بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفترچه پاسخ

آزمون ۱۹ مرداد ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	دانیال ابراهیمی-مهدی براتی-داود بوالحسنی-سعید پناهی-محمدابراهیم توزنده‌جانی-عادل حسینی-وحید راحتی-سهیل ساسانی جواد سراج-علی غریبی-احسان غنی‌زاده-علیرضا فیضیان-سینا گودرزی-محمد گودرزی-مجتبی مجاهدی-میلاد منصوری سروش موئینی-امیرحسین نیکان-سیدمجتبی هاشمی-سینا همتی-فهیمه ولی‌زاده
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-علی احمدی‌قزل‌دشت-عباس اسدی‌امیرآبادی-محبوبه بهادری-حسین حاجیلو-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش حسین خزایی-محمد خندان-نیما زارع-محمد صحت‌کار-علی فتح‌آبادی-فرشاد فرامرزی-احمدرضا فلاح-محمد کریمی-نصیر محبی‌نژاد مهرداد ملوندی-محمدجواد نوری-سرژ یقیازاریان‌تبریزی
	آمارواحتمال وریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-حنانه اتفاقی-رضا توکلی-جواد حاتمی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-فرزانه خاکپاش-امیرهوشنگ خمسه-محمد خندان کیوان دارابی-سیدوحید ذوالفقاری-سوگند روشنی-علیرضا شریف‌خطیبی-حمید گروسی-سهام مجیدی‌پور-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی
	فیزیک	شهرام احمدی‌دارانی-عباس اصغری-محمد اکبری-عبدالرضا امینی‌نسب-رامین آرامش‌اصل-مهدی براتی-امیرحسین برادران امیر پوریوسف-محمدرضا حسین‌نژادی-بیتا خورشید-میثم دشتیان-محمدعلی راست‌پیمان-محمدجواد سورچی-مسعودقره‌خانی احسان کرمی-مصطفی کیانی-محمدصادق مام‌سیده-امیرحسین مجوزی-حسین مخدومی-محمود منصوری-محمدفاضل میرحاج سیده ملیحه میرصالحی
	شیمی	علی امینی-عامر برزیگر-امیرعلی بیات-کامران جعفری-مسعود جعفری-محمدرضا جمشیدی-عبدالرضا دادخواه-حمید ذبحی سیدرضا رضوی-علی رفیعی-ماهان زواری-جواد سوری‌لکی-جهان شاهی‌بیگباغی-سهراب صادقی‌زاده-مسعود طبرسا-امیرحسین طیبی محمد عظیمیان‌زواره-بهنام قازانچایی-متین قنبری-علی کریمی-حسین ناصری‌ثانی-سیدرحیم هاشمی‌دهکردی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	هندسه	آمارواحتمال وریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	ماهان زواری
گروه ویراستاری	سهیل تقی‌زاده مهبد خالتی	امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی مهبد خالتی	امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی مهبد خالتی	حسین بصیر بهنام شاهنی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیررضا حکمت نیا امیرحسین مسلمی امیرعلی بیات
مسئول درس	عادل حسینی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	ماهان زواری
مستندسازی	سمیه اسکندری	عادل حسینی	الهه شهبازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	علیرضا زارعی- علیرضا عباسی‌زاهد- سجاد سلیمی			احسان صادقی مهدی گنجی‌وطن معصومه صنعت‌کار	محسن دستجردی حسین شاهسواری امیرحسین کلانتری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری — مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

حسابان ۱

۱- **گزینهٔ «۲»** *(وحید رامتی)*

$$\left.\begin{matrix} f(0)+g(0)=-1 \\ f(0)-g(0)=11 \end{matrix}\right\} \Rightarrow f(0)=5\ ,\ g(0)=-6$$

$$\Rightarrow (f^2+2g)(0)=\big(f(0)\big)^2+2g(0)=13$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۲- **گزینهٔ «۴»** *(میلاد منصوری)*

ضابطهٔ تابع f را ساده می‌کنیم. براساس ریشه داخل قدرمطلق که $x=0$ است، ضابطه‌بندی می‌کنیم:

$$f(x)=\begin{cases} -2 & ;\ x<0 \\ -4 & ;\ x>0 \end{cases}$$

در نتیجه $a=0$، $b=-2$، $c=-4$ و $a+b+c=-6$ است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

۳- **گزینهٔ «۱»** *(دانیال ابراهیمی)*

دامنهٔ تابع، مجموعه جواب‌های نامعادلهٔ $x^3+ax+b\geq 0$ است و از آنجا که دامنه بازهٔ $[-2\ ,+\infty)$ است، نتیجه می‌شود که $x=-2$ ریشهٔ عبارت x^3+ax+b است.

$$\Rightarrow -8-2a+b=0 \Rightarrow b=2a+8$$

$$\Rightarrow x^3+ax+2a+8=(x+2)(x^2-2x+a+4)$$

عبارت $x^2-2x+a+4$ نباید ریشه داشته باشد:

$$\Rightarrow \Delta=4-4(a+4)<0 \Rightarrow a>-3 \qquad (1)$$

یا ریشهٔ مضاعف بزرگ‌تر از ۲- داشته باشد.

$$\Delta=4-4(a+4)=0 \Rightarrow a=-3 \qquad (2)$$

که در این شرایط ریشهٔ مضاعف $x=1$ است. در نهایت حدود a مجموعهٔ $[-3\ ,+\infty)$ است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۴- **گزینهٔ «۲»** *(مهدی براتی)*

$$[3x+5]^2=32+[3x-3]^2 \Rightarrow [3x+5]^2-[3x-3]^2=32$$

با در نظر گرفتن اتحاد مزدوج داریم:

$$([3x+5]-[3x-3])([3x+5]+[3x-3])=32$$

$$\Rightarrow ([3x]+5-[3x]+3)([3x]+5+[3x]-3)=32$$

$$\Rightarrow 8(2[3x]+2)=32 \Rightarrow 2[3x]+2=4 \Rightarrow [3x]=1$$

$$\Rightarrow 1\leq 3x<2 \Rightarrow \frac{1}{3}\leq x<\frac{2}{3}$$

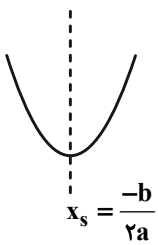
بنابراین $a=\frac{1}{3}$ و $b=\frac{2}{3}$ و $a+b=1$ است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۵- **گزینهٔ «۲»** *(سید مجتبی هاشمی)*

$$f(x)=(4x^2-4x+1)-(x^2+8x+16)+2=3x^2-12x-13$$

با توجه به اینکه $f(x)$ یک سهمی است، این تابع هنگامی یک‌به‌یک است که رأس سهمی یا همان محور تقارن در بازهٔ مورد نظر قرار نداشته باشد مگر در ابتدا و انتهای بازه.



رأس سهمی $x_S=\frac{-b}{2a}=\frac{12}{6}=2$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۶- **گزینهٔ «۴»** *(مهدی براتی)*

فرض می‌کنیم نمودار نهایی مربوط به تابع g باشد. برای یافتن ضابطهٔ آن، در تابع $f^{-1}(x)$ به‌جای x، $x+4$ قرار می‌دهیم:

$$y=f(x)\xrightarrow{\text{وارون}} y=f^{-1}(x)\xrightarrow[\text{به سمت چپ}]{\text{4 واحد}} y=f^{-1}(x+4)$$

$$\Rightarrow g(x)=f^{-1}(x+4)$$

تلاقی تابع $y=f^{-1}(x+4)$ و $y=x-3$ را می‌یابیم:

$$f^{-1}(x+4)=x-3 \xrightarrow[\text{می‌گیریم}]{\text{از دو طرف}} f(f^{-1}(x+4))=f(x-3)$$

$$\Rightarrow x+4=f(x-3)$$

با در نظر گرفتن $f(x)=-x+\sqrt{x+4}$ داریم:

$$x+4=-(x-3)+\sqrt{x-3+4} \Rightarrow 2x+1=\sqrt{x+1}$$

$$\xrightarrow{\text{توان }2}(2x+1)^2=(\sqrt{x+1})^2$$

$$\Rightarrow 4x^2+4x+1=x+1 \Rightarrow 4x^2+3x=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{-3}{4} \text{ غ‌ق‌ق} \end{cases}$$

در نتیجه طول نقطهٔ برخورد برابر صفر است.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

۷- **گزینهٔ «۳»** *(دانیال ابراهیمی)*

وارون تابع f را به‌دست می‌آوریم:

$$y=\frac{x^2+b}{2x} \xrightarrow{\text{وارون}} x=\frac{y^2+b}{2y} \Rightarrow 2xy=y^2+b \Rightarrow y^2-2xy+b=0$$

$$\xrightarrow{\text{روش }\Delta} y=x\pm\sqrt{x^2-b} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ -b=1 \Rightarrow b=-1 \end{cases}$$

برای علامت c، کافی است دقت کنیم که دامنهٔ تابع $x>0$ است، پس برد تابع وارون نیز باید اعداد مثبت باشد. پس $f^{-1}(x)=(x+\sqrt{x^2+1})$ قابل قبول است و در نتیجه $c=1$ خواهد بود. پس داریم: $abc=-1$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

۸- **گزینهٔ «۲»** *(سعید پناهی)*

$$\begin{cases} f(\frac{-5}{3})=\frac{-5}{3}+2=\frac{-5+6}{3}=\frac{1}{3} \\ x=gof(\frac{-5}{3})=g(f(\frac{-5}{3}))=g(\frac{1}{3})=\frac{1}{\frac{1}{3}}=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} g(3)=3^2-1=9-1=8 \\ (fog)(3)=f(g(3))=f(8)=\sqrt{8+3}=\sqrt{11} \end{cases}$$

$$\Rightarrow [(fog)(3)]=[\sqrt{11}]=3$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۹- **گزینهٔ «۱»** *(سینا همتی)*

در تابع $fog(x)$ داریم:

$$(fog)(4)=1 \xrightarrow{g(4)=-1} f(-1)=1$$

$$(fog)(7)=-1 \xrightarrow{g(7)=0} f(0)=-1$$

با استفاده از ۲ نقطهٔ به‌دست آمده برای f ضابطهٔ خطی آن را به‌دست می‌آوریم:

$$f(0)=b=-1$$

$$f(-1)=-a+b=1 \xrightarrow{b=-1} a=-2$$

$$\Rightarrow f(x)=-(2x+1) \Rightarrow f(2)=-5$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۱۰- **گزینهٔ «۴»** *(سراسری خارج از کشور ۹۹)*

ابتدا توجه کنید که برای هر عدد حقیقی x، داریم: $0 \le x-[x]<1$، پس:

$0 \le x-[x]<1 \Rightarrow -1<[x]-x \le 0$، در نتیجه: $-1<f(x) \le 0$.

از طرفی داریم: $g(x)=1-\frac{1}{x+1}$

بنابراین خواهیم داشت: $(gof)(x)=g(f(x))=1-\frac{1}{f(x)+1}$

حال می‌توانیم برد تابع gof را تعیین کنیم:

$$-1<f(x) \le 0 \xrightarrow{+1} 0<f(x)+1 \le 1 \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{f(x)+1} \ge 1$$

$$\xrightarrow{\times(-1)} \frac{-1}{f(x)+1} \le -1 \Rightarrow 1-\frac{1}{f(x)+1} \le 0$$

در نتیجه برد تابع gof بازهٔ $(-\infty, 0]$ است.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲ و ۶۶ تا ۷۰)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

ریاضی ۱

۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین نیکان)*

$$A=-\sqrt[4]{625}=-\sqrt[4]{5^4}=-5$$

$$B=\sqrt[5]{-243}=\sqrt[5]{(-3)^5}=-3$$

$$\Rightarrow B-A=-3-(-5)=2$$

(ریاضی ۱- توان های گویا و عبارت های جبری؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸)

۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

$$\frac{3}{\sqrt[6]{2\sqrt{27}-3\sqrt{3}}}=\frac{3}{\sqrt[6]{2\sqrt{9\times3}-3\sqrt{3}}}$$

$$=\frac{3}{\sqrt[6]{6\sqrt{3}-3\sqrt{3}}}=\frac{3}{\sqrt[6]{3\sqrt{3}}}=\frac{3}{\sqrt[6]{\sqrt{3^2\times3}}}$$

$$=\frac{3}{\sqrt[12]{3^3}}=\frac{3}{\sqrt[4]{3}}=\frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{3}}=\sqrt[4]{27}$$

(ریاضی ۱- توان های گویا و عبارت های جبری؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۱۳- **گزینهٔ «۱»** *(علی غریبی)*

$$a^4+b^4=(a^2)^2+(b^2)^2$$

$$=(a^2+b^2)^2-2a^2b^2=1-2(ab)^2$$

(ریاضی ۱- توان های گویا و عبارت های جبری؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۱۴- **گزینهٔ «۱»** *(علی غریبی)*

ابتدا هر عبارت را جداگانه گویا می‌کنیم و سپس با هم جمع و تفریق می‌کنیم:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{1}{\sqrt{2}+1}\times\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{2}-1\\&\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}\\&\frac{1}{2+\sqrt{3}}\times\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\begin{aligned}&\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+2-\sqrt{3}\\&=-1+2=1\end{aligned}$$

(ریاضی ۱- توان های گویا و عبارت های جبری؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۱۵- **گزینهٔ «۴»** *(فهیمه ولی‌زاده)*

$$\frac{3\sqrt[3]{0/216}}{\sqrt[6]{(128)^3(64)^2}}=\frac{3\times\frac{\sqrt[3]{216}}{\sqrt[3]{1000}}}{\sqrt[6]{(2^7)^3\times(2^6)^2}}=\frac{3\times\frac{\sqrt[3]{2^3\times3^3}}{\sqrt[3]{10^3}}}{\sqrt[6]{2^{21}\times2^{12}}}$$

$$=\frac{3\times\frac{2\times3}{10}}{\sqrt[6]{2^{21+12}}}=\frac{\frac{18}{10}}{\sqrt[6]{2^{33}}}=\frac{\frac{9}{5}}{\frac{33}{26}}=\frac{\frac{9}{5}}{\frac{11}{22}}$$

$$=\frac{\frac{9}{5}}{\frac{32\sqrt{2}}{1}}=\frac{9}{160\sqrt{2}}=\frac{9\sqrt{2}}{320}$$

(ریاضی ۱- توان های گویا و عبارت های جبری؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۶۱)

۱۶- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

$$\sqrt{4+2\sqrt{3}}=\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}=\sqrt{3}+1$$

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}}=\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}=2-\sqrt{3}$$

پس عبارت مورد نظر به صورت زیر است:

$$\frac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}+1)-(2-\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{3}-1}$$

که باید مخرج آن را گویا کنیم:

$$=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{3}-1}\times\frac{2\sqrt{3}+1}{2\sqrt{3}+1}=\frac{5-\sqrt{3}}{11}$$

عدد حاصل را از ۱ کم می‌کنیم:

$$1-\frac{5-\sqrt{3}}{11}=\frac{6+\sqrt{3}}{11}$$

(ریاضی ۱- توان های گویا و عبارت های جبری؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

۱۷- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی مجاهری)*

از آن‌جایی که $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$، داریم: $\sin x = \cos x.\tan x$. پس می‌توان نوشت:

$$\sin x + \tan x = \cos x.\tan x + \tan x = (\cos x + ۱)\tan x$$

چون $\sin x + \tan x$ طبق فرض سؤال مثبت است، پس داریم:

$$(\cos x + ۱)\tan x > ۰ \xrightarrow{-۱ \le \cos x \le ۱}$$

$$\underbrace{(\cos x + ۱)}_{\text{نامنفی}}\tan x > ۰ \Rightarrow \tan x > ۰$$

$\Rightarrow$ (۱) انتهای کمان x در ربع اول یا سوم است.

$$\frac{۱}{\cos x} - \sin x \tan x = \frac{۱}{\cos x} - \sin x \times \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{۱ - \sin^۲ x}{\cos x} < ۰$$

از طرفی $۱ - \sin^۲ x = \cos^۲ x$ پس:

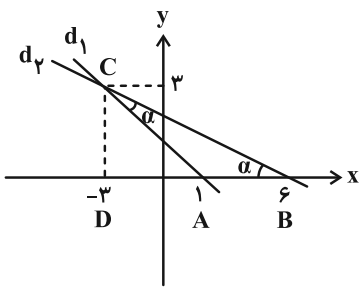
$\frac{\cos^۲ x}{\cos x} < ۰ \Rightarrow \cos x < ۰ \Rightarrow$ (۲) انتهای کمان x در ربع دوم یا سوم است.

با توجه به اشتراک (۱) و (۲)، انتهای کمان x در ناحیهٔ سوم دایرهٔ مثلثاتی قرار دارد.

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶)

۱۸- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا فیضیان)*

ابتدا دو خط را رسم می‌کنیم.



در مثلث ACD: $AC^۲ = DC^۲ + AD^۲ \Rightarrow AC^۲ = ۹ + ۱۶ \Rightarrow AC = ۵$

همچنین با توجه به شکل، $AB = ۵$ می‌باشد. بنابراین مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$، متساوی‌الساقین است و $\hat{B} = \hat{C}$. لذا:

$$\tan \hat{C} = \tan \hat{B} = \frac{CD}{BD} = \frac{۳}{۹} = \frac{۱}{۳}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱۹- **گزینهٔ «۲»** *(دانیال ابراهیمی)*

صورت و مخرج کسر داده شده را بر $\cos^۲ x$ تقسیم می‌کنیم، داریم:

$$\frac{\frac{\sin^۲ x}{\cos^۲ x} - \frac{۲\cos^۲ x}{\cos^۲ x} + \frac{۱}{\cos^۲ x}}{\frac{\sin^۲ x}{\cos^۲ x} + \frac{۲\cos^۲ x}{\cos^۲ x} - \frac{۱}{\cos^۲ x}} = \frac{\tan^۲ x - ۲ + (۱ + \tan^۲ x)}{\tan^۲ x + ۲ - (۱ + \tan^۲ x)} = ۳$$

$$\Rightarrow \frac{۲\tan^۲ x - ۱}{۱} = ۳ \Rightarrow \tan^۲ x = ۲$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(سروش موئینی)*

با فرض $A = \sqrt{\frac{۱-\sin x}{۱+\sin x}} - \sqrt{\frac{۱+\sin x}{۱-\sin x}}$ داریم:

$$A^۲ = \frac{۱-\sin x}{۱+\sin x} + \frac{۱+\sin x}{۱-\sin x} - ۲ \qquad (\text{دقت کنید که } A < ۰)$$

$$= \frac{(۱-\sin x)^۲ + (۱+\sin x)^۲}{۱-\sin^۲ x} - ۲ = \frac{۲ + ۲\sin^۲ x}{\cos^۲ x} - ۲$$

$$= \frac{۲}{\cos^۲ x} + ۲\tan^۲ x - ۲ = ۲(۱ + \tan^۲ x) + ۲\tan^۲ x - ۲ = ۴\tan^۲ x$$

$$= ۴(\frac{۱}{۴}) = ۱ \xrightarrow{A<۰} A = -۱$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

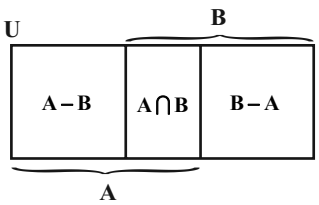
مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

آمار و احتمال

۲۱- **گزینهٔ «۱»** *(سراسری ریاضی ۱۴۰۰)*

$$(A'-B)'\cap C=(A'\cap B')'\cap C=(A\cup B)\cap C=U\cap C=C$$

مطابق نمودار ون، متمم مجموعهٔ $C=(A-B)\cup(B-A)$ در این سؤال معادل مجموعهٔ $A\cap B$ است، بنابراین داریم:



$$C'=B\Rightarrow A\cap B=B\Rightarrow B\subseteq A$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۹)

۲۲- **گزینهٔ «۱»** *(فرزانه خاکپاش)*

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$(A\cap B)'\cap(A'\cup B)\cap C=[(A'\cup B')\cap(A'\cup B)]\cap C$$

$$=[A'\cup\underbrace{(B'\cap B)}_{\varnothing}]\cap C=A'\cap C$$

طبق فرض مسئله، این مجموعه برابر مجموعهٔ C است. بنابراین داریم:

$A'\cap C=C\Rightarrow C-A=C\Rightarrow$ A و C جدا از هم هستند.

$$\Rightarrow A\cap C=\varnothing$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۹)

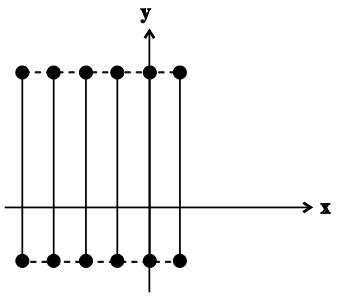
۲۳- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

ابتدا با توجه به تعاریف A_n و B_i، مجموعه‌های $A_۲$ و $B_۲$ را به دست می‌آوریم:

$$A_۲=\{m\in\mathbb{Z}\mid m\geq -۴, ۲^{m+۱}\leq ۴\}=\{-۴,-۳,-۲,-۱,۰,۱\}$$

$$B_۲=[-۳,۶]$$

حال ضرب دکارتی $A_۲\times B_۲$ را محاسبه کرده و رسم می‌کنیم:



در نتیجه ضرب دکارتی $A_۲\times B_۲$، شش پاره‌خط به طول ۹ و موازی محور yها است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۲۴- **گزینهٔ «۱»** *(هنانه اتفاقی)*

اگر پیشامد ابتلای این فرد به سرماخوردگی و آنفولانزا را به ترتیب با A و B نمایش دهیم، آنگاه طبق فرض داریم:

$$P(A'\cap B')=P[(A\cup B)']=۱-P(A\cup B)$$

$$\Rightarrow P(A'\cap B')=۱-(P(A)+P(B)-P(A\cap B))$$

$$\Rightarrow ۰/۱۵=۱-(۰/۶+۰/۳-P(A\cap B))$$

$$\Rightarrow P(A\cap B)=۰/۰۵$$

احتمال اینکه این فرد فقط به سرماخوردگی مبتلا شود، برابر است با:

$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=۰/۶-۰/۰۵=۰/۵۵$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

۲۵- **گزینهٔ «۳»** *(امیرهوشنگ خمسه)*

فرض کنید A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعهٔ مفروض باشند که اعضای آن‌ها به ترتیب مضرب ۴ و ۵ هستند. خواستهٔ سؤال محاسبهٔ احتمال پیشامد $A'\cap B'$ است. داریم:

$$n(S)=۵۰۰-۲۰۰=۳۰۰$$

$$n(A)=[\frac{۵۰۰}{۴}]-[\frac{۲۰۰}{۴}]=۱۲۵-۵۰=۷۵$$

$$n(B)=[\frac{۵۰۰}{۵}]-[\frac{۲۰۰}{۵}]=۱۰۰-۴۰=۶۰$$

$$n(A\cap B)=[\frac{۵۰۰}{۲۰}]-[\frac{۲۰۰}{۲۰}]=۲۵-۱۰=۱۵$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$=\frac{۷۵}{۳۰۰}+\frac{۶۰}{۳۰۰}-\frac{۱۵}{۳۰۰}=۰/۴$$

$$P(A'\cap B')=P[(A\cup B)']$$

$$=۱-P(A\cup B)=۱-۰/۴=۰/۶$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(سیروحید ذوالفقاری)*

$$\left.\begin{matrix}A=\{۱,۲,۳,۴,۵\}\\B=\{۱,۳,۵,۷,۹\}\\C=\{۲,۳,۵,۷\}\end{matrix}\right\}\Rightarrow B\cup C=\{۱,۲,۳,۵,۷,۹\}$$

$$A-(B\cup C)=\{۴\}$$

بنابراین مجموعهٔ $\{۴\}$ معادل پیشامد $A-(B\cup C)$ است، یعنی آن که A اتفاق بیفتد ولی B و C هیچ کدام اتفاق نیفتند.

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(فرزانه خاکپاش)*

اگر فرض کنیم $P(a)=x$ ، آن‌گاه داریم:

$$P(a)+P(b)+P(c)+P(d)=۱$$

$$\Rightarrow x+\frac{x}{۳}+\frac{x}{۹}+\frac{x}{۲۷}=۱\Rightarrow x=\frac{۲۷}{۴۰}$$

$$\Rightarrow P(\{a,d\})=P(a)+P(d)=\frac{۲۷}{۴۰}+\frac{۱}{۴۰}=۰/۷$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(امیرهوشنگ خمسه)*

$$A\times B=B\times A\xrightarrow{A,B\neq\varnothing}A=B\Rightarrow\begin{cases}۲x^۲+۲y^۲=۲۶\Rightarrow x^۲+y^۲=۱۳\\۴xy=۲۴\Rightarrow ۲xy=۱۲\end{cases}$$

$$(x^۲+y^۲)+۲xy=۱۳+۱۲\Rightarrow(x+y)^۲=۲۵\Rightarrow x+y=\pm۵$$

$$\begin{cases}x+y=۵\\xy=۶\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(x,y)=(۲,۳)\\\text{یا}\\(x,y)=(۳,۲)\end{cases}$$

$$\begin{cases}x+y=-۵\\xy=۶\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(x,y)=(-۲,-۳)\\\text{یا}\\(x,y)=(-۳,-۲)\end{cases}$$

بنابراین چهار مجموعه به صورت $\{(x,y)\}$ وجود دارد.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد ملوندی)*

اگر «رو» بیاید سکه را یک بار و اگر «پشت» بیاید سکه را دو بار پرتاب می‌کنیم. پس تعداد اعضای فضای نمونهٔ این آزمایش تصادفی برابر است با:

$$۱\times۲+۱\times۲\times۲=۶$$

متمم پیشامد مذکور آن است که اصلاً «رو» ظاهر نشود که فقط در حالتی امکان‌پذیر است که در پرتاب اول سکه «پشت» و در هر دو بار پرتاب مجدد سکه، «پشت» ظاهر گردد. پس تعداد اعضای پیشامد مذکور (حداقل یک بار «رو» ظاهر شود.) برابر است با:

$$۶-۱=۵$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا شریف‌فطیبی)*

A : تصادف به علت خواب‌آلودگی

B : تصادف به علت سرعت زیاد

$$P(A-B)+P(B-A)=P(A)-P(A\cap B)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$=P(A)+P(B)-۲P(A\cap B)$$

$$=\frac{۴۵}{۱۰۰}+\frac{۳۵}{۱۰۰}-۲\times\frac{۱۵}{۱۰۰}=\frac{۵۰}{۱۰۰}=۰/۵$$

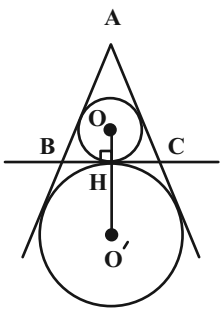
(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

هندسه ۲

۳۱- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مطابق شکل فاصلهٔ بین مراکز دو دایرهٔ محاطی داخلی و خارجی یک مثلث متساوی‌الاضلاع برابر مجموع شعاع‌های دایرهٔ محاطی داخلی و دایرهٔ محاطی خارجی مثلث است.



اگر مساحت مثلث را با S و نصف محیط آن را با P نمایش دهیم، آن‌گاه مطابق شکل داریم:

$$S=\frac{\sqrt{۳}}{۴}\times ۸^۲=۱۶\sqrt{۳}\quad,\quad P=\frac{۳\times ۸}{۲}=۱۲$$

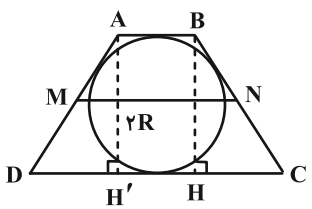
$$\begin{cases} r=\dfrac{S}{P}=\dfrac{۱۶\sqrt{۳}}{۱۲}=\dfrac{۴\sqrt{۳}}{۳} \\ r_a=\dfrac{S}{P-a}=\dfrac{۱۶\sqrt{۳}}{۱۲-۸}=۴\sqrt{۳} \end{cases}$$

$$OO'=r+r_a=\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}+۴\sqrt{۳}=\frac{۱۶\sqrt{۳}}{۳}=۱۶\times\frac{۱}{\sqrt{۳}}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۳۲- **گزینهٔ «۲»** *(فرزانه خاکپاش)*

فرض کنیم طول قاعده‌های ذوزنقه برابر a و b $(a<b)$ باشد.



می‌دانیم طول پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق ذوزنقه را به هم وصل می‌کند، میانگین طول دو ساق ذوزنقه است، پس داریم:

$$MN=\frac{a+b}{۲}=۱۰\Rightarrow a+b=۲۰$$

از طرفی قطر دایرهٔ محاطی یک ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین، واسطهٔ هندسی بین دو قاعده است (برگرفته از یکی از تمرین‌های کتاب درسی)، پس داریم:

$$(۲R)^۲=a\times b\xrightarrow{R=۴}ab=۶۴$$

با حل معادلهٔ درجه دوم زیر مقادیر a و b را به دست می‌آوریم:

$$x^۲-۲۰x+۶۴=۰\Rightarrow (x-۴)(x-۱۶)=۰\xrightarrow{a<b}\begin{cases} a=۴ \\ b=۱۶ \end{cases}$$

اختلاف طول‌های دو قاعده $=b-a=۱۶-۴=۱۲$

ذوزنقهٔ $ABCD$ محیطی است، پس:

$$AB+CD=AD+BC$$

$$\Rightarrow \text{محیط}\ (ABCD)=۲(AB+CD)=۴۰$$

$$\Rightarrow \text{نسبت خواسته شده}=\frac{۱۲}{۴۰}=\frac{۳}{۱۰}=۰/۳$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

۳۳- **گزینهٔ «۴»** *(فرزانه خاکپاش)*

طول مماس مشترک داخلی $=\sqrt{d^۲-(R+R')^۲}$

$$=\sqrt{(\sqrt{۱۵})^۲-(R+۲R)^۲}=\sqrt{۱۵-۹R^۲}$$

طول مماس مشترک خارجی $=\sqrt{d^۲-(R-R')^۲}$

$$=\sqrt{(\sqrt{۱۵})^۲-(R-۲R)^۲}=\sqrt{۱۵-R^۲}$$

طبق فرض سؤال داریم:

$$\sqrt{15-R^2}=3\sqrt{15-9R^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 15-R^2=9(15-9R^2)$$

$$\Rightarrow 15-R^2=135-81R^2$$

$$\Rightarrow 80R^2=135-15=120\Rightarrow R^2=\frac{3}{2}\Rightarrow R=\frac{\sqrt{6}}{2}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(فرشاد فرامرزی)*

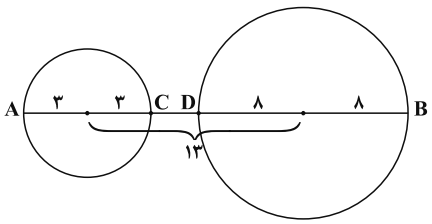
اگر فاصلهٔ مرکزهای دو دایره d باشد، داریم:

طول مماس مشترک خارجی دو دایره $=\sqrt{d^2-(R-R')^2}$

$$\Rightarrow 12=\sqrt{d^2-(8-3)^2}\Rightarrow 144=d^2-25$$

$$\Rightarrow d^2=169\Rightarrow d=13$$

دو دایره متخارج‌اند $\Rightarrow d>R+R'$



$$\left.\begin{array}{l}\text{بیش‌ترین فاصلهٔ نقاط دو دایره}=AB=13+(3+8)=24\\ \text{کم‌ترین فاصلهٔ نقاط دو دایره}=CD=13-(3+8)=2\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{AB}{CD}=\frac{24}{2}=12$$

(هندسه۲ - دایره؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۳۵- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر a و b به ترتیب طول اضلاع n ضلعی منتظم محاطی و محیطی دایره‌ای به شعاع r باشند، آن‌گاه داریم:

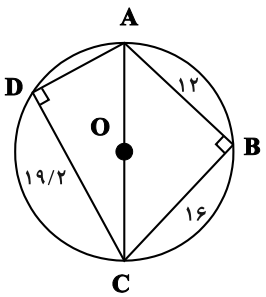
$$\left.\begin{array}{l}a=2r\sin\frac{180^\circ}{n}\\ b=2r\tan\frac{180^\circ}{n}\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{\sin\frac{180^\circ}{n}}{\tan\frac{180^\circ}{n}}=\frac{\sin\frac{180^\circ}{n}}{\frac{\sin\frac{180^\circ}{n}}{\cos\frac{180^\circ}{n}}}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b}=\cos\frac{180^\circ}{n}\xrightarrow{n=6}\frac{a}{b}=\cos\frac{180^\circ}{6}=\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

۳۶- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

با توجه به اینکه عمودمنصف‌های اضلاع چهارضلعی $ABCD$ همرس هستند، پس این چهارضلعی محاطی است و چون مرکز دایرهٔ محیطی چهارضلعی (نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها) روی قطر AC قرار دارد، پس AC قطر دایرهٔ محیطی نیز هست و در نتیجه زوایای B و D قائمه هستند. بنابراین داریم:



$$\hat{ABC}: AC^2=AB^2+BC^2=144+256=400\Rightarrow AC=20$$

$$\hat{ADC}: AC^2=AD^2+CD^2\Rightarrow 400=AD^2+(19/2)^2$$

$$\Rightarrow AD^2=20^2-(19/2)^2$$

$$=(20-19/2)(20+19/2)=\frac{8}{10}\times\frac{392}{10}$$

$$=\frac{8\times(2\times196)}{10\times10}=\frac{(4\times14)^2}{10^2}\Rightarrow AD=5/6$$

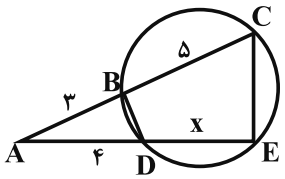
$$S_{ABCD}=S_{ABC}+S_{ADC}=\frac{12\times16}{2}+\frac{5/6\times19/2}{2}$$

$$=96+53/76=149/76$$

(هندسه ۲- دایره ؛ صفحهٔ ۲۷)

۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(محمد خندان)*

یک چهارضلعی محاطی است اگر و فقط اگر عمودمنصف‌های تمامی اضلاع آن در یک نقطه همرس باشند، بنابراین یک دایره از رئوس چهارضلعی $BCED$ می‌گذرد.



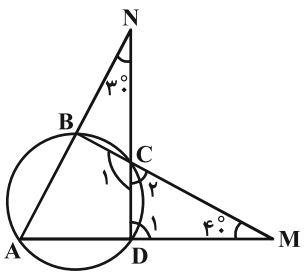
طبق روابط طولی در دایره، اگر $DE = x$ فرض شود، داریم:

$$AB \times AC = AD \times AE \Rightarrow ۳ \times ۸ = ۴(۴ + x)$$

$$\Rightarrow ۴ + x = ۶ \Rightarrow x = ۲$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۴)

۳۸- **گزینهٔ «۳»** *(مهرداد ملوندی)*



مطابق شکل، چهارضلعی ABCD محاطی است، پس:

$$\hat{A} + \hat{C}_۱ = ۱۸۰^\circ \quad (۱)$$

از طرفی $\hat{C}_۱$ و $\hat{C}_۲$ مکمل‌اند، پس: $\hat{C}_۱ + \hat{C}_۲ = ۱۸۰^\circ \quad (۲)$

از روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که: $\hat{C}_۲ = \hat{A}$

هم‌چنین $\hat{D}_۱$ زاویهٔ خارجی مثلث AND است، پس: $\hat{D}_۱ = \hat{A} + ۳۰^\circ$

در مثلث CDM داریم:

$$\hat{C}_۲ + \hat{D}_۱ + \hat{M} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A} + (\hat{A} + ۳۰^\circ) + ۴۰^\circ = ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۲\hat{A} = ۱۱۰^\circ \Rightarrow \hat{A} = ۵۵^\circ$$

$$\begin{cases} \hat{C}_۱ + \hat{C}_۲ = ۱۸۰^\circ \\ \hat{C}_۲ = \hat{A} \end{cases} \Rightarrow \hat{C}_۱ = ۱۸۰^\circ - \hat{A} = ۱۲۵^\circ$$

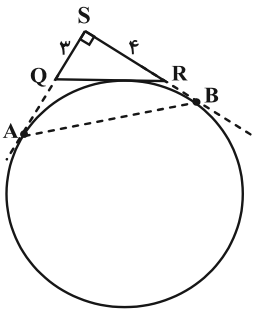
نسبت خواسته شده: $\frac{\hat{C}_۱}{\hat{A}} = \frac{۱۲۵}{۵۵} = \frac{۲۵}{۱۱}$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحهٔ ۲۷)

۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(حسین هادیلو)*

در مثلث قائم‌الزاویهٔ SQR داریم: $QR = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵$

نکته: طول مماسی که از هر رأس یک مثلث بر دایرهٔ محاطی خارجی روبه‌رو به آن رأس رسم می‌شود، نصف محیط مثلث است.



$$SA = SB = P = \frac{۳ + ۴ + ۵}{۲} = ۶$$

حال در مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین SAB، داریم:

$$AB = \sqrt{۲}SA = ۶\sqrt{۲} \Rightarrow \frac{AB}{QR} = \frac{۶\sqrt{۲}}{۵} = ۱/۲\sqrt{۲}$$

(هندسه ۲ - دایره؛ مشابه تمرین ۶ صفحهٔ ۳۰)

۴۰- **گزینهٔ «۳»** *(فرشاد فرامرزی)*

می‌دانیم در مثلث، نسبت ارتفاع‌ها، برابر عکس نسبت اضلاع مثلث است؛ پس داریم:

$$\frac{a}{۳} = \frac{b}{۵} = \frac{c}{۶} \Rightarrow ۳h_a = ۵h_b = ۶h_c$$

$$\Rightarrow h_a = ۲h_c \, , \, h_b = \frac{۶h_c}{۵}$$

از طرفی اگر r شعاع دایرهٔ محاطی داخلی مثلث باشد، داریم:

$$\frac{۱}{h_a} + \frac{۱}{h_b} + \frac{۱}{h_c} = \frac{۱}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲h_c} + \frac{۵}{۶h_c} + \frac{۱}{h_c} = \frac{۱}{r} \Rightarrow \frac{۳ + ۵ + ۶}{۶h_c} = \frac{۱}{۶}$$

$$\Rightarrow h_c = ۱۴$$

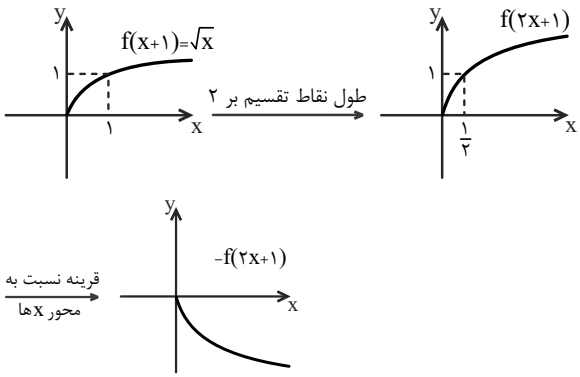
(هندسه۲ - دایره؛ مشابه تمرین ۵ صفحهٔ ۲۹ و ۳۰)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

حسابان ۲

۴۱- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب آبی ریاضیات کنکور)*

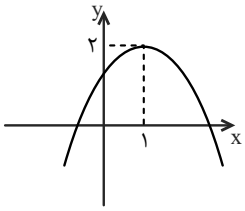
برای رسم نمودار تابع $y=-f(2x+1)$، طول نقاط نمودار تابع $y=f(x+1)$ را بر ۲ تقسیم می‌کنیم و در انتها آن را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم.



(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۴۲- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی ریاضیات کنکور)*

نمودار تابع $g(x)=-(x-1)^2+2$ به‌صورت زیر است:



بنابراین برای رسم تابع f از روی g کافی است نمودار تابع g را ۱ واحد به چپ و سپس ۲ واحد به پایین انتقال دهیم.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۴۳- **گزینهٔ «۳»** *(سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۷)*

$$f(x)=\sqrt{x} \xrightarrow[\text{محور } y \text{ها}]{\text{قرینه نسبت به}} y=\sqrt{-x}$$

$$\xrightarrow{\text{۲ واحد به راست}} y=\sqrt{-(x-2)}=\sqrt{-x+2}$$

برای یافتن نقاط تلاقی نمودارهای توابع $y=\sqrt{-x+2}$ و $y=x$ (نیمساز ناحیهٔ اول و سوم)، آنها را مساوی هم قرار می‌دهیم:

$$\sqrt{-x+2}=x \xrightarrow{\text{به توان ۲}} -x+2=x^2 \Rightarrow x^2+x-2=0$$

$$\Rightarrow (x+2)(x-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \quad \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

$x=-2$ غیر قابل قبول است، زیرا در معادلهٔ اصلی صدق نمی‌کند.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۴۴- **گزینهٔ «۱»** *(داود بوالحسنی)*

مختصات هر دو نقطه را در ضابطهٔ تابع مربوطه جای‌گذاری می‌کنیم:

$$0=-2f(6)+4 \Rightarrow f(6)=2$$

$$b=3f(\frac{a}{2}-3)-1 \Rightarrow f(\frac{a}{2}-3)=\frac{b+1}{3}$$

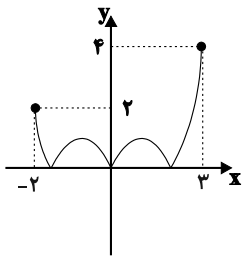
دو تساوی به دست آمده باید یکسان باشند، پس داریم:

$$\begin{cases} \frac{a}{2}-3=6 \Rightarrow a=18 \\ \frac{b+1}{3}=2 \Rightarrow b=5 \end{cases} \Rightarrow a-3b=3$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۴۵- **گزینهٔ «۲»** *(محمد گودرزی)*

وقتی از $y=f(x)$ به $y=f(2x-\frac{1}{2})$ می‌رویم، تغییرات روی x هستند و مقادیر تابع عوض نمی‌شود. پس yها در نمودار جدید، همین مقادیر را دارند. فقط با قدرمطلق‌گیری، قسمت زیر محور x به بالا می‌آید، یعنی چیزی شبیه نمودار زیر:



برای تلاقی نمودار $|f|$ با خط $y=k^2-4k+6$ در یک نقطه، باید خط $y=k^2-4k+6$ از ۲ بالاتر باشد و از ۴ بالاتر نباشد:

$$2<k^2-4k+6\leq 4$$

الف) $k^2-4k+4>0 \Rightarrow (k-2)^2>0 \Rightarrow k\neq 2$

ب) $k^2-4k+2\leq 0 \xrightarrow{\text{مربع کامل}} (k-2)^2\leq 2$

مقادیر صحیح k که در این شرط‌ها صدق می‌کنند فقط ۱ و ۳ هستند، یعنی ۲ مقدار برای k داریم.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۴۶- **گزینهٔ «۱»** *(احسان غنی‌زاده)*

با توجه به ضابطهٔ تابع g داریم:

$$g(x)=f(x-1)+1$$

کافی است $x=0$ را جای‌گذاری کنیم:

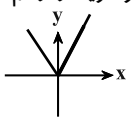
$$g(0)=f(-1)+1=(-1)^3+1=0$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۴)

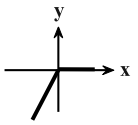
۴۷- **گزینهٔ «۲»** *(سهیل ساسانی)*

نمودار تابع هر گزینه را رسم می‌کنیم:

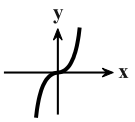
گزینهٔ «۱»:
$$f(x)=\begin{cases}3x & x\geq 0\\ -x & x<0\end{cases}$$



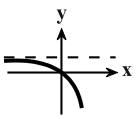
گزینهٔ «۲»:
$$f(x)=\begin{cases}0 & x\geq 0\\ 2x & x<0\end{cases}$$



گزینهٔ «۳»:
$$f(x)=\begin{cases}x^4 & x\geq 0\\ -x^4 & x<0\end{cases}$$



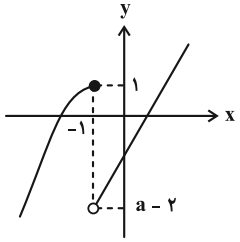
گزینهٔ «۴»:
$$f(x)=-\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}+1=-3^x+1$$



(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۴۸- **گزینهٔ «۲»** *(سینا کوررزی)*

بهترین راه برای فهم و حل این سوال رسم نمودار تابع است.



برای این‌که تابع غیریکنوا شود، لازم است $a-2$ کمتر از ۱ باشد:

$$\Rightarrow a-2<1\Rightarrow a<3$$

یعنی فقط ۲ مقدار طبیعی برای a قابل قبول است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۴۹- **گزینهٔ «۴»** *(جواد سراج)*

می‌دانیم که عبارت زیر رادیکال همواره باید بزرگ یا مساوی صفر باشد.

$$(x^3+x)f(x)\geq 0$$

نامعادلهٔ فوق را تعیین‌علامت می‌کنیم:

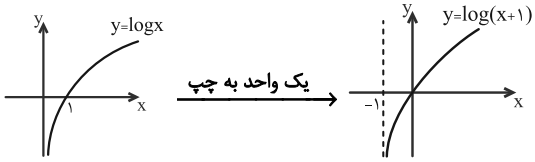
		۰		۲	
x^3+x	−	۰	+		+
$f(x)$	+	|	+	۰	−
$(x^3+x)f(x)$	−	۰	+	۰	−

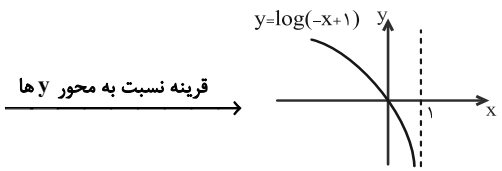
پس دامنه تابع g بازهٔ $[0,2]$ و در نتیجه $a+b=2$ است.

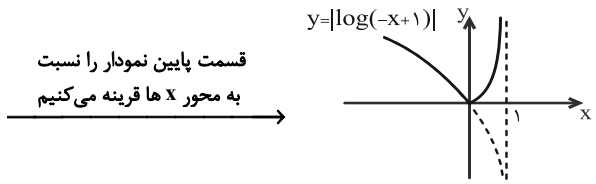
(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۵۰- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی جامع ریاضی)*

نمودار تابع $y=|\log(-x+1)|$ را رسم می‌کنیم:







با توجه به نمودار، تابع روی بازهٔ $(-\infty,0]$ اکیداً نزولی است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

هندسه ۳

۵۱- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

طبق فرض داریم:

$$A=\begin{bmatrix}a & 0 & 0\\ 0 & a & 0\\ 0 & 0 & a\end{bmatrix}\Rightarrow A+B+C=A+\frac{2}{3}A-4A$$

$$=\frac{-7}{3}A=-\frac{7}{3}\begin{bmatrix}a & 0 & 0\\ 0 & a & 0\\ 0 & 0 & a\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A+B+C)\text{ مجموعه درایه‌های }=\frac{-7}{3}\times 3a=-14\Rightarrow a=2$$

$$A=\begin{bmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{bmatrix}=2I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۵۲- **گزینهٔ «۱»** *(محمد کریمی)*

برای به دست آوردن درایهٔ واقع در سطر دوم و ستون سوم ماتریس A^3، کافی است سطر دوم ماتریس A^2 را در ستون سوم ماتریس A ضرب کنیم.

از طرفی برای به دست آوردن سطر دوم ماتریس A^2، می‌توان سطر دوم ماتریس A را در خود ماتریس A ضرب کرد. داریم:

$$A^2\text{ سطر دوم }=\begin{bmatrix}0 & 1 & x\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & x & y\\ 0 & 1 & x\\ 1 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x & 1 & 2x\end{bmatrix}$$

$$A^3\text{ درایهٔ سطر دوم و ستون سوم }=\begin{bmatrix}x & 1 & 2x\end{bmatrix}\begin{bmatrix}y\\ x\\ 1\end{bmatrix}=x(y+3)$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۵۳- **گزینهٔ «۳»** *(نصیر مصبی‌نژاد)*

تذکر: هر ماتریس اسکالر با ماتریس‌های هم‌مرتبه‌اش خاصیت تعویض‌پذیری دارد. بنابراین: $AB=BA$

$$(A+2B)(A-B)=A^2-AB+2BA-2B^2=A^2+AB-2B^2$$

$$=\begin{bmatrix}9 & 0\\ 0 & 9\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}12 & -3\\ 9 & 6\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}26 & -12\\ 36 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5 & 9\\ -27 & 13\end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۵۴- **گزینهٔ «۲»** *(محمد خندان)*

طبق تعریف ماتریس $A-B$ داریم:

$$A-B=\begin{bmatrix}1-1 & 1-2\\ 2-1 & 2-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$$

برای محاسبهٔ ماتریس A^2+B^2، کافی است عبارت متناظر با ماتریس $(A-B)^2$ را بنویسیم:

$$(A-B)^2=(A-B)(A-B)=A^2+B^2-(AB+BA)$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}=(A^2+B^2)-\begin{bmatrix}7 & 9\\ 9 & 13\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2+B^2=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}7 & 9\\ 9 & 13\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6 & 9\\ 9 & 12\end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های این ماتریس برابر است با:

$$6+9+9+12=36$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۵۵- **گزینهٔ «۱»** *(سرژ یقیازاریان‌تبریزی)*

$$A=\begin{bmatrix}-1 & 2 & -1\\ 2 & -1 & 2\\ -1 & 2 & -1\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}1 & 0 & -1\\ 0 & 2 & 1\\ 1 & -1 & 3\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A+B=\begin{bmatrix}0 & 2 & -2\\ 2 & 1 & 3\\ 0 & 1 & 2\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{cases}9=\text{مجموع کل درایه‌ها}\\ 3=\text{مجموع درایه‌های روی قطر اصلی}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\text{نسبت خواسته شده}:\frac{9}{3}=3$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۵۶- **گزینهٔ «۳»** *(محمدجواد نوری)*

طبق تعریف ماتریس B داریم:

$$B=\begin{bmatrix}2 & 3 & 4\\ 4 & 6 & 8\\ 6 & 9 & 12\end{bmatrix}$$

$A=2B$ می‌باشد پس درایه‌های آنها باید نظیر به نظیر در روابط زیر صدق کنند:

$$\begin{cases}m=4\\ n-1=12\Rightarrow n=13\\ k+1=24\Rightarrow k=23\end{cases}$$

$$m-n+k=4-13+23=14$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

۵۷- **گزینهٔ «۴»** *(عباس اسدی امیرآبادی)*

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} = 2A$$

$$A^3 = A^2 \times A = 2A \times A = 2A^2 = 4A = 2^2 A$$

$$\vdots$$

$$A^{12} = 2^{11} A \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 6 \times 2^{11} = 3 \times 2^{12}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۵۸- **گزینهٔ «۳»** *(محمد صحت‌کار)*

اگر ماتریس مربعی A خود توان $(A^2 = A)$ باشد، آنگاه $I - A$ نیز خود توان است، زیرا:

$$(I - A)^2 = I - 2A + A^2 = I - 2A + A = I - A$$

بنابراین: $(A - I)^4 - (A - I)^3 = (-(I - A))^4 - (-(I - A))^3$

$$= I - A + I - A = 2(I - A)$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۵۹- **گزینهٔ «۳»** *(نیما زارع)*

ابتدا حاصل عبارت داده شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x & 2 & 1 \\ 0 & -x & -1 \\ -1 & 3 & x \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ -4 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-1 & 2x+5 & x+3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ -4 \\ x \end{bmatrix}$$

$$= [x^2 - x - 8x - 20 + x^2 + 3x] = 2x^2 - 6x - 20$$

حال عبارت به دست آمده را کوچک‌تر از صفر قرار می‌دهیم:

$$2x^2 - 6x - 20 < 0 \Rightarrow 2(x^2 - 3x - 10) < 0$$

$$\Rightarrow 2(x-5)(x+2) < 0 \Rightarrow -2 < x < 5$$

در بازهٔ حاصل، اعداد صحیح -1 ، ۰ ، ۱ ، ۲ ، ۳ و ۴ وجود دارد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۶۰- **گزینهٔ «۴»** *(احمدرضا فلاح)*

$$A + B = \begin{bmatrix} 14 & -13 & 12 \\ -11 & -10 & -17 \\ -21 & 16 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -11 & 13 & -12 \\ 11 & 13 & 17 \\ 21 & -16 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = 3I$$

از طرفی:

$$(A^2 + 3B + AB)^{10} = (A(\underbrace{A+B}_{3I}) + 3B)^{10} = (3A + 3B)^{10}$$

$$= (3(A+B))^{10} = 3^{10}(\underbrace{A+B}_{3I})^{10} = 3^{10} \times (3I)^{10} = 3^{10} \times 3^{10} \times I = 3^{20} I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

هندسه ۳- آشنا

۶۱- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب اول)*

ابتدا درایه‌های بالای قطر اصلی ماتریس‌های A و B را با توجه به تعریف درایه‌های آن‌ها برحسب i و j به‌دست می‌آوریم و سپس مجموع درایه‌های بالای قطر اصلی $A + B$ را محاسبه می‌کنیم.

درایه‌های بالای قطر اصلی $A \Rightarrow a_{12} = 1 - 2 = -1$

$a_{13} = 1 - 3 = -2$ ، $a_{23} = 2 - 3 = -1$ ،

درایه‌های بالای قطر اصلی B : $(i < j) \Rightarrow b_{12} = 2 - 1 = 1$

$b_{13} = 3 - 1 = 2$ ، $b_{23} = 3 - 2 = 1$ ،

مجموع درایه‌های بالای قطر اصلی $A + B$

$$= (-1) + 1 + (-2) + 2 + (-1) + 1 = 0$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۶۲- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب اول)*

این دو تساوی داده شده را در یک دستگاه و به‌صورت دو معادله و دو مجهول (A و B مجهولند) حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} \times 3 \left\{ 3A + 2B = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 7 & 14 \end{bmatrix} \right. \\ \times 2 \left\{ 2A - 3B = \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 9 & 5 \end{bmatrix} \right. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9A + 6B = \begin{bmatrix} 15 & 12 \\ 21 & 42 \end{bmatrix} \\ 4A - 6B = \begin{bmatrix} -2 & 14 \\ 18 & 10 \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع}} 13A = \begin{bmatrix} 13 & 26 \\ 39 & 52 \end{bmatrix} = 13\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های $A = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۶۳- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب اول)*

$$\cos 15^\circ \begin{bmatrix} \cos 15^\circ & \sin 15^\circ \\ -\sin 15^\circ & \cos 15^\circ \end{bmatrix} + \sin 15^\circ \begin{bmatrix} \sin 15^\circ & -\cos 15^\circ \\ \cos 15^\circ & \sin 15^\circ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos^2 15^\circ & \sin 15^\circ \times \cos 15^\circ \\ -\sin 15^\circ \times \cos 15^\circ & \cos^2 15^\circ \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \sin^2 15^\circ & -\sin 15^\circ \times \cos 15^\circ \\ \sin 15^\circ \times \cos 15^\circ & \sin^2 15^\circ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ & 0 \\ 0 & \sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

۶۴- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب اول)*

دو ماتریس A و B در صورتی قابل جمع هستند که هم مرتبه باشند بنابراین $m=p$ و $n=4$ و چون ماتریس $A+B$ از مرتبهٔ $2\times q$ است پس باید $m=p=2$ و $q=n=4$ و داریم:

$$m+n+p+q=2+4+2+4=12$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۶۵- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب اول)*

طبق فرض داریم:

$$A^2=\begin{bmatrix}2&-1\\2&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&-1\\2&-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2&-1\\2&-1\end{bmatrix}=A\Rightarrow A^2=A\ (*)$$

$$A^2\times A=A\times A\Rightarrow A^3=A^{2\,(*)}=A\ ,A^3\times A=A\times A\Rightarrow A^4=A^{2\,(*)}=A$$

$$A^4\times A=A\times A\Rightarrow A^5=A^{2\,(*)}=A$$

در نتیجه داریم: $A^5+A^4+A^3=A+A+A=3A$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۶۶- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب اول)*

خاصیت توزیع پذیری ضرب نسبت به جمع در ماتریس‌ها برقرار است و جزء خواص عمل ضرب و جمع در کتاب درسی بیان شده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: اگر $A=\bar{O}$ و $B\neq C$ در این صورت $AB=AC$ ولی $B\neq C$.

گزینهٔ «۲»: اگر $A=\begin{bmatrix}0&1\\0&0\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}1&0\\0&0\end{bmatrix}$ در این صورت $AB=\bar{O}$ ولی $A\neq\bar{O}$ و $B\neq\bar{O}$.

گزینهٔ «۳»: اگر $A=\begin{bmatrix}1&2\\-1&3\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}2&0\\5&4\end{bmatrix}$ در این صورت $AB\neq BA$.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۶۷- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب اول)*

می‌دانیم $ABC=(AB)C$ پس برای محاسبهٔ درایه‌های سطر سوم ماتریس ABC کافی است سطر سوم ماتریس AB را محاسبه و آن را در ستون‌های ماتریس C ضرب کنیم و البته برای محاسبهٔ سطر سوم ماتریس AB باید سطر سوم A را در همهٔ ستون‌های B ضرب کنیم.

$$\text{سطر سوم } AB=\begin{bmatrix}3&-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&-1&1\\3&0&5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&-3&-7\end{bmatrix}$$

$$(AB)C=\text{سطر سوم } AB\ (\text{سطرسوم})\times C=\begin{bmatrix}0&-3&-7\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&2&-1\\3&2&1\\-1&-2&-1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-2&8&4\end{bmatrix}\Rightarrow(-2)+8+4=10$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۶۸- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب اول)*

ابتدا مقدار درایه‌های ماتریس B را مشخص می‌کنیم:

$$\begin{cases}b_{11}=1^2+1=2\ ,\ b_{12}=1^2+1=2\\b_{21}=2^2+1=5\ ,\ b_{22}=2^2+1=5\end{cases}\Rightarrow B=\begin{bmatrix}2&2\\5&5\end{bmatrix}$$

$$A-B=\begin{bmatrix}2&3\\1&-1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}2&2\\5&5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1\\-4&-6\end{bmatrix}\ ,\ A+B=\begin{bmatrix}4&5\\6&4\end{bmatrix}$$

$$(A-B)(A+B)=\begin{bmatrix}0&1\\-4&-6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4&5\\6&4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6&4\\-52&-44\end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۶۹- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب اول)*

$$A^2=\begin{bmatrix}2&1&1\\0&0&0\\2&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&1&1\\0&0&0\\2&1&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6&3&3\\0&0&0\\6&3&3\end{bmatrix}=3\begin{bmatrix}2&1&1\\0&0&0\\2&1&1\end{bmatrix}=3A$$

$$A^3=A^2\times A=3A\times A=3A^2=3\times(3A)=9A$$

$$A^6=(A^3)^2=(9A)^2=9^2\times A^2=81\times(3A)=243A\Rightarrow k=243$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۷۰- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب اول)*

با توجه به تعریف ماتریس A داریم:

$$\begin{matrix}a_{11}=0\ ,\ a_{12}=0\ ,\ a_{13}=-1\\a_{21}=0\ ,\ a_{22}=-1\ ,\ a_{23}=0\\a_{31}=-1\ ,\ a_{32}=0\ ,\ a_{33}=0\end{matrix}\Rightarrow A=\begin{bmatrix}0&0&-1\\0&-1&0\\-1&0&0\end{bmatrix}$$

$$A^2=\begin{bmatrix}0&0&-1\\0&-1&0\\-1&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&-1\\0&-1&0\\-1&0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}=I$$

$$A^2=I\Rightarrow A^3=A^2\times A=I\times A=A\Rightarrow A^n=\begin{cases}I\ ;\ n\text{زوج}\\A\ ;\ n\text{فرد}\end{cases}$$

$$A^{1401}+A^{1400}=A+I=\begin{bmatrix}0&0&-1\\0&-1&0\\-1&0&0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1&0&-1\\0&0&0\\-1&0&1\end{bmatrix}\Rightarrow\text{مجموع درایه‌ها}=0$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ و ۱۷ تا ۲۱)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

هندسه ۱

۷۱- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر مساحت مثلث ABC را با S نمایش دهیم، آن‌گاه طبق فرض داریم:

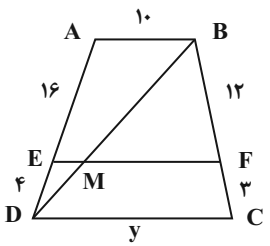
$$h_c = ۲h_a + \frac{۱}{۲}h_b \Rightarrow \frac{۲S}{c} = ۲\times\frac{۲S}{a} + \frac{۱}{۲}\times\frac{۲S}{b}$$

$$\xrightarrow{\div ۲S} \frac{۱}{c} = \frac{۲}{a} + \frac{۱}{۲b} = \frac{۲}{۲۰} + \frac{۱}{۲\times۱۵} = \frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۳۰} = \frac{۴}{۳۰}$$

$$\Rightarrow c = \frac{۳۰}{۴} = ۷/۵$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۷۲- **گزینهٔ «۱»** *(علی احمدی‌قزل‌دشت)*



طبق قضیهٔ تالس در ذوزنقه داریم:

$$\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} \Rightarrow \frac{x}{۴} = \frac{۱۲}{۳} \Rightarrow x = ۱۶$$

$$\overset{\Delta}{ABD}: EM \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{EM}{AB} = \frac{DE}{DA}$$

$$\Rightarrow \frac{EM}{۱۰} = \frac{۴}{۲۰} \Rightarrow EM = ۲$$

$$MF = EF - EM = ۱۸ - ۲ = ۱۶$$

$$\overset{\Delta}{BDC}: MF \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{MF}{DC} = \frac{BF}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۶}{y} = \frac{۱۲}{۱۵} \Rightarrow y = ۲۰$$

بنابراین داریم:

محیط چهارضلعی رنگی $= ۴ + ۱۸ + ۳ + y = ۴۵$

محیط $ABCD = (x+۴) + ۱۰ + ۱۵ + y = ۶۵$

$\Rightarrow$ نسبت خواسته شده $= \frac{۴۵}{۶۵} = \frac{۹}{۱۳}$

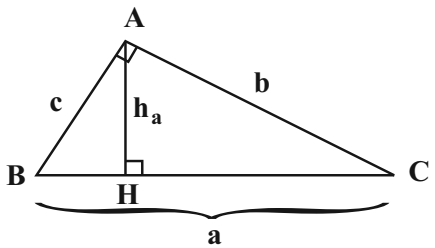
(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۷۳- **گزینهٔ «۲»** *(مجوبه بهادری)*

فرض کنید طول اضلاع مثلث برابر a، b، c و طول وتر مثلث برابر a باشد.

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ \qquad (۱)$$

طبق فرض $a + b + c = ۶۰$ و $h_a = ۱۲$ است.



طبق روابط طولی در این مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow ۱۲a = bc \qquad (۲)$$

از طرفی داریم:

$$b + c = ۶۰ - a \xrightarrow{\text{به توان ۲}} (b+c)^۲ = (۶۰-a)^۲$$

$$\Rightarrow b^۲ + c^۲ + ۲bc = ۳۶۰۰ - ۱۲۰a + a^۲$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} ۲۴a = ۳۶۰۰ - ۱۲۰a$$

$$\Rightarrow ۱۴۴a = ۳۶۰۰ \Rightarrow a = ۲۵$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۷۴- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق فرض سؤال x و y اعدادی بزرگ‌تر از ۵ هستند. پس در مثلث با طول اضلاع ۵، x و y، ضلع به طول ۵، کوتاه‌ترین ضلع است و متناظر با کوتاه‌ترین ضلع مثلث با اضلاع ۳، ۵ و ۷ است، یعنی می‌توان نوشت:

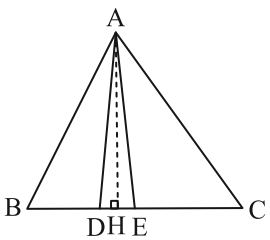
$$\frac{۳}{۵}=\frac{۵}{x}=\frac{۷}{y}\Rightarrow\begin{cases}\frac{۳}{۵}=\frac{۵}{x}\Rightarrow x=\frac{۲۵}{۳}\\ \frac{۳}{۵}=\frac{۷}{y}\Rightarrow y=\frac{۳۵}{۳}\end{cases}$$

$$\Rightarrow x+y=\frac{۲۵+۳۵}{۳}=\frac{۶۰}{۳}=۲۰$$

(هندسه ۱: قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحهٔ ۳۸)

۷۵- **گزینهٔ «۱»** *(سرژ یقیازاریان‌تبریزی)*

مطابق شکل، ارتفاع AH در همه‌ی مثلث‌ها مشترک است. اگر ارتفاع‌های دو مثلث برابر باشند، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با نسبت قاعده‌های نظیر آن‌ها، پس می‌توان نوشت:



$$S_{ACE}=\frac{۵}{۲}S_{ADE}\Rightarrow\frac{EC}{DE}=\frac{۵}{۲}\Rightarrow DE=\frac{۲}{۵}EC$$

$$S_{ACE}=\frac{۳}{۲}S_{ABD}\Rightarrow\frac{EC}{BD}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow BD=\frac{۲}{۳}EC$$

$$BE=BD+DE=\frac{۲}{۳}EC+\frac{۲}{۵}EC=\frac{۱۶}{۱۵}EC$$

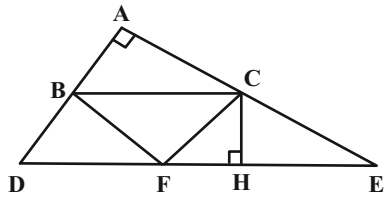
$$BC=BE+EC=\frac{۱۶}{۱۵}EC+EC=\frac{۳۱}{۱۵}EC$$

$$\Rightarrow\frac{BC}{DE}-\frac{BE}{BD}=\frac{\frac{۳۱}{۱۵}EC}{\frac{۲}{۵}EC}-\frac{\frac{۱۶}{۱۵}EC}{\frac{۲}{۳}EC}=\frac{۳۱}{۶}-\frac{۸}{۵}=\frac{۱۰۷}{۳۰}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۷۶- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصّه‌خان)*

از نقطهٔ C، عمودی بر DE رسم می‌کنیم. طبق قضیهٔ خطوط موازی و مورب، $A\hat{C}B=\hat{E}$ است.



بنابراین دو مثلث ABC و CHE بنا به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند. پس:

$$\frac{CH}{AB}=\frac{CE}{BC}\Rightarrow\frac{CH}{۵}=\frac{۸}{BC}\Rightarrow BC\times CH=۸\times۵=۴۰$$

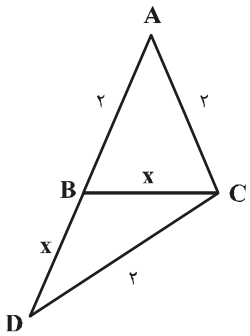
$$S_{BCF}=\frac{۱}{۲}BC\times CH=\frac{۱}{۲}\times۴۰=۲۰$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۷۷- **گزینهٔ «۳»** *(علی فتح‌آبادی)*

دو مثلث متساوی‌الساقین ACD و BCD، دارای زاویه‌های مجاور ساق برابر (یعنی $\hat{D}$) می‌باشند، پس متشابه‌اند.

$$\frac{BC}{AC}=\frac{DC}{AD}=\frac{BD}{CD}$$



$$\Rightarrow \frac{x}{۲}=\frac{۲}{x+۲} \Rightarrow x^۲+۲x=۴$$

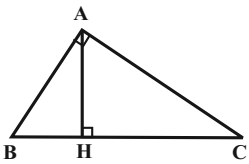
$$\Rightarrow x^۲+۲x+۱=۵ \Rightarrow (x+۱)^۲=۵$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=\sqrt{۵}-۱ \\ x=-\sqrt{۵}-۱ \quad \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

(هندسهٔ ۱ – قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۷۸- **گزینهٔ «۴»** *(حسین خزایی)*

فرض کنید $BH=۳k$ و $CH=۴k$ باشد.



طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:

$$AH^۲=BH\times CH \Rightarrow ۱۲^۲=۳k\times ۴k$$

$$\Rightarrow ۱۲k^۲=۱۲\times ۱۲ \Rightarrow k^۲=۱۲ \Rightarrow k=۲\sqrt{۳}$$

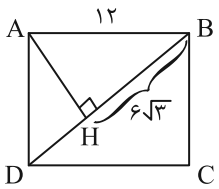
$$BC=۷\times ۲\sqrt{۳}=۱۴\sqrt{۳}$$

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}AH\times BC=\frac{۱}{۲}\times ۱۲\times ۱۴\sqrt{۳}=۸۴\sqrt{۳}$$

(هندسه ۱– قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۷۹- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مطابق شکل طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویهٔ ABD داریم:



$$AB^۲=BH\times BD \Rightarrow ۱۲^۲=۶\sqrt{۳}\times BD$$

$$\Rightarrow BD=\frac{۱۲\times ۱۲}{۶\sqrt{۳}}=\frac{۲۴}{\sqrt{۳}}\times\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}}=۸\sqrt{۳}$$

طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ABD داریم:

$$BD^۲=AB^۲+AD^۲ \Rightarrow (۸\sqrt{۳})^۲=۱۲^۲+AD^۲$$

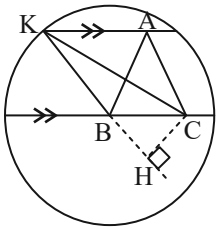
$$\Rightarrow AD^۲=۱۹۲-۱۴۴=۴۸ \Rightarrow AD=۴\sqrt{۳}$$

(هندسه ۱– قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۸۰- **گزینهٔ «۳»** *(سرژ یقیازاریان‌تبریزی)*

مطابق شکل زیر، $BC \parallel AK$ می‌باشد، بنابراین دو نقطهٔ A و K از ضلع BC به یک فاصله‌اند. از آنجا که قاعده و ارتفاع دو مثلث ABC و BKC با هم برابر هستند، لذا دو مثلث هم ارز (هم مساحت) می‌باشند.

می‌توان نوشت:



$$S_{ABC}=\frac{\sqrt{۳}}{۴}(AB)^۲=\frac{\sqrt{۳}}{۴}(۵)^۲=\frac{۲۵}{۴}\sqrt{۳}$$

$$\left.\begin{array}{l} S_{ABC}=S_{BKC} \Rightarrow \dfrac{BK\times CH}{۲}=\dfrac{۲۵}{۴}\sqrt{۳} \\ \text{(شعاع دایره) } BK=\dfrac{۳۰}{۲}=۱۵ \end{array}\right\} \Rightarrow ۱۵\times CH=\frac{۲۵}{۲}\sqrt{۳}$$

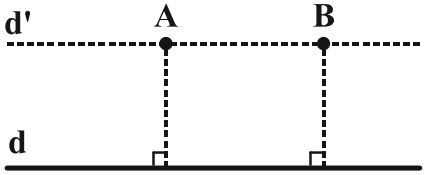
$$\Rightarrow CH=\frac{۲۵\sqrt{۳}}{۲\times ۱۵}=\frac{۵\sqrt{۳}}{۶}$$

(هندسه ۱– قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

ریاضیات گسسته

۸۱- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*



مطابق شکل، نقاط A و B روی خط d' موازی با خط d قرار دارند و در نتیجه از خط d به یک فاصله‌اند. ولی بدیهی است که خط d از وسط پاره‌خط AB عبور نمی‌کند. بنابراین گزاره‌های p و q در گزینهٔ «۳» هم‌ارز نیستند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۸۲- **گزینهٔ «۴»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

گزارهٔ گزینهٔ «۱» درست است و قابل رد کردن نیست.

گزارهٔ گزینهٔ «۲» نادرست است و قابل اثبات نیست.

در گزارهٔ گزینهٔ «۳» اثبات قضیهٔ «مربع هر عدد طبیعی فرد، از مضرب ۸، یک واحد بیشتر است.» احتیاج به استدلال به روش برهان خلف ندارد.

$$a = 2k+1 \Rightarrow a^2 = 4k^2+4k+1 = 4\underbrace{k(k+1)}_{2q}+1 = 8q+1$$

در واقع اثبات این قضیه به روش مستقیم انجام می‌شود.

اثبات درستی گزارهٔ گزینهٔ «۴» به صورت زیر است:

$$a = 2k+1, b = 2q+1$$

$$\Rightarrow ab = (2k+1)(2q+1) = 4kq+2k+2q+1$$

$$= 2(2kq+k+q)+1 = 2q'+1$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۸۳- **گزینهٔ «۳»** *(سهام مجیری‌پور)*

فرض کنیم $m = x^2+y^2$ و $n = z^2+u^2$ که x، y، z و u اعداد صحیح هستند، داریم:

$$mn = (x^2+y^2)(z^2+u^2) = x^2z^2+y^2z^2+x^2u^2+y^2u^2$$

$$= (x^2z^2+2xyzu+y^2u^2)+(x^2u^2-2xyzu+y^2z^2)$$

$$= (xz+yu)^2+(xu-yz)^2$$

بنابراین mn همواره برابر مجموع دو مربع کامل است.

درستی گزارهٔ «پ»، با فرض $m=3$ و $n=1$ رد می‌شود.

گزارهٔ «ب» درست است. زیرا فرض کنید $m=2k$ و $n=2k+2$، در این صورت $mn+1 = 2k(2k+2)+1 = 4k^2+4k+1 = (2k+1)^2$ که مربع کامل است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲ تا ۴)

۸۴- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ابتدا طرفین نامساوی را در ۲ ضرب کرده و سپس تمامی عبارت‌ها را به سمت چپ نامساوی منتقل می‌کنیم:

$$5a^2+5b^2+k \geq 3a+3b+ab$$

$$\Leftrightarrow 10a^2+10b^2+2k \geq 6a+6b+2ab$$

$$\Leftrightarrow (9a^2-6a+1)+(9b^2-6b+1)+(a^2+b^2-2ab)+(2k-2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (3a-1)^2+(3b-1)^2+(a-b)^2+(2k-2) \geq 0$$

سه عبارت $(3a-1)^2$، $(3b-1)^2$ و $(a-b)^2$ همگی مربع کامل و نامنفی‌اند و روابط همگی برگشت‌پذیر هستند، پس برای بدیهی بودن رابطه کافی است داشته باشیم:

$$(2k-2) \geq 0 \Rightarrow k \geq 1$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۸۵- **گزینهٔ «۱»** *(نیلوفر مهدوی)*

پنج عدد طبیعی و متوالی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$n+1, n+2, n+3, n+4, n+5$$

میانگین اعداد a_1 تا a_5 به صورت زیر است:

$$\frac{(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4)+(n+5)}{5} = \frac{5n+15}{5} = n+3$$

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

بنابراین میانگین پنج عدد طبیعی متوالی برابر با عدد وسطی یعنی $(n+3)$ است. میانگین عددی فرد است، در نتیجه $(n+3)$ عددی فرد می‌باشد، پس $(n+5)$ هم عددی فرد است.

$$a_3 = n+3 \Rightarrow a_3 = 2k+1$$

$$a_5 = n+5 \Rightarrow a_5 = 2k'+1$$

$$4a_3 - a_5 = (8k+4) - (2k'+1) = 2\underbrace{(4k-k'+2)}_{k''} - 1 = 2k'' - 1$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۵)

۸۶- **گزینهٔ «۳»** *(سید وحید ذوالفقاری)*

اگر $p > 3$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $p = 6k+1$ یا $p = 6k+5$ نوشته می‌شود، یعنی باقی‌ماندهٔ تقسیم آن بر عدد ۶، یکی از دو عدد ۱ یا ۵ است. از طرفی باقی‌ماندهٔ تقسیم دو عدد اول ۲ و ۳ بر ۶، برابر خود این اعداد است. پس در مجموع، ۴ باقیماندهٔ متفاوت می‌توان یافت.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحهٔ ۱۵)

۸۷- **گزینهٔ «۲»** *(رضا توکلی)*

$$2xy - y = x^3 + 2 \Rightarrow y = \frac{x^3+2}{2x-1} \Rightarrow 2x-1 \mid x^3+2 \Rightarrow \left.\begin{matrix} 2x-1 \mid 2x^3+4 \\ 2x-1 \mid 2x^3 - x^2 \end{matrix}\right\}$$

$$\Rightarrow 2x-1 \mid x^2+4$$

$$\left.\begin{matrix} \Rightarrow 2x-1 \mid 2x^2+8 \\ 2x-1 \mid 2x^2 - x \end{matrix}\right\} \Rightarrow 2x-1 \mid x+8$$

$$\left.\begin{matrix} \Rightarrow 2x-1 \mid 2x+16 \\ 2x-1 \mid 2x-1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 2x-1 \mid 17 \Rightarrow 2x-1 = \pm 1 \quad \text{یا} \quad \pm 17$$

پس $A\begin{vmatrix} 0 \\ -2 \end{vmatrix}$، $B\begin{vmatrix} 1 \\ 3 \end{vmatrix}$، $C\begin{vmatrix} 9 \\ 43 \end{vmatrix}$، $D\begin{vmatrix} -8 \\ 30 \end{vmatrix}$، ۴ نقطه با مختصات صحیح روی این منحنی هستند که دو تای آن‌ها در ربع اول قرار دارند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۸۸- **گزینهٔ «۴»** *(کیوان دارابی)*

$$24a = k^2 \Rightarrow 3 \times 2^3 a = k^2 \Rightarrow a = 2 \times 3q^2$$

$$100 \le 6q^2 < 1000 \Rightarrow 5 \le q \le 12$$

تعداد اعداد سه رقمی که ۲۴ برابر آن‌ها مربع کامل باشد، برابر است با $12-5+1=8$.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۸۹- **گزینهٔ «۲»** *(حمید کروسی)*

عدد k را با توجه به باقی‌ماندهٔ آن در تقسیم بر ۵، به یکی از حالت‌های زیر می‌توان نوشت: $(q \in \mathbb{Z})$

$$k = 5q \Rightarrow k^2+1 = 25q^2+1 = 5q_1+1 \quad (q_1 \in \mathbb{Z})$$

$$k = 5q \pm 1 \Rightarrow k^2+1 = 25q^2 \pm 10q + 2 = 5q_2 + 2 \quad (q_2 \in \mathbb{Z})$$

$$k = 5q \pm 2 \Rightarrow k^2+1 = 25q^2 \pm 20q + 5 = 5q_3 \quad (q_3 \in \mathbb{Z})$$

پس باقی‌ماندهٔ تقسیم k^2+1 بر ۵، می‌تواند یکی از اعداد صفر، ۱ و ۲ باشد، که دو تای آن‌ها طبیعی است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۹۰- **گزینهٔ «۳»** *(جواد حاتمی)*

$$\left(n^2+n, 3n-1\right) = d$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d \mid n^2+n \xrightarrow{\times 3} d \mid 3n^2+3n \\ d \mid 3n-1 \xrightarrow{\times n} d \mid 3n^2-n \end{cases} \Rightarrow d \mid 4n$$

$$\begin{cases} d \mid 4n \xrightarrow{\times 3} d \mid 12n \\ d \mid 3n-1 \xrightarrow{\times 4} d \mid 12n-4 \end{cases} \Rightarrow d \mid 4 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 2 \text{ یا } 4$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

فیزیک ۲

۹۱- **گزینهٔ «۳»** *(مهدی براتی)*

ظرفیت خازن به اختلاف پتانسیل و بار الکتریکی آن وابسته نیست. بنابراین فقط تغییر قطر صفحات آن را درنظر می‌گیریم:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\xrightarrow{\text{ثابت } d,\kappa}\frac{C_2}{C_1}=\frac{A_2}{A_1}\xrightarrow{A=\pi\frac{d^2}{4}}\frac{C_2}{C_1}=(\frac{d_2}{d_1})^2=(\frac{2d_1}{d_1})^2$$

$$\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=(2)^2=4$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۹۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا حسین‌نژادی)*

با توجه به اینکه ظرفیت خازن به بار الکتریکی و اختلاف پتانسیل آن بستگی ندارد، ابتدا به‌صورت زیر، ظرفیت خازن را می‌یابیم:

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow C=\frac{\Delta Q}{\Delta V}\xrightarrow[\Delta V=200V]{\Delta Q=3/6nC}C=\frac{3/6\times10^{-9}}{200}=18\times10^{-12}F$$

اکنون با توجه به رابطهٔ ظرفیت خازن، مساحت صفحات آن را می‌یابیم:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\xrightarrow[\varepsilon_0=9\times10^{-12}\frac{F}{m},d=0/2mm=2\times10^{-4}m]{\kappa=1,C=18\times10^{-12}F}$$

$$18\times10^{-12}=9\times10^{-12}\frac{A}{2\times10^{-4}}\Rightarrow A=4\times10^{-4}m^2=4cm^2$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۹۳- **گزینهٔ «۱»** *(سیده ملیحه میرصالحی)*

برای پاسخ دادن به این سؤال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ «۱»: با کاهش مساحت صفحات خازن، طبق رابطهٔ $C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$، ظرفیت خازن نیز کاهش می‌یابد، درنتیجه چون V ثابت است، بنابه رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$، انرژی خازن نیز کاهش خواهد یافت.

گزینه‌های «۲» و «۳»: بنا به رابطهٔ $C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$، با کاهش فاصلهٔ بین صفحات خازن و یا قرار دادن دی‌الکتریک بین صفحات، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد. درنتیجه، چون V ثابت است، طبق رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$، انرژی خازن نیز افزایش خواهد یافت.

گزینهٔ «۴»: با جداکردن خازن از مولد، بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند، درنتیجه طبق رابطهٔ $U=\frac{Q^2}{2C}$، چون Q و C ثابت‌اند، انرژی خازن نیز ثابت خواهد ماند.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۹۴- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا باید مشخص کنیم با وارد کردن دی‌الکتریک بین صفحه‌های خازن، ظرفیت آن چند برابر می‌شود. چون A و d ثابت‌اند، با استفاده از رابطهٔ زیر داریم:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\xrightarrow[d_1=d_2]{A_1=A_2}\frac{C_1}{C_2}=\frac{\kappa_1}{\kappa_2}\xrightarrow[\kappa_2=4]{\kappa_1=1}\frac{C_1}{C_2}=\frac{1}{4}$$

از طرف دیگر، چون خازن را از مولد جدا نموده‌ایم، بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند. بنابراین با استفاده از رابطهٔ $U=\frac{Q^2}{2C}$ و با توجه به این‌که با افزایش ظرفیت خازن، انرژی آن کاهش می‌یابد، به‌صورت زیر U_1 را می‌یابیم:

$$U=\frac{Q^2}{2C}\xrightarrow{Q_1=Q_2}\frac{U_2}{U_1}=\frac{C_1}{C_2}\xrightarrow[\frac{C_1}{C_2}=\frac{1}{4}]{U_2=U_1-300}\frac{U_1-300}{U_1}=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 4U_1-1200=U_1\Rightarrow 3U_1=1200\Rightarrow U_1=400\mu J$$

$$U_2=U_1-300=400-300=100\mu J$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۹۵- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین برادران)*

ابتدا رابطهٔ بین بار ذخیره شده در خازن و میدان الکتریکی بین صفحات را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=CV\xrightarrow{V=Ed}Q=CEd$$

$$\Rightarrow\Delta Q=\Delta E\times C\times d$$

با جابه‌جا کردن $6\mu C$ بار از صفحهٔ مثبت به صفحهٔ منفی خازن بار خازن برابر با $(Q-6)\mu C$ می‌باشد و بنابراین داریم:

$$\Delta Q=-6\mu C=-6\times10^{-6}C\xrightarrow[d=0/3mm=3\times10^{-4}m]{\Delta Q=\Delta E\times C\times d,\Delta E=-240\frac{N}{C}}$$

$$-6\times10^{-6}=-240\times C\times3\times10^{-4}\Rightarrow C=\frac{10^{-3}}{12}F=\frac{250}{3}\mu F$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

۹۶- **گزینهٔ «۳»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

با توجه به رابطهٔ $P_{av}=\frac{U}{t}$، می‌توان انرژی ذخیره شده در خازن را محاسبه کرد:

$$P_{av}=\frac{U}{t}\Rightarrow ۹۰\times۱۰^{۳}=\frac{U}{۲\times۱۰^{-۳}}\Rightarrow U=۱۸۰J$$

$$U=\frac{۱}{۲}CV^{۲}\Rightarrow ۱۸۰=\frac{۱}{۲}C\times(۶\times۱۰^{۳})^{۲}$$

$$\Rightarrow ۳۶۰=۳۶\times۱۰^{۶}C\Rightarrow C=\frac{۳۶۰}{۳۶\times۱۰^{۶}}$$

$$\Rightarrow C=۱۰^{-۵}F=۱۰\mu F$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۹۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمد اکبری)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: جریان الکتریکی عبوری از سیم در جهت میدان الکتریکی درون سیم است.

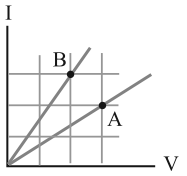
گزینهٔ «۳»: جهت بردار سرعت سوق در یک رسانای فلزی در حضور میدان الکتریکی درخلاف جهت میدان الکتریکی و خلاف جهت جریان الکتریکی در رسانا است.

گزینهٔ «۴»: در صورتی‌که اختلاف پتانسیل ثابتی به دو سر یک سیم اعمال کنیم، جریان الکتریکی ایجاد می‌شود و یک شارش خالص بار از هر مقطع رخ می‌دهد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۹۸- **گزینهٔ «۴»** *(سراسری ریاضی- ۹۸)*

طبق رابطهٔ $R=\frac{V}{I}$ داریم:



$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{V_A}{V_B}\times\frac{I_B}{I_A}=\frac{۳}{۲}\times\frac{۳}{۲}=\frac{۹}{۴}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۹۹- **گزینهٔ «۲»** *(شهرام احمدی‌دارانی)*

اگر چگالی سیم را با ρ' نشان دهیم، حجم یک سیم با سطح مقطع A و طول L، برابر $V=AL$ می‌شود. بنابراین، ابتدا با استفاده از رابطهٔ $\rho'=\frac{m}{V}$، نسبت $\frac{L_A}{L_B}$ را می‌یابیم:

$$\frac{\rho'_A}{\rho'_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\xrightarrow{V=AL}\frac{\rho'_A}{\rho'_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{A_B}{A_A}\times\frac{L_B}{L_A}$$

$$\xrightarrow[m_A=m_B]{\frac{\rho'_A}{\rho'_B}=\frac{۱}{۳}}\frac{۱}{۳}=۱\times\frac{A_B}{A_A}\times\frac{L_B}{L_A}\Rightarrow\frac{L_A}{L_B}=۳\times\frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow{A=\pi\frac{D^{۲}}{۴}}\frac{L_A}{L_B}=۳\times(\frac{D_B}{D_A})^{۲}$$

$$\xrightarrow{D_A=۲D_B}\frac{L_A}{L_B}=۳\times(\frac{D_B}{۲D_B})^{۲}\Rightarrow\frac{L_A}{L_B}=\frac{۳}{۴}$$

اکنون می‌توان با استفاده از رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$، به‌صورت زیر، R_A را به‌دست آورد:

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow{\frac{A_B}{A_A}=(\frac{D_B}{D_A})^{۲}}\frac{R_A}{R_B}=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{L_A}{L_B}\times(\frac{D_B}{D_A})^{۲}$$

$$\xrightarrow[\rho_A=۴\rho_B]{R_B=۲۰۰\Omega,D_A=۲D_B}\frac{R_A}{۲۰۰}=\frac{۴\rho_B}{\rho_B}\times\frac{۳}{۴}\times(\frac{D_B}{۲D_B})^{۲}$$

$$\Rightarrow\frac{R_A}{۲۰۰}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow R_A=۱۵۰\Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۱۰۰- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود قره‌خانی)*

به بررسی تمام موارد می‌پردازیم:

الف) نادرست است: اغلب از ترمیستور به عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما استفاده می‌شود.

ب) نادرست است: طبق نمودار صفحهٔ ۵۹ کتاب درسی، مقاومت LDR با افزایش روشنایی کاهش می‌یابد.

پ) درست است.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۶۱)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

فیزیک ۱

۱۰۱- **گزینهٔ «۳»** *(میثم رشتیان)*

موارد الف و ب درست و موارد پ و ت نادرست‌اند. زیرا بیشتر فضای بین ستاره‌ای را پلاسما تشکیل داده است (نه اندکی از آن را!). همچنین سیارات اغلب از مواد جامد و گازی تشکیل شده‌اند نه از پلاسما.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحهٔ ۲۴)

۱۰۲- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

هریک از عبارت‌ها را بررسی نموده و درستی یا نادرستی آن‌ها را مشخص می‌کنیم:

الف) نادرست – چون نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های جیوه بزرگ‌تر از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های جیوه و شیشه است، جیوه حالت کروی (قطره‌مانند) خود را حفظ می‌کند و سطح شیشه را تر نمی‌کند.

ب) درست – کشش سطحی در مایع‌ها، در واقع همان نیروی ربایشی از نوع هم‌چسبی موجود در سطح مایع است.

پ) درست.

ت) نادرست – چون نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و سطح داخلی لوله بزرگ‌تر از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است، آب درون لوله رو به بالا حرکت می‌کند و از سطح آب درون ظرف نیز بالاتر می‌رود.

بنابراین از چهار عبارت داده شده، دو عبارت آن درست‌اند.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

۱۰۳- **گزینهٔ «۱»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا فشار ناشی از آب را برحسب سانتی‌متر جیوه می‌یابیم و سپس مشخص می‌کنیم، چه عمقی از آب، چنین فشاری را ایجاد می‌کند.

$$\text{فشار کل} = \text{فشار هوا} + \text{فشار آب}$$

$$\xrightarrow[\text{فشار هوا}=۷۰\text{cmHg}]{\text{فشار کل}=۱۲۰\text{cmHg}} ۱۲۰ = ۷۰ + P'_{\text{آب}} \Rightarrow P'_{\text{آب}} = ۵۰\text{cmHg}$$

می‌بینیم فشار ناشی از آب برابر ۵۰cmHg است. یعنی، فشار آب معادل فشار ستونی از جیوه به ارتفاع ۵۰cm است. اکنون مشخص می‌کنیم، فشار ستونی از جیوه به ارتفاع ۵۰cm، معادل فشار چند سانتی‌متر آب می‌شود:

$$\rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} = \rho'_{\text{آب}} h'_{\text{آب}}$$

$$\xrightarrow[h_{\text{جیوه}}=۵۰\text{cm}]{\rho_{\text{جیوه}}=۱۳/۶\frac{g}{cm^۳},\ \rho_{\text{آب}}=۱\frac{g}{cm^۳}} ۵۰\times ۱۳/۶ = ۱\times h'_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow h'_{\text{آب}} = ۶۸۰\text{cm} = ۶/۸\text{m}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۰۴- **گزینهٔ «۴»** *(امیر پوریوسف)*

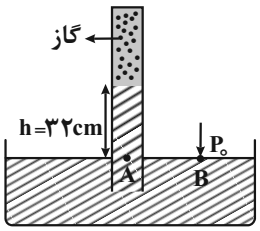
ابتدا فشار ناشی از ستون مایع به ارتفاع ۳۲ سانتی‌متر را برحسب سانتی‌متر جیوه به‌دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$$

$$\xrightarrow[h_{\text{مایع}}=۳۲\text{cm}]{\rho_{\text{جیوه}}=۱۳/۶\frac{g}{cm^۳},\ \rho_{\text{مایع}}=۳/۴\frac{g}{cm^۳}} ۳/۴\times ۳۲ = ۱۳/۶\times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{۳۲}{۴} = ۸\text{cm}$$

بنابراین فشار ناشی از ستون ۳۲ سانتی‌متری مایع برابر با ۸ سانتی‌متر جیوه است. اکنون فشار گاز بالای مایع را می‌یابیم. با توجه به این‌که در نقطهٔ B فشار هوا و در نقطهٔ A، مجموع فشار گاز و مایع وارد می‌شود، برای دو نقطهٔ هم‌تراز A و B که فشارشان یکسان است، داریم:



$$P_A = P_B \xrightarrow[P_B=P_۰]{P_A=P_{\text{گاز}}+P_{\text{مایع}}} P_{\text{گاز}} + P_{\text{مایع}} = P_۰$$

$$\xrightarrow[P_۰=۷۶\text{cmHg}]{P_{\text{مایع}}=۸\text{cmHg}}$$

$$P_{\text{گاز}} + ۸ = ۷۶ \Rightarrow P_{\text{گاز}} = ۶۸\text{cmHg}$$

اکنون فشار گاز را برحسب پاسکال به‌دست می‌آوریم و نیروی وارد بر ته لوله را محاسبه می‌کنیم:

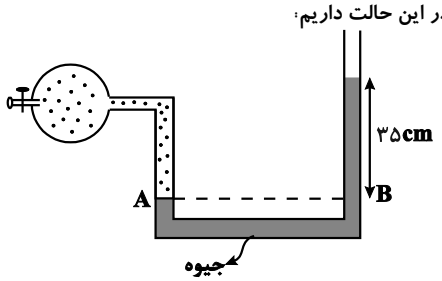
$$F = P_{\text{گاز}} A = \rho g h A \xrightarrow[\rho=۱۳۶۰۰\frac{kg}{m^۳},\ A=۵\times ۱۰^{-۴}m^۲]{h=۶۸\text{cm}=۰/۶۸\text{m}}$$

$$F = ۱۳۶۰۰\times ۱۰\times ۰/۶۸\times ۵\times ۱۰^{-۴} = ۴۶/۲۴\text{N}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۰۵- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

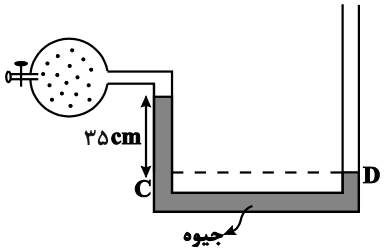
ابتدا فشار گاز درون مخزن را در حالت اولیه (شیرخروجی بسته)، محاسبه می‌کنیم، در این حالت داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_۰ + P_{\text{جیوه}} \xrightarrow[P_{\text{جیوه}}=۳۵\text{cmHg}]{P_۰=۷۵\text{cmHg}}$$

$$P_{\text{گاز}} = ۷۵ + ۳۵ = ۱۱۰\text{cmHg}$$

در حالت دوم، جیوه از شاخهٔ سمت راست، پایین و در شاخهٔ سمت چپ بالا می‌رود و شکل آن به‌صورت زیر است. بنابراین برای نقاط هم‌تراز C و D داریم:



$$P_C = P_D \Rightarrow P'_{\text{گاز}} + P_{\text{جیوه}} = P_0 \Rightarrow P'_{\text{گاز}} = P_0 - P_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow P'_{\text{گاز}} = ۷۵ - ۳۵ = ۴۰\,cmHg$$

در نهایت اختلاف فشار گاز درون مخزن در دو حالت برابر است با:

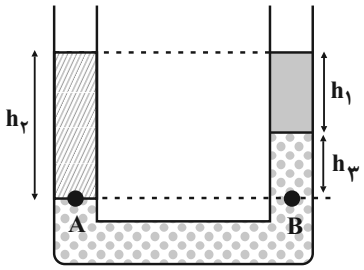
$$\Delta P = P'_{\text{گاز}} - P_{\text{گاز}} \Rightarrow \Delta P = ۴۰ - ۱۱۰ = -۷۰\,cmHg$$

بنابراین، باید فشار گاز درون مخزن را $۷۰\,cmHg$ کاهش دهیم.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۰۶- **گزینهٔ «۲»** *(حسین مفرومی)*

ابتدا با توجه به اصل برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، چگالی مایع (۲) را به دست می‌آوریم:



$$P_A = P_B$$

$$P_۲ + P_0 = P_۱ + P_۳ + P_0$$

$$\Rightarrow \rho_۲ g h_۲ = \rho_۱ g h_۱ + \rho_۳ g h_۳ \Rightarrow \rho_۲ h_۲ = \rho_۱ h_۱ + \rho_۳ h_۳$$

$$(h_۱ = ۱۵cm\ ,\ h_۲ = ۲۵cm\ ,\ h_۳ = ۱۰cm$$

$$,\ \rho_۱ = ۱/۲\frac{g}{cm^۳}\ ,\ \rho_۳ = ۲/۲\frac{g}{cm^۳})$$

$$\Rightarrow \rho_۲ = \frac{۴۰}{۲۵} = ۱/۶\frac{g}{cm^۳}$$

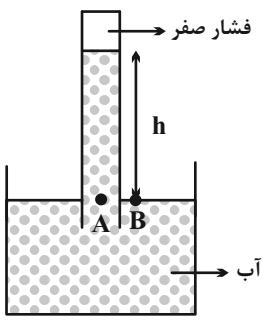
$$V_۲ = \pi r^۲ h_۲ \Rightarrow ۳\times ۰/۵^۲ \times ۲۵ = ۱۸/۷۵ cm^۳$$

$$\Rightarrow m_۲ = \rho_۲ V_۲ = ۱/۶\times ۱۸/۷۵ = ۳۰g$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۱۰۷- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

با توجه به نمودار، فشار هوا در شهر اردکان $۸۰kPa$ می‌باشد. در این صورت اگر آزمایش توریچلی را در شهر اردکان با آب انجام دهیم، فضای خالی بالای ستون آب تنها محتوی بخار آب است و فشار آن ناچیز است. داریم:



$$P_B = P_0 = ۸۰kPa$$

$$P_A = (\rho g h)_{\text{آب}}$$

ازطرفی نقاط A و B نقاط هم‌تراز از یک مایع ساکن‌اند، بنابراین داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow (\rho g h)_{\text{آب}} = ۸۰\times ۱۰^۳ \Rightarrow ۱۰۰۰\times ۱۰\times h = ۸\times ۱۰^۴$$

$$\Rightarrow h = ۸m$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۱۰۸- **گزینهٔ «۴»** *(مسعود قره‌خانی)*

با توجه به معادلهٔ پیوستگی با کاهش سطح مقطع جریان شاره، تندی افزایش و با افزایش سطح مقطع جریان شاره، تندی کاهش می‌یابد. بنابراین در قسمت B با کاهش سطح مقطع، تندی افزایش می‌یابد. همچنین کمینهٔ تندی آب مربوط به قسمتی با بیشترین سطح مقطع، یعنی مقطع A است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

۱۰۹- **گزینهٔ «۳»** *(محمدصادق مام‌سیده)*

ابتدا با استفاده از معادلهٔ پیوستگی و با توجه به این‌که $A = \pi\frac{D^۲}{۴}$ است، داریم:

$$A_۱ v_۱ = A_۲ v_۲ \Rightarrow \frac{A_۱}{A_۲} = \frac{v_۲}{v_۱} \xrightarrow{A=\pi\frac{D^۲}{۴}} (\frac{D_۱}{D_۲})^۲ = \frac{v_۲}{v_۱}$$

$$\xrightarrow{D_۱ = D_۲ + ۰/۲۵D_۲ = ۱/۲۵D_۲} (\frac{۱/۲۵D_۲}{D_۲})^۲ = \frac{v_۲}{v_۱} \Rightarrow (\frac{۱۲۵}{۱۰۰})^۲ = \frac{v_۲}{v_۱}$$

$$\Rightarrow \frac{۲۵}{۱۶} = \frac{v_۲}{v_۱} \Rightarrow v_۲ = \frac{۲۵}{۱۶} v_۱$$

از طرف دیگر، داریم:

$$v_۲ - v_۱ = ۹۰ \Rightarrow \frac{۲۵}{۱۶} v_۱ - v_۱ = ۹۰ \Rightarrow \frac{۹}{۱۶} v_۱ = ۹۰ \Rightarrow v_۱ = ۱۶۰\frac{cm}{s}$$

$$v_۲ = \frac{۲۵}{۱۶} v_۱ = \frac{۲۵}{۱۶}\times ۱۶۰ \Rightarrow v_۲ = ۲۵۰\frac{cm}{s} \xrightarrow{\div ۱۰۰} v_۲ = ۲/۵\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

۱۱۰- **گزینهٔ «۴»** *(محمدجواد سورچی)*

اگر جریان هوا در سطح جیوهٔ درون ظرف ایجاد شود، بنابر اصل برنولی، فشار هوا روی سطح جیوه کاهش می‌یابد و در نتیجه فشار ستون جیوهٔ درون لوله بیشتر از فشار هوا در سطح جیوهٔ درون ظرف می‌شود. بنابراین سطح جیوه در لوله پایین می‌آید تا فشار آن برابر فشار هوا در سطح جیوهٔ درون ظرف شود.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

فیزیک ۳

۱۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(امیر پوریوسف)*

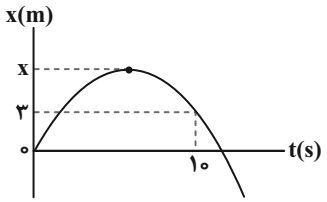
چون متحرک دو بار از مبدأ مکان عبور کرده است، بنابراین جهت بردار مکان ۲ بار تغییر کرده است. از طرف دیگر بنابر تعریف، جابه‌جایی برداری است که نقطهٔ شروع حرکت (A) را به نقطهٔ پایان حرکت (B) وصل کند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۵)

۱۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمود منصوری)*

اگر بیشترین فاصلهٔ متحرک تا مبدأ مکان را x در نظر بگیریم، با توجه به نمودار، خواهیم داشت: $\ell = x + (x-3) = 2x-3$ مسافت طی شده در ۱۰ ثانیهٔ اول

$|x_2 - x_1| = |3-0| \Rightarrow |\Delta x| = 3m$ اندازهٔ جابه‌جایی در ۱۰ ثانیهٔ اول



از طرف دیگر، با توجه به تعریف سرعت متوسط و تندی متوسط داریم:

$$s_{av} = 3\,|v_{av}| \Rightarrow \frac{\ell}{\Delta t} = 3\frac{|\Delta x|}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow 2x-3 = 3\times 3 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6m$$

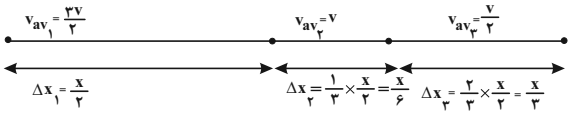
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹)

۱۱۳- **گزینهٔ «۲»** *(بیتا خورشیر)*

طول مسیر مسابقه برای هر دو دونده یکسان است که آن را برابر x فرض می‌کنیم. با توجه به اینکه سرعت‌های متوسط در مسیرها برحسب v داده شده است، می‌توان زمان هر قسمت را برحسب x و v به‌دست آورد. بنابراین با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$\text{دوندهٔ A} \Rightarrow v_{av_A} = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} \xrightarrow[v_{av_A}=v]{\Delta x_A = x} v = \frac{x}{\Delta t_A} \Rightarrow \Delta t_A = \frac{x}{v}$$

برای دوندهٔ B با توجه به شکل زیر داریم:



$$\text{دوندهٔ B} \Rightarrow \Delta t_B = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3$$

$$\Rightarrow \Delta t_B = \frac{\Delta x_1}{v_{av_1}} + \frac{\Delta x_2}{v_{av_2}} + \frac{\Delta x_3}{v_{av_3}}$$

$$\Rightarrow \Delta t_B = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{3v}{2}} + \frac{\frac{x}{6}}{v} + \frac{\frac{x}{3}}{\frac{v}{2}} \Rightarrow \Delta t_B = (\frac{1}{3}\times\frac{x}{v}) + (\frac{1}{6}\times\frac{x}{v}) + (\frac{2}{3}\times\frac{x}{v})$$

$$\xrightarrow{\frac{x}{v}=\Delta t_A} \Delta t_B = \frac{1}{3}\Delta t_A + \frac{1}{6}\Delta t_A + \frac{2}{3}\Delta t_A \Rightarrow \Delta t_B = \frac{7}{6}\Delta t_A$$

$$\Rightarrow \Delta t_A = \frac{6}{7}\Delta t_B$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹)

۱۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(محمدفاضل میرحاج)*

با توجه به اینکه مبدأ مکان، مبدأ دستگاه مختصات $(x=0)$ و مبدأ حرکت در مکان $x_0 = 2m$ است، به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: نادرست – در بازهٔ زمانی t_2 تا t_4 متحرک در مکان‌های منفی محور x قرار دارد، اما از t_2 تا t_3 در خلاف جهت محور x و از t_3 تا t_4 در جهت محور x حرکت می‌کند.

گزینهٔ «۲»: نادرست – در لحظهٔ t_1 متحرک در بیش‌ترین فاصله از مبدأ مکان قرار دارد.

گزینهٔ «۳»: درست – مبدأ حرکت، مکان $x_0 = 2m$ می‌باشد و متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_5، یک‌بار از این مکان عبور می‌کند.

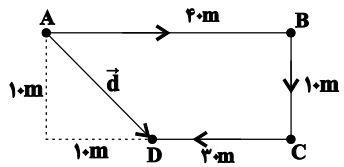
گزینهٔ «۴»: نادرست – در لحظات t_2 و t_4 بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد و در لحظه‌های t_1 و t_3 جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

۱۱۵- **گزینهٔ «۴»** *(احسان کرمی)*

ابتدا بزرگی بردار جابه‌جایی را حساب می‌کنیم:

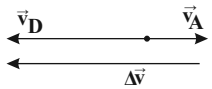


$$|\vec{d}| = \sqrt{۱۰^۲ + ۱۰^۲} = ۱۰\sqrt{۲}\,m$$

$$|\vec{v}_{کل}| = \frac{|d|}{\Delta t} \Rightarrow \sqrt{۲} = \frac{۱۰\sqrt{۲}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = ۱۰s$$

می‌دانیم بردار سرعت مماس بر مسیر حرکت است، پس:

$$A \text{ نقطهٔ } : \bullet\!\rightarrow \quad v_A = ۱\frac{m}{s}$$



$$D \text{ نقطهٔ } : \leftarrow\!\bullet \quad v_D = -۳\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{v_D - v_A}{\Delta t} = \frac{-۳-۱}{۱۰} \Rightarrow a_{av} = -۰/۴\frac{m}{s^۲}$$

و جهت آن به سمت چپ خواهد بود.

(فیزیک ۳- حرکت؛ صفحه‌های ۳ تا ۱۳)

۱۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(رامین آرامش اصل)*

ابتدا با توجه به معادلهٔ مکان – زمان در حرکت با شتاب ثابت، معادلهٔ مکان متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v.t + x_۰ \xrightarrow[v_۰=-۲\frac{m}{s},\, x_۰=-۱۲m]{a=۴\frac{m}{s^۲}} x = ۲t^۲ - ۲t - ۱۲$$

اکنون برای محاسبهٔ لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان باید در معادلهٔ مکان – زمان مقدار x را برابر صفر قرار دهیم؛ زیرا برای $x > ۰$، جهت بردار مکان تغییر می‌کند.

$$۲(t^۲ - t - ۶) = ۰ \Rightarrow (t+۲)(t-۳) = ۰ \begin{cases} t = -۲s & \text{غ‌ق‌ق} \\ t = ۳s & \checkmark \end{cases}$$

و در آخر برای تعیین لحظهٔ تغییر جهت بردار سرعت، معادلهٔ سرعت – زمان متحرک را که با شتاب ثابت حرکت می‌کند به‌دست می‌آوریم و v را مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$$v = at + v_۰ \xrightarrow[v_۰=-۲\frac{m}{s}]{a=۴\frac{m}{s^۲}} v = ۴t - ۲ \xrightarrow{v=۰} t = \frac{۱}{۲}s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۱۷- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین برادران)*

با توجه به شکل، متحرک‌های A و B، در مبدأ زمان در دو جهت مخالف از مبدأ مکان عبور می‌کنند و تا لحظهٔ t'، از یکدیگر دور می‌شوند. پس از لحظهٔ t'، تا لحظه t'' که دو متحرک به‌هم می‌رسند، در حال نزدیک شدن به یکدیگرند. بنابراین، ابتدا لحظه‌های t' و t'' را می‌یابیم. به همین منظور با محاسبهٔ شتاب متحرک‌ها، معادلات سرعت – زمان و مکان – زمان آن‌ها را می‌نویسیم و با مساوی قرار دادن معادلاتِ سرعتشان، t' و با مساوی قرار دادن معادلاتِ مکانشان، t'' را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید، در لحظهٔ t' سرعت متحرک‌ها یکسان و در لحظهٔ t''، مکان آن‌ها یکسان است.

$$a_A = \frac{\Delta v_A}{\Delta t_A} = \frac{۰-۲۰}{۵-۰} \Rightarrow a_A = -۴\frac{m}{s^۲}$$

$$a_B = \frac{\Delta v_B}{\Delta t_B} = \frac{۰-(-۲۰)}{۲۰-۰} \Rightarrow a_B = ۱\frac{m}{s^۲}$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{v_{۰A}=۲۰\frac{m}{s}} v_A = -۴t + ۲۰ \\ \xrightarrow{v_{۰B}=-۲۰\frac{m}{s}} v_B = t - ۲۰ \end{cases}$$

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{x_{۰A}=۰} x_A = \frac{۱}{۲}(-۴)t^۲ + ۲۰t + ۰ \\ \Rightarrow x_A = -۲t^۲ + ۲۰t \\ \xrightarrow{x_{۰B}=۰} x_B = \frac{۱}{۲}\times ۱ \times t^۲ - ۲۰t + ۰ \\ \Rightarrow x_B = \frac{۱}{۲}t^۲ - ۲۰t \end{cases}$$

$$t = t' \Rightarrow v_A = v_B \Rightarrow -۴t' + ۲۰ = t' - ۲۰ \Rightarrow ۴۰ = ۵t' \Rightarrow t' = ۸s$$

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

$$t = t'' \Rightarrow x_A = x_B \Rightarrow -2t''^2 + 20t'' = \frac{1}{2}t''^2 - 20t''$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}t''^2 - 40t'' = 0 \Rightarrow t''(\frac{5}{2}t'' - 40) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{2}t'' - 40 = 0 \Rightarrow t'' = 16s \\ t'' = 0 \end{cases}$$

با داشتن t' و t''، اکنون می‌توان مسافت طی شده در بازهٔ زمانی t' و t'' که دو متحرک به یکدیگر نزدیک می‌شوند را به‌دست آورد. بنابراین، با توجه به این‌که، در نمودار سرعت – زمان، مساحت سطح محصور بین نمودار و محور زمان برابر جابه‌جایی متحرک است، به‌صورت زیر، مسافت طی شده را می‌یابیم. البته قبل از آن لازم است، سرعت هریک از متحرک‌ها را در لحظه‌های t' و t'' به‌دست آوریم. در ضمن در لحظهٔ t'، سرعت دو متحرک یکسان است.

$$v_A = v_B = -4t' + 20 \xrightarrow{t'=8s} v_A = v_B = -4\times 8 + 20$$

$$\Rightarrow v_A = v_B = -12\frac{m}{s}$$

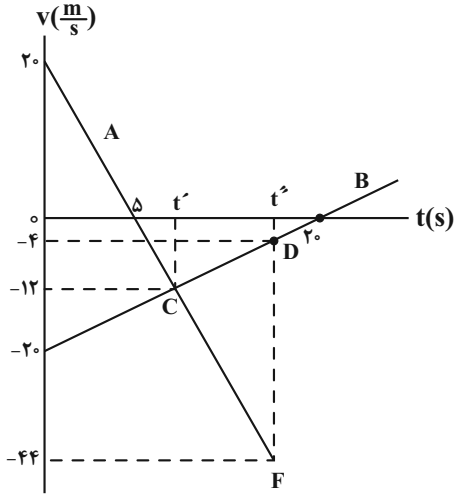
$$v_A = -4t'' + 20 \xrightarrow{t''=16s} v_A = -4\times 16 + 20 = -44\frac{m}{s}$$

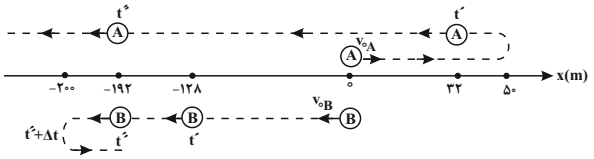
$$v_B = t'' - 20 \xrightarrow{t''=16s} v_B = 16 - 20 = -4\frac{m}{s}$$

$$\ell = \ell_A + \ell_B \Rightarrow \ell = \text{مساحت ذوزنقه } t't''CF + \text{مساحت ذوزنقه } CDt't''$$

$$\ell = \frac{(12+44)}{2}\times(16-8) + \frac{(12+4)}{2}\times(16-8) \Rightarrow$$

$$\ell = (56\times 4) + (8\times 8) \Rightarrow \ell = 288m$$



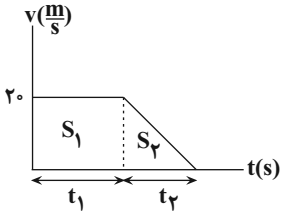


همان‌طور که در شکل فوق مشاهده می‌کنید، هر دو متحرک A و B، در بازهٔ زمانی t' تا t'' در جهت مخالف محور x به یکدیگر نزدیک می‌شوند. در لحظهٔ $t''+\Delta t$ سرعت متحرک B صفر می‌شود و جهت آن برعکس می‌گردد، اما، متحرک A به حرکت خود در جهت مخالف محور x ادامه می‌دهد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۱۸- **گزینهٔ «۱»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

مدت زمان t_1 ثانیهٔ اول همان زمان واکنش راننده است که خودرو با سرعت ثابت حرکت کرده است و t_2 ثانیهٔ بعدی، زمان حرکت کندشوندهٔ خودرو می‌باشد. بنابراین، ابتدا با استفاده از معادلهٔ سرعت – زمان، مدت زمان t_2 را می‌یابیم. اگر مطابق شکل زیر نمودار سرعت – زمان خودرو را رسم کنیم، داریم:



$$v = at + v_0 \xrightarrow[a=-2\frac{m}{s^2},v=0]{v_0=72\frac{km}{h}=20\frac{m}{s}} 0 = -2\times t_2 + 20 \Rightarrow t_2 = 10s$$

از طرف دیگر با توجه به نمودار سرعت – زمان و با توجه به این‌که کل جابه‌جایی خودرو برابر 150m است و این جابه‌جایی برابر مساحت زیر نمودار سرعت – زمان می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$S_1 + S_2 = 150 \Rightarrow (20\times t_1) + \frac{20\times t_2}{2} = 150$$

$$\xrightarrow{t_2=10s} 20t_1 + \frac{20\times 10}{2} = 150 \Rightarrow 20t_1 = 50 \Rightarrow t_1 = 2/5s$$

بنابراین نسبت $\frac{t_1}{t_2}$ برابر است با:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{2/5}{10} = \frac{1}{4}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۱)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

۱۱۹- **گزینهٔ «۴»** *(عباس اصغری)*

به کمک سطح محصور بین نمودار شتاب – زمان و محور زمان که برابر Δv است، می‌توان سرعت متحرک را در لحظه‌های مختلف محاسبه نمود و سپس نمودار $v-t$ آن را رسم و مدت زمانی که متحرک در جهت منفی محور xها حرکت نموده است را به دست آورد. بنابراین با توجه به این‌که $v_۰=-۵\frac{m}{s}$ است، داریم: $\Delta v_۱=۲\times۵=۱۰\frac{m}{s}, \Delta v_۲=-۲\times۱۰=-۲۰\frac{m}{s}$

$\Delta v_۱$ تغییر سرعت در بازهٔ زمانی صفر تا ۵s و $\Delta v_۲$ تغییر سرعت در بازهٔ زمانی ۱۵s تا ۲۵s است. $v_{۵s}=v_{۰s}+\Delta v_۱ \Rightarrow v_{۵s}=-۵+۱۰=۵\frac{m}{s}$

$$v_{۱۵s}=v_{۵s}=۵\frac{m}{s} \quad , \quad v_{۲۵s}=v_{۱۵s}+\Delta v_۲$$

$$v_{۲۵s}=۵+(-۲۰)=-۱۵\frac{m}{s}$$

اکنون نمودار سرعت – زمان متحرک را رسم می‌کنیم. می‌دانیم در لحظاتی که علامت سرعت متحرک منفی است، متحرک در خلاف جهت محور حرکت کرده است. بنابراین لازم است لحظه‌های $t_۱$ و $t_۲$ را پیدا کنیم. با استفاده از تشابه مثلث‌های ۱ و ۲ داریم: $\frac{۵}{۵}=\frac{t_۱}{۵-t_۱} \Rightarrow t_۱=۲/۵s$

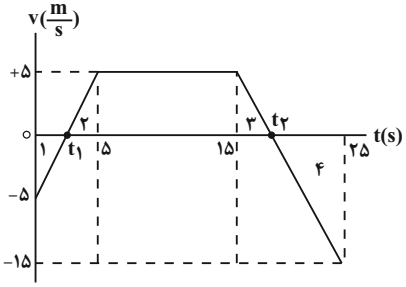
با استفاده از تشابه مثلث‌های ۳ و ۴ داریم:

$$\frac{۵}{۱۵}=\frac{t_۲-۱۵}{۲۵-t_۲} \Rightarrow \frac{۱}{۳}=\frac{t_۲-۱۵}{۲۵-t_۲} \Rightarrow ۳t_۲-۴۵=۲۵-t_۲$$

$$\Rightarrow ۴t_۲=۷۰ \Rightarrow t_۲=۱۷/۵s$$

می‌بینیم متحرک در بازهٔ زمانی ۲/۵s تا ۱۷/۵s در جهت محور جابه‌جا شده است. بنابراین کل زمانی که متحرک در جهت محور حرکت کرده است برابر است با:

$$\Delta t=۱۷/۵-۲/۵=۱۵s$$



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۰- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین مبوّزی)*

روش اول: ابتدا با استفاده از معادلهٔ مستقل از شتاب، سرعت اولیه را می‌یابیم:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{v_۴+v_۰}{۲} \xrightarrow[\Delta t=۴-۰=۴s]{\Delta x=۰-۱۶=-۱۶m, v_۴=۰} \frac{-۱۶}{۴}=\frac{۰+v_۰}{۲}$$

$$\Rightarrow v_۰=-۸\frac{m}{s}$$

اکنون شتاب متحرک را پیدا می‌کنیم:

$$v=at+v_۰ \Rightarrow ۰=a\times۴+(-۸) \Rightarrow a=۲\frac{m}{s^۲}$$

بنابراین معادلهٔ سرعت – زمان متحرک برابر است با:

$$v=at+v_۰ \Rightarrow v=۲t-۸$$

روش دوم: معادلهٔ سهمی داده شده برابر است با:

$$x=(t-۴)^۲=t^۲-۸t+۱۶$$

کافی است این معادله را با معادلهٔ مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت، مقایسه کنیم:

$$\left.\begin{matrix} x=t^۲-۸t+۱۶ \\ x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰ \end{matrix}\right\} \Rightarrow a=۲\frac{m}{s^۲} \quad , \quad v_۰=-۸\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v=at+v_۰=۲t-۸$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

شیمی ۲

۱۲۱- گزینهٔ «۱» *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: حدود نیمی از نفتی که از چاه‌های نفت بیرون کشیده می‌شود، به عنوان سوخت در وسایل نقلیه استفاده می‌شود و بخش اعظم نیم دیگر آن برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی به‌کار می‌رود.

گزینهٔ «۲»:

$$H-C\equiv C-H \;,\; H-\underset{H}{\overset{H}{C}}-H \Rightarrow ۵+۴=۹$$

گزینهٔ «۳»: اتم کربن افزون بر تشکیل پیوند اشتراکی یگانه، توانایی تشکیل پیوندهای اشتراکی دوگانه و سه‌گانه را با خود و برخی اتم‌های دیگر دارند.

گزینهٔ «۴»: هیدروکربن‌هایی دارای چند پیوند دوگانه مانند بنزن، در نفت‌خام یافت می‌شوند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

۱۲۲- گزینهٔ «۱» *(علی امینی)*

تنها عبارت دوم درست است.

در فرمول عمومی $C_nH_{۲n}$ نسبت تعداد اتم‌های کربن و هیدروژن ثابت بوده و لذا درصد جرمی اجزای آن ثابت است.

*** باید توجه داشت که فرمول بسته $C_nH_{۲n}$ می‌تواند دارای ایزومرهای ساختاری (آلکن، سیکلوآلکان‌ها) باشد.**

بررسی عبارات به ترتیب:

مورد اول: $\%C=\frac{۱۲n}{۱۴n}\times ۱۰۰\simeq \%۸۵/۷ \;,\; \%H=\frac{۲n}{۱۴n}\times ۱۰۰\simeq \%۱۴/۳$

مورد دوم: تعداد کل جفت الکترون‌های پیوندی : $(n\times\frac{۴}{۲})+(۲n\times\frac{۱}{۲})=۳n$

$$\frac{C-H}{(C-H)+(C-C)}=\frac{۲n}{۳n}=\frac{۲}{۳}$$

مورد سوم: صرفاً در مورد آلکن‌ها درست است، سیکلوآلکان‌ها در واکنش‌های شکستن پیوند دوگانه شرکت نمی‌کنند، چون سیرشده‌اند.

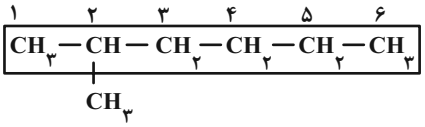
مورد چهارم: مشابه مورد سوم؛ دربارهٔ سیکلوآلکان‌ها درست نیست.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

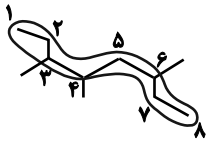
۱۲۳- گزینهٔ «۱» *(علی رفیعی)*

بررسی همهٔ موارد:

الف) درست.

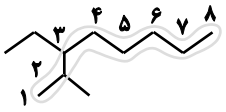


ب) نادرست.



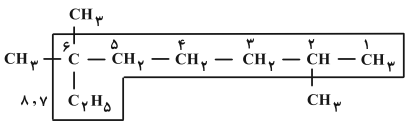
۳، ۴، ۶- تری متیل اوکتان

ج) نادرست.



۳ - اتیل ۲- متیل اوکتان

د) نادرست.



۲، ۶، ۶- تری متیل اوکتان

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۲۴- گزینهٔ «۳» *(علی رفیعی)*

فرمول کلی آلکان‌ها به‌صورت $C_nH_{۲n+۲}$ می‌باشد:

$$\text{پیوندهای اشتراکی یا جفت‌الکترون‌های پیوندی} = \frac{(C\times ۴)+(H\times ۱)}{۲}$$

$$=\frac{(n\times ۴)+(۲n+۲)}{۲}=۳n+۱$$

در نتیجه این آلکان دارای ۹ کربن $(۳n+۱=۲۸\Rightarrow n=۹)$ است.

شمار پیوندهای C-C: ۸ (یکی کمتر از تعداد کربن‌ها)، پیوندهای C-H: ۲۰ (به تعداد Hها) می‌باشد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۱۲۵- گزینهٔ «۱» *(محمد عظیمیان‌زواره)*

$$I)\ C_۲H_۴(g)+H_۲O(l)\xrightarrow{H_۲SO_۴}C_۲H_۵OH(l)$$

$$II)\ C_۲H_۴(g)+Br_۲(l)\longrightarrow C_۲H_۴Br_۲(l)$$

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۲»: مجموع شمار اتم‌