cm}$$

حال با توجه به رابطه تندی متوسط داریم:

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow v_0 = \frac{38/5}{\Delta t} = \Delta t = 0/55 \text{ s}$$

حال با توجه به نمودار و Δt می توانیم T را به دست آوریم:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{11T}{12} = 0/55 \Rightarrow T = 0/6 \text{ s}$$

حال داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0/6} \Rightarrow \omega = \frac{10\pi}{3} \text{ rad/s}$$

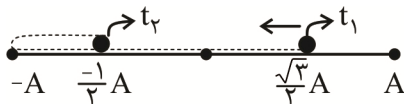
حال سرعت بیشینه نوسانگر را به دست می آوریم:

$$V_{max} = A\omega \Rightarrow V_{max} = 11 \times \frac{10\pi}{3} = \frac{110\pi}{3} \frac{\text{cm}}{\text{s}} \xrightarrow{\pi=3} V_{max} = 110 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۴۴. گزینه ۴ درست است.

گام اول: می دانیم اندازه شتاب نوسانگر بر حسب مکان از رابطه $a = \omega^2 x$ به دست می آید و همچنین می دانیم در نقاط بازگشت اندازه شتاب بیشینه است و در مرکز نوسان ($x = 0$)، شتاب نوسانگر صفر است؛ بنابراین هرگاه نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک می شود شتاب نوسانگر کاهش می یابد.



گام دوم: با توجه به اینکه اندازه بیشینه شتاب نوسانگر از رابطه $a_m = \omega^2 A$ به دست می آید، در لحظه t_1 می توان مکان نوسانگر را به صورت زیر حساب کرد.
در حال نزدیک شدن به مرکز:

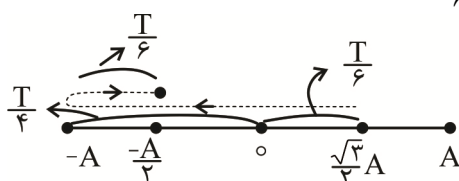
$$\frac{a_1}{a_m} = \frac{\omega^2 x_1}{\omega^2 A} \rightarrow \frac{a_1}{a_m} = \frac{x_1}{A} \rightarrow \frac{x_1}{A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow x_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} A$$

همچنین در لحظه t_2 می توان نوشت:

$$\frac{a_2}{a_m} = \frac{|x_2|}{A} \rightarrow \frac{|x_2|}{A} = \frac{1}{2} \rightarrow x_2 = \frac{-A}{2}$$

چون در لحظه t_2 شتاب برای اولین بار در حال کاهش، است نتیجه می گیریم نوسانگر در مکان منفی است. اکنون با توجه به

شکل می توان دریافت بین دو لحظه t_1 و t_2 مدت زمان $\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{7T}{12}$ می شود.



(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۵. گزینه ۱ درست است.

ثابت فنر در تمامی حالت‌ها ثابت بوده و طبق رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ، می‌توان گفت: $T \propto \sqrt{m}$ و در نتیجه:

$$T \propto \sqrt{m} \Rightarrow \frac{m_1 + m_2}{m_1} = \left(\frac{1/3}{1/2}\right)^2 = \left(\frac{13}{12}\right)^2 = \frac{169}{144}$$

$$\Rightarrow 169m_1 = 144m_1 + 144m_2 \Rightarrow m_2 = \frac{25}{144}m_1$$

$$T \propto \sqrt{m} \Rightarrow T_2 = \frac{5}{12}T_1 = \frac{5}{12} \times 1/2 = 5/24$$

توجه کنید بسامد مورد سؤال است:

$$f_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{5/24} = 24 \text{ HZ}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۶. گزینه ۴ درست است.

گام ۱: ابتدا معادله مکان - زمان نوسانگر را می‌نویسیم و مکان جسم را در لحظه $t = \frac{1}{60}$ حساب می‌کنیم.

$$\omega = 2\pi f \xrightarrow{f=10 \text{ HZ}} \omega = 2\pi \times 10 = 20\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

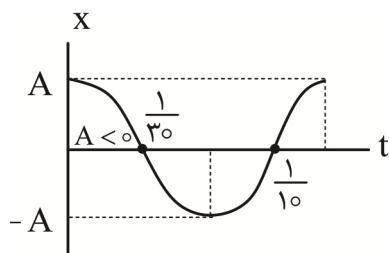
$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{A=0.06 \text{ m}, \omega=20\pi} x = 0.06 \cos 20\pi t$$

$$x = 0.06 \cos 20\pi t \xrightarrow{t=1/60} x = 0.06 \cos 20\pi \left(\frac{1}{60}\right) = 0.03 \text{ m}$$

گام ۲: تندی جسم را از رابطه $V = x\omega$ به دست می‌آوریم.

$$V = x\omega \xrightarrow{x=0.03 \text{ m}, \omega=20\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}} V = 0.03 \times 20\pi = 0.6\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به نمودار این معادله در یک دوره تناوب و وضعیت نوسانگر در لحظه $t = \frac{1}{60} \text{ s}$ ، جسم در ربع اول قرار دارد و حرکت تندشونده است.



$$\begin{cases} \frac{1}{60} < \frac{1}{40} \\ a.v > 0 \end{cases}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۷. گزینه ۱ درست است.

از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ، دوره نوسان آونگ را در حالت دوم حساب می‌کنیم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \xrightarrow{l_2 = l_1 - 0.9l_1} \frac{T_2}{1} = \sqrt{\frac{0.1l_1}{l_1}} \rightarrow T_2 = 0.3 \text{ s}$$

اکنون اختلاف زمانی آونگ را در مدت ۱۰ دقیقه حساب می‌کنیم:

چون به ازای هر یک ثانیه آونگ $1 - 0.9 = 0.1 \text{ s}$ کمتر نشان می‌دهد، بنابراین عقب می‌افتد.

می توان نوشت:

$$\frac{1s}{10 \times 60} \Big| \begin{matrix} 0.1 \\ \Delta t \end{matrix} \rightarrow \Delta t = 60s$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۸. گزینه ۲ درست است.

ابتدا با توجه به رابطه دوره حرکت آونگ ساده داریم:

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{LA}{g}}}{2\pi \sqrt{\frac{LB}{g}}} = \sqrt{\frac{LA}{LB}} = \sqrt{16} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{24}{N}}{\frac{24}{N+9}} = \sqrt{\frac{LA}{LB}} = 4 \Rightarrow \frac{N+9}{N} = 4$$

حال با توجه به رابطه $T = \frac{t}{N}$ می توانیم دوره تناوب آونگ B را به دست آوریم:

$$T_B = \frac{t}{N_B} \Rightarrow T_B = \frac{24}{12} = 2s$$

حال داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega_B = \frac{2\pi}{T_B} = \frac{2\pi}{2} = \pi \frac{\text{rad}}{s}$$

چون طول پاره خط ۴cm است، پس دامنه آن ۲cm است. همچنین در انتهای مسیر نوسان شتاب بیشینه است.

$$a_{\max} = A\omega^2 \Rightarrow a_{\max} = (2 \times 10^{-2}) \times (\pi)^2 \xrightarrow{\pi^2 \approx 10}$$

$$a_{\max} = 0.2 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳ - سطح دشواری: دشوار)

۴۹. گزینه ۳ درست است.

$$\text{دامنه } A = \frac{1}{2} \times 10 \text{ cm} = 5 \text{ cm} = \frac{1}{20} \text{ m}$$

در فاصله ۲cm از نقطه بازگشت:

$$x = 5 - 2 = 3 \text{ cm}$$

رابطه داده شده برای انرژی پتانسیل، تفاضل انرژی کل از انرژی جنبشی است:

$$u = E - k = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 - \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 = 18 \\ \frac{1}{2} m = 2 \end{cases}$$

طبق فرض: $u = 18 - 2v^2$

$$\text{تقسیم روابط: } A^2 \omega^2 = 9 \Rightarrow A\omega = 3$$

$$A = \frac{1}{20} \text{ m} \Rightarrow \frac{1}{20} \omega = 3 \Rightarrow \omega = 60 \frac{\text{rad}}{s}$$

اینک از فرمول ارتباطی بین شتاب و مکان استفاده می‌کنیم:

$$a = -\omega^2 x \Rightarrow |a| = (60)^2 \times \frac{3}{100} = 108 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۰. گزینه ۳ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف: نادرست است؛ زیرا بنابر رابطه $E = \frac{1}{2} kA^2$ ، جرم نوسانگر تأثیری بر انرژی مکانیکی نوسانگر ندارد. دقت کنید که اگر از

رابطه $E = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2$ استفاده کنید به اشتباه گزینه ۱ یا ۲ را انتخاب می‌کنید. باید توجه کنید که بنابر رابطه

$\omega^2 = \frac{k}{m}$ متناسب با وارون جرم نوسانگر است و اگر جرم نوسانگر ۲ برابر شود، ω^2 برابر می‌شود و انرژی مکانیکی

تغییر نمی‌کند.

ب: درست است. بنابر رابطه:

$$E = u_{\max} = k_{\max} = \frac{1}{2} mv_m^2$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{V_{m,2}}{V_{m,1}} \right)^2 \rightarrow 2 = \left(\frac{V_{m,2}}{V_{m,1}} \right)^2 \rightarrow \frac{V_{m,2}}{V_{m,1}} = \sqrt{2}$$

پ: نادرست است؛ زیرا نمودار مربوط به انرژی پتانسیل نوسانگر است و از آن می‌توان نتیجه گرفت:

$$u_{\max} = E = 0.3J$$

و همچنین در مکان X_1 ، انرژی پتانسیل نوسانگر برابر $0.1J$ است و از رابطه $E = k + u$ می‌توان انرژی جنبشی نوسانگر را در این مکان حساب کرد.

$$0.3 = k + 0.1 \rightarrow k = 0.2J$$

و اکنون از رابطه $k = \frac{1}{2} mv^2$ ، تندی نوسانگر را در این لحظه حساب می‌کنیم:

$$0.2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times V^2 \rightarrow V^2 = 2 \rightarrow V = \sqrt{2} \frac{m}{s}$$

ت: درست است. از رابطه $E = k + u$ می‌توان نوشت:

$$k = \frac{1}{3} u \rightarrow u = 3k$$

$$E = k + 3k = 4k \rightarrow \frac{k}{E} = \frac{1}{4} \xrightarrow[k = \frac{1}{2} mv_m^2]{E = \frac{1}{2} mv_m^2} \left(\frac{V}{V_m} \right)^2 = \frac{1}{4} \quad V = \frac{1}{2} V_m$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۱. گزینه ۱ درست است.

برای آنکه بین دو حرکت تشدید رخ دهد، باید بسامد و یا دوره حرکت آن‌ها با هم یکسان شوند.

دوره تناوب نوسان آونگ ساده از رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ به دست می‌آید. اگر طول آونگ را دو برابر کنیم داریم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{2}$$

دوره تناوب سامانه وزنه - فنر $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است. با دو برابر کردن طول آونگ ساده، دوره تناوب آونگ ساده $\sqrt{2}$ برابر شده است. برای آنکه بخواند تشدید رخ دهد، پس دوره تناوب سامانه وزنه - فنر نیز باید $\sqrt{2}$ برابر شود.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{k}{k'}} \Rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{\frac{k}{k'}}$$

$$\Rightarrow \frac{k}{k'} = 2 \Rightarrow k' = \frac{1}{2}k$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۲. گزینه ۳ درست است.

با توجه به شکل می توان نوشت:

$$2\lambda = 3\frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{3}{4}$$

چون، هر دو موج در یک محیط منتشر می شوند، در نتیجه تندی انتشار آن ها یکسان است.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 1$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۳. گزینه ۳ درست است.

دو تار هم جنس هستند؛ یعنی $\rho_A = \rho_B$

با توجه به رابطه $V = \sqrt{\frac{F}{\rho_A}}$ با استفاده از رابطه $V = \frac{2}{d}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}$ می توان نوشت:

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{d_A}{d_B} \sqrt{\frac{F_B}{F_A} \times \frac{P_A}{P_B}} \xrightarrow{\frac{V_A = 2\sqrt{2}V_B}{F_A = 2F_B}} \frac{d_A}{d_B} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۴. گزینه ۲ درست است.

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{200}{0.5}} = 20 \frac{m}{s}$$

$$x = \frac{\Delta}{4} \pi = 50 \Rightarrow \pi = 40 \text{ cm}$$

$$\pi = \frac{V}{f} \Rightarrow f = \frac{V}{\pi} = \frac{20}{0.4} = 50 \text{ HZ}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 100\pi \frac{\text{rad}}{s}$$

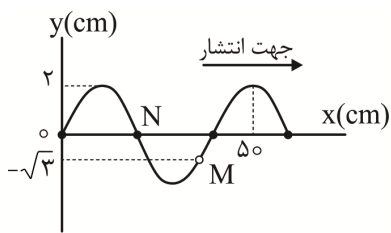
می توان نشان داد مقدار داده شده برای سرعت همان V_{\max} است:

$$V_{\max} = A\omega = \frac{2}{100} \times 100\pi = 2\pi \approx 2 \times 3 = 6 \frac{m}{s}$$

سرعت نوسانگر هنگام گذر از مبدأ حداکثر می شود. پس باید نقطه m به مبدأ برسد.

می دانیم در نقش موج، هر نقطه از محیط تلاش می کند رفتار خود را مانند نقاط قبل از خودش نماید:

پس نقطه M باید خود را مانند نقطه N نماید.



$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -\sqrt{3} = 2 \cos \omega t$$

$$\Rightarrow \cos \omega t = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

از آنجا که نقطه M با گذشت زمان به نقطه بازگشت منفی می‌رسد:

$$\Rightarrow \theta_M = \omega t = \frac{5\pi}{6}$$

از طرفی برای نقطه N، $x = 0$ بوده و چون نقطه بازگشت مثبت می‌رسد:

$$\theta_N = \omega t = \frac{3\pi}{2}$$

اختلاف این دو مقدار، تغییر زاویه بر حسب رادیان و زمان موردنیاز را مشخص می‌کند:

$$\Delta\theta = \frac{3\pi}{2} - \frac{5\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\Delta\theta = \omega t \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = 100\pi t$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{150} \text{ s}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۵. گزینه ۲ درست است.

چون دو موج در یک محیط منتشر شده‌اند؛ پس تندی انتشار دو موج یکسان است. با توجه به نقش موج و رابطه $f = \frac{V}{\lambda}$

نسبت بسامد دو موج را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} A_A = 9 \text{ cm} \\ A_B = 3 \text{ cm} \\ \lambda_B = 3\lambda_A \end{cases}$$

$$\frac{f_B}{f_A} = \frac{V_B}{V_A} \times \frac{\lambda_A}{\lambda_B} \Rightarrow \frac{f_B}{f_A} = 1 \times \frac{\lambda_A}{3\lambda_A} = \frac{1}{3}$$

می‌دانیم متوسط آهنگ انرژی (P_{av}) با مربع دامنه (A^2) و مربع بسامد (f^2) رابطه مستقیم دارد؛ پس:

$$\frac{P_{av_B}}{P_{av_A}} = \left(\frac{f_B}{f_A}\right)^2 \times \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_{av_B}}{P_{av_A}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3}{9}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{P_{av_B}}{P_{av_A}} = \frac{1}{9} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{81}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

شیمی

۵۶. گزینه ۴ درست است.

بررسی موارد:

موردهای اول، دوم و سوم و چهارم با توجه به متن کتاب درست است.

مورد پنجم نادرست است؛ زیرا شیب نمودار امید به زندگی در مناطق کم‌برخوردار بیشتر از مناطق برخوردار است. (شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۷. گزینه ۱ درست است.

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم نادرست است؛ زیرا اتیلن گلیکول همانند اوره به دلیل پیوند هیدروژنی در آب محلول هستند.

مورد سوم نادرست است؛ زیرا در بین مولکول‌های روغن زیتون پیوند هیدروژنی وجود ندارد.

مورد چهارم نادرست است؛ زیرا عسل دارای گلوکز و گروه عاملی هیدروکسیل است.

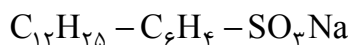
مورد پنجم نادرست است؛ زیرا نمک خوراکی یک ترکیب یونی است و در حلال ناقطبی حل نمی‌شود.

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۸. گزینه ۲ درست است.

اسید چرب روغن زیتون دارای فرمول $C_{18}H_{34}O_2$ است.

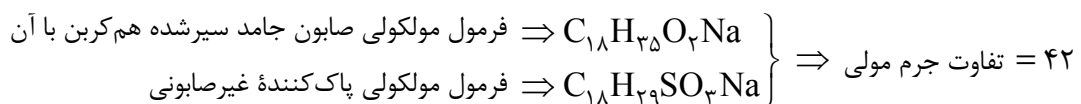
فرمول پاک‌کننده غیرصابونی هم‌کربن با اسید چرب روغن زیتون با زنجیر سیرشده به صورت زیر است:



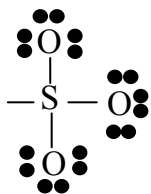
مورد «الف» نادرست است؛ زیرا در آلکیل آن ۲۵ اتم هیدروژن وجود دارد.

مورد «ب» درست است؛ زیرا دارای ۱۵ پیوند $C-C$ و ۳ پیوند $C=C$ است، که در حلقه بنزن قرار دارد.

گزینه «پ» درست است.



گزینه «ت» نادرست است؛ زیرا دارای ۹ جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم‌های اکسیژن است.



(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۹. گزینه ۳ درست است.

بررسی موارد:

گزینه ۱ درست است؛ زیرا شیر، ژله و سس مایونز کلوئید هستند، پس از توده‌های مولکولی با اندازه متفاوت تشکیل شده‌اند.

گزینه ۲ درست است، محلول نور را عبور می‌دهد ولی شربت معده (سوسپانسیون) نور را پخش می‌کند.

گزینه ۳ نادرست است؛ زیرا مخلوط آب و روغن ناپایدار است و با اضافه کردن صابون پایدار شده ولی ناهمگن است؛ چون یک کلوئید است.

گزینه ۴ درست است، اندازه ذرات در کلوئید بین محلول و سوسپانسیون است و برخی خواص محلول و برخی خواص سوسپانسیون را دارد.

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۶۰. گزینه ۲ درست است.

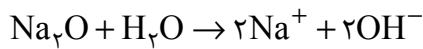
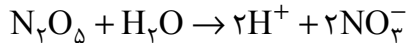
بررسی موارد:

مورد «الف» درست است. محلول یک مولار همهٔ اسیدها رسانای برق است؛ چون در اثر انحلال در آب، یون ایجاد می‌کنند.

مورد «ب» نادرست است؛ زیرا برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک یا افزایش pH خاک آهک می‌افزایند.

مورد «پ» درست است. فلزها و گرافیت رسانای الکترونی و محلول سدیم کلرید از نوع رسانای یونی است.
مورد «ت» درست است.

معادله واکنش‌های انجام شده به صورت زیر است:



(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۱. گزینه ۲ درست است.

$$[H^+] = 2 \times 10^{-1}$$

محلول ۰/۲ مولار نیتریک اسید \Leftarrow

$$pH = -\log [H^+] = 1 - \log 2 = 0,7$$

$$pH_{Ba(OH)_2} - pH_{HNO_3} = 12/3$$

$$\Rightarrow pH_{Ba(OH)_2} = 13 \Rightarrow [H^+] = 10^{-13} \Rightarrow [OH^-] = 10^{-1} \Leftarrow \text{محلول باریم هیدروکسید}$$

$$mg_{Ba(OH)_2} = 25 \text{ mL} \times \frac{10^{-1} \text{ mol OH}^-}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1 \text{ mol Ba(OH)}_2}{2 \text{ mol OH}^-} \times \frac{171 \text{ g Ba(OH)}_2}{1 \text{ mol Ba(OH)}_2} = 213,75 \text{ mg}$$

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۲. گزینه ۳ درست است.

$$M = \frac{10 \cdot a \cdot d}{M} \quad \text{با توجه به رابطه}$$

$$M = \frac{10 \times 30 \times 1/2}{120} = 3 \quad \text{غلظت مولار}$$

با رقیق کردن یک محلول با آب خالص غلظت آن به همان نسبت کاهش می‌یابد، یعنی حجم محلول ۱۰۰ برابر شده است؛

پس غلظت $\frac{1}{100}$ برابر می‌شود. یعنی غلظت مولار جدید برابر ۰/۰۳ است.

$$[H^+] = 3 \times 10^{-2} \Rightarrow pH = -\log(3 \times 10^{-2}) = 1,5$$

$$mg_{\text{ناخالص}} \text{ KOH} = 20 \text{ mL HA} \times \frac{3 \times 10^{-2} \text{ mol HA}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol KOH}}{1 \text{ mol HA}} \times \frac{56 \text{ g KOH}}{1 \text{ mol KOH}} \times \frac{100 \text{ g}}{80 \text{ g}}$$

$$= 42 \text{ میلی‌گرم}$$

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۳. گزینه ۳ درست است.

با توجه به نمودار غلظت اولیه اسید $0,45 + 0,05 = 0,5$

$$g_{CH_3COOH} = 0,2 \text{ L محلول} \times \frac{0,5 \text{ mol CH}_3\text{COOH}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{60 \text{ g CH}_3\text{COOH}}{1 \text{ mol CH}_3\text{COOH}} = 6 \text{ g}$$

$$\alpha\% \text{ درصد یونش} = \frac{\text{غلظت (تعداد مول یونش یافته)}}{\text{غلظت (تعداد مول حل شده)}} \times 100 = \frac{0,05}{0,5} \times 100 = 10$$

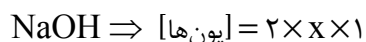
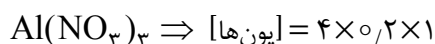
(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۴. گزینه ۳ درست است.

رسانایی الکتریکی به غلظت یون‌ها وابسته است که در حالت کلی از رابطه زیر به دست می‌آید:

درجه یونش \times غلظت مولار \times تعداد یونهای ماده = [یونها]

دو محلول آلومینیم نیترات و سدیم هیدروکسید، به طور کامل به یون تبدیل می شوند؛ پس درجه یونش برابر یک است.



حال برای برابری رسانایی الکتریکی دو محلول باید غلظت یونها برابر باشد.

$$4 \times 0.2 = 2x \Rightarrow x = 0.4 \text{ مولار}$$

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۵. گزینه ۴ درست است.

بررسی موارد:

با رقیق کردن محلول یک اسید با آب خالص موردهای ۲، ۳ و ۴ افزایش می یابد.

مورد (۱) ثابت یونش K_a تغییر نمی کند چون تنها به دما وابسته است.

مورد (۲) چون محلول رقیق می شود، $[\text{H}^+]$ کم می شود و چون $[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$ است، $[\text{OH}^-]$ افزایش می یابد.

پس نسبت $\frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}^+]}$ زیاد می شود.

مورد (۳) در اسیدهای ضعیف با کاهش غلظت، درجه یونش افزایش می یابد.

مورد (۴) چون میزان اسیدی بودن $[\text{H}^+]$ کاهش می یابد، پس pH افزایش می یابد.

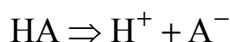
مورد (۵) رسانایی الکتریکی به میزان اسیدی بودن محلول اسید وابسته است، پس کم می شود.

مورد (۶) سرعت واکنش یک فلز با محلول اسید به میزان اسیدی بودن یعنی $[\text{H}^+]$ بستگی دارد، پس آن هم کاهش می یابد.

مورد (۷) مقدار گاز هیدروژن تولیدشده به مول اسید وابسته است که مول اسید تغییر نکرده، پس مقدار هیدروژن تولیدشده تغییر نمی کند.

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۶. گزینه ۲ درست است.



$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{A}^-]}{[\text{HA}]} \Rightarrow 5 \times 10^{-10} = \frac{[\text{H}^+]^2}{2 \times 10^{-1}}$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-5} \Rightarrow \text{pH} = 5$$

$$\text{pH} \text{ اختلاف} = 7 \Rightarrow 2 = \text{pH} \text{ آب خالص}$$

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۷. گزینه ۳ درست است.

$$[\text{OH}^-]_A = 2 \times 10^{-2} > 10^{-7} \Rightarrow \text{A خاصیت بازی دارد}$$

$$[\text{H}^+]_B = 5 \times 10^{-13} < 10^{-7} \Rightarrow \text{B خاصیت بازی دارد}$$

$$[\text{OH}^-]_C = 4 \times 10^{-12} < 10^{-7} \Rightarrow \text{C خاصیت اسیدی دارد}$$

$$[\text{H}^+]_D = 3 \times 10^{-1} > 10^{-7} \Rightarrow \text{D خاصیت اسیدی دارد}$$

گزینه (۱) نادرست است؛ زیرا C خاصیت اسیدی دارد، پس از انحلال لیتیم اکسید در آب حاصل نمی شود.

گزینه (۲) نادرست است.

$$\left. \begin{aligned} [\text{OH}^-]_A = 2 \times 10^{-2} \Rightarrow [\text{H}^+]_A = 5 \times 10^{-13} \Rightarrow \text{pH} = 12.3 \\ [\text{H}^+]_D = 3 \times 10^{-1} \Rightarrow \text{pH} = 0.5 \end{aligned} \right\} \text{pH اختلاف} = 11.8$$

گزینه ۳) درست است \Leftarrow هر دو محلول خاصیت بازی دارند، پس کاغذ pH را آبی می کنند.
گزینه ۴) نادرست است؛ زیرا محلول C اسید است، پس به عنوان ضد اسید استفاده نمی شود.
(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۸. گزینه ۱ درست است.

فرمول مولکولی فنانترن $C_{14}H_{10}$ و فرمول مولکولی نفتالن $C_{10}H_8$ است.



مجموع عدد اکسایش اتم های کربن در فنانترن برابر -10 و در نفتالن برابر -8 است؛ پس نسبت خواسته شده معادل $1/25$ خواهد بود.
(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۹. گزینه ۴ درست است.

بررسی عبارت ها:

عبارت «الف» درست است. از آنجا که Zn قدرت کاهندگی بیشتری نسبت به Ag دارد، لذا با قرار دادن تیغه روی در محلول نقره نیترات دمای محلول افزایش می یابد.

عبارت «ب» نادرست است؛ زیرا Al کاهنده ترین و Au^{3+} اکسنده ترین گونه در بین گونه های جدول است.

عبارت «پ» درست است. واکنش $2Al + 3Zn^{2+} \rightarrow 2Al^{3+} + 3Zn$ با مبادله ۶ الکترون همراه است.

$$13.5gAl \times \frac{1molAl}{27gAl} \times \frac{6mole^-}{2molAl} \times \frac{6.02 \times 10^{23}e^-}{1mole^-} = 9.03 \times 10^{23}e^-$$

عبارت «ت» نادرست است؛ زیرا emf سلول های گالوانی «نقره - طلا» و «آلومینیوم - روی» کمتر از یک ولت است.
(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۰. گزینه ۳ درست است.

بررسی موارد:

(۱) نادرست است؛ زیرا هم سلول اولیه و هم سلول حاصل، نیروی الکترو موتوری بیش از یک ولت دارند.

$$emf_1 = 0.34 - (-0.76) = 1.1V$$

$$emf_2 = 0.8 - (-0.44) = 1.24V$$

(۲) نادرست است؛ زیرا واکنش کلی سلول ایجاد شده به صورت $Fe + 2Ag^+ \rightarrow Fe^{2+} + 2Ag$ است که در آن شیب تغییر غلظت کاتیون در کاتد دو برابر شیب تغییر غلظت کاتیون در آند است.

(۳) درست است. به ازای مصرف ۱ مول Fe در آند، ۲ مول Ag در کاتد ایجاد می شود.

$$\frac{2 \times 108}{56} \cong 3.85$$

(۴) نادرست است؛ زیرا AgCl ترکیبی نامحلول در آب است و نمی تواند به عنوان الکترو لیت در نیم سلول نقره به کار رود.
(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

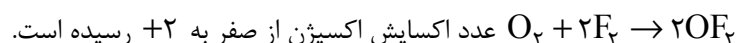
۷۱. گزینه ۳ درست است.

بررسی عبارت ها:

(الف) درست است. برقکافت و آبکاری از مهمترین کاربردهای الکتروشیمی در قلمرو تولید مواد هستند.

(ب) نادرست است؛ زیرا در تولید باتری لیمویی باید از دو تیغه با جنس های متفاوت استفاده کرد.

(پ) درست است. در واکنش $2Mg + O_2 \rightarrow 2MgO$ عدد اکسایش اکسیژن از صفر به -2 و در واکنش



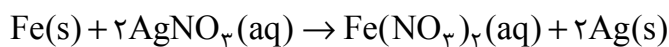
عدد اکسایش اکسیژن از صفر به $+2$ رسیده است.

(ت) نادرست است؛ زیرا واکنش کلی به صورت $Zn + Ag_2O \rightarrow ZnO + 2Ag$ است.

ث) درست است. در واکنش $H_2SO_4 + NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + H_2O$ عدد اکسایش همه اتم‌ها ثابت می‌ماند.
(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۲. گزینه ۲ درست است.

معادله پس از موازنه به صورت زیر درمی‌آید:



به‌ازای مصرف دو مول نقره نیترات، ۵۶ گرم از جرم تیغه آهن کاسته و به‌جای آن $(216 \times \frac{a}{100})$ گرم به جرم تیغه افزوده می‌شود.

$$0.2 = \frac{\text{مول}}{0.5} \Rightarrow 0.1 \text{ mol } AgNO_3 \text{ مصرف شده}$$

$$29.6 - 24.3 = 5.3 \text{ g افزایش جرم تیغه}$$

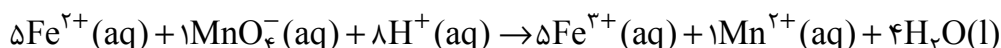
$$0.1 \text{ mol } AgNO_3 \times \frac{(216a - 56) \text{ g}}{2 \text{ mol } AgNO_3} = 5.3 \Rightarrow a = 75$$

پس ۷۵ درصد از فلز نقره روی تیغه آهن رسوب کرده است.

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۳. گزینه ۴ درست است.

معادله پس از موازنه به صورت زیر درمی‌آید:



مجموع ضرایب گونه‌ها پس از موازنه برابر ۲۴ است.

$$0.2 \text{ mol } Fe^{2+} \times \frac{4 \text{ mol } H_2O}{5 \text{ mol } Fe^{2+}} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 2.88 \text{ g } H_2O$$

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۴. گزینه ۱ درست است.

بررسی موارد:

فقط مورد دوم درست است.

مورد اول نادرست است؛ زیرا بخار آب از کاتد سلول سوختی خارج می‌شود.

مورد سوم نادرست است؛ زیرا یکی از چالش‌های مهم در محلول سوختی تأمین سوخت (H_2) است.

مورد چهارم نادرست است؛ زیرا گاز A (H_2) در این سلول کاهنده و گاز C (O_2) در آن اکسنده است.

مورد پنجم نادرست است؛ زیرا سلول سوختی برخلاف باتری‌ها قادر به ذخیره انرژی شیمیایی نیست.

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۵. گزینه ۴ درست است.

فرض می‌کنیم a مول $CaBr_2$ و b مول $NaBr$ داریم. بر اثر برقکافت هر مول $CaBr_2$ یک مول Br_2 و بر اثر برقکافت هر مول $NaBr$ ، 0.5 مول Br_2 تولید می‌شود.

$$\begin{cases} 200a + 103b = 91.5 \\ a + 0.5b = 0.45 \end{cases} \Rightarrow a = 0.2, b = 0.5$$

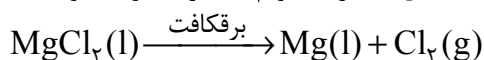
بر اثر برقکافت 0.2 مول $CaBr_2$ ، 0.2 مول کلسیم (۸ گرم) و بر اثر برقکافت 0.5 مول $NaBr$ ، 0.5 مول سدیم (۱۱.۵ گرم) تولید می‌شود.

$$\frac{Na \text{ جرم}}{Ca \text{ جرم}} = \frac{11.5}{8} \cong 1.44$$

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۶. گزینه ۳ درست است.

در یکی از مراحل استخراج منیزیم از آب دریا، منیزیم کلرید مذاب را برقکافت می‌کنند تا Mg در کاتد و Cl_۲ در آند تولید شود.

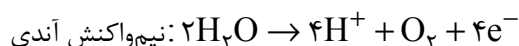
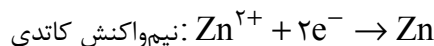


(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۷. گزینه ۲ درست است.

بررسی مطالب:

نیم واکنش‌های انجام شده در آند و کاتد عبارت است از:



(۱) درست است. در کاتد فلز روی و در آند گاز اکسیژن تولید می‌شود.

(۲) درست است. H⁺ تولید شده در آند و F⁻ واکنش نداده و در سلول تولید محلول HF می‌کنند که اسیدی ضعیف است.

گزینه (۳) نادرست است؛ زیرا در این سلول Zn(OH)_۲ تشکیل نمی‌شود.

(۴) نادرست است؛ زیرا emf سلول برابر ۱/۹۹- ولت است.

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۸. گزینه ۳ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱) نادرست است؛ زیرا حلی در ظروف بسته‌بندی مواد غذایی کاربرد دارد.

گزینه (۲) نادرست است؛ زیرا بر اثر خراش نیم‌واکنش اکسایش به صورت Fe → Fe^{۲+} + ۲e⁻ است.

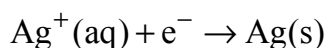
گزینه (۳) درست است. نیم‌واکنش کاهش در فرآیند خوردگی در محیط اسیدی به صورت O_۲ + ۴H⁺ + ۴e⁻ → ۲H_۲O است.

گزینه (۴) نادرست است؛ زیرا Fe کاهنده و O_۲ اکسنده و H_۲O الکترولیت است.

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: آسان)

۷۹. گزینه ۲ درست است.

با توجه به نیم‌واکنش‌های انجام شده، داریم:



$$20 \text{ قاشق} \times \frac{162 \text{ g Ag}}{1 \text{ قاشق}} \times \frac{1 \text{ mol Ag}}{108 \text{ g Ag}} \times \frac{1 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol Ag}} \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{4 \text{ mole}^-} \times \frac{16 \text{ g CH}_4}{1 \text{ mol CH}_4} \times \frac{100}{80} = 0.75 \text{ g}$$

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۸۰. گزینه ۲ درست است.

بررسی مطالب:

E°(B^{۲+}/B) برابر ۰/۳۱V و E°(A^{۲+}/A) برابر ۰/۵۸V است.

مطلب ۱ نادرست است؛ محلول نمک‌های A را نمی‌توان در ظرف B نگهداری کرد، زیرا قدرت کاهندگی B از A بیشتر است.

مطلب ۲ درست است. به دلیل کوچک‌تر بودن E°(B^{۲+}/B) نسبت به E°(A^{۲+}/A)، فلز B از فلز A کاهنده‌تر است.

مطلب ۳ نادرست است؛ فلز A برای حفاظت کاتدی آهن مناسب نیست؛ زیرا در حفاظت کاتدی آهن به فلزی نیاز داریم که از آهن کاهنده‌تر باشد.

مطلب ۴ نادرست است؛ زیرا کاتیون‌ها از دیواره متخلخل (مدار داخلی) از نیم‌سلول آند به سمت کاتد حرکت می‌کنند.

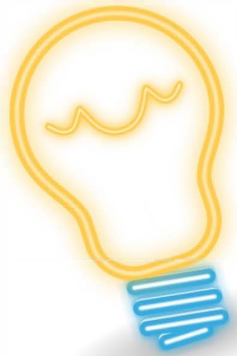
(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

دانلود رایگان تمام آزمون های آزمایشی

در کانال تلگرام ما :

آزمونها آزمایشی

t.me/Azmoonha_Azmayeshi



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور



join us ...





شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

بسمه تعالی



قابل توجه دانش آموزان متقاضی شرکت در آزمون های آزمایشی مرحله ای و جامع

تسهیلات ویژه استفاده از فیلم های آموزشی سنجشینه ویژه دانش آموزان پایه دهم،

یازدهم، دوازدهم و داوطلبان کنکور سراسری سال ۱۴۰۴

(گروه علوم ریاضی و فنی و علوم تجربی)

به اطلاع می‌رساند، شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور، نسبت به تولید ویدئوهای آموزشی با کیفیت برای **گروه علوم ریاضی و فنی** و **گروه علوم تجربی** در قالب بسته‌های آموزشی، ویژه داوطلبان آزمون‌های آزمایشی سنجش به صورت طبقه‌بندی شده منطبق بر بودجه‌بندی آزمون‌ها جهت ایجاد آمادگی دانش‌آموزان برای شرکت در این آزمون‌ها اقدام، و بستر آموزشی ویدئویی را برای ایجاد آمادگی دانش‌آموزان به‌منظور شرکت در آزمون‌های آزمایشی و کنکور سراسری و امتحانات نهایی راه اندازی نموده است.

نحوه دسترسی به محتوای آموزشی:

دانش‌آموزانی که در آزمون‌های آزمایشی سنجش (مرحله‌ای یا جامع) شرکت می‌نمایند، می‌توانند در هنگام ثبت‌نام بسته مربوط به همان مرحله آزمون را همراه با آموزش ویدئویی خریداری نمایند و ضمن استفاده از **تخفیف خرید بسته آموزشی** به کلیه دروس مربوط به آن مرحله که براساس بودجه‌بندی آزمون‌های آزمایشی سنجش آماده شده است دسترسی داشته و خود را برای شرکت در آزمون‌های آزمایشی آماده نمایند.

نکته: بسته آموزشی ویدئویی هر مرحله، بیست روز قبل از برگزاری هر آزمون بر روی سایت فعال می‌شود. همچنین این بسته‌ها همراه هر آزمون جهت آمادگی دانش‌آموزان برای شرکت در آزمون‌های آزمایشی ارائه می‌شود. و پس از پایان ثبت نام هر مرحله آزمون، امکان دسترسی به این بسته‌ها به صورت جداگانه وجود ندارد.

نحوه ثبت نام:

آزمون‌های آزمایشی سنجش همراه با آموزش ویدئویی :

آن دسته از دانش‌آموزانی که در آزمون‌های آزمایشی سنجش (مرحله‌ای یا جامع) شرکت می‌نمایند، در صورت تمایل به استفاده از بسته‌های آموزشی لازم است با توجه به دستورالعمل ثبت‌نام آزمون‌های آزمایشی سنجش (مرحله‌ای یا جامع) در هنگام ثبت‌نام در سایت اینترنتی شرکت به نشانی www.sanjeshserv.ir پس از تکمیل اطلاعات درخواستی در بخش داشبورد قسمت آزمون‌های آزمایشی **بسته مربوط به آزمون همان مرحله را همراه با آموزش ویدئویی** خریداری نمایند که در این صورت بدیهی است به کلیه دروس مربوط به آن مرحله که براساس بودجه‌بندی آزمون‌های آزمایشی سنجش آماده شده است دسترسی خواهند داشت. دانش‌آموزان گرامی در صورت داشتن هرگونه سؤال درخصوص قیمت بسته‌ها و جهت کسب اطلاعات بیشتر، به سایت www.sanjeshserv.ir مراجعه و یا با خط ویژه ۰۲۱-۴۲۹۶۶ تا ۰۲۱ (صدای داوطلب) تماس حاصل نمایند.

شرکت تعاونی خدمات آموزشی
کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور

با تسهیلات و تخفیفات ویژه

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور



منطبق بر بودجه‌بندی

آمارگی بیشتر در هر مرحله‌ی آزمون آزمایشی با مجموعه فیلم‌های آموزشی سنجشینه



ویژه دانش‌آموزان پایه دهم، یازدهم، دوازدهم و داوطلبان کنکور سراسری سال ۱۴۰۴

صدای داوطلب
۰۲۱ - ۴۲ ۹۶۶

ثبت‌نام گروهی دبیرستان‌ها
۰۲۱ - ۸۸۸ ۴۴ ۷۹۱ - ۳

ثبت‌نام اینترنتی
sanjeshserv.ir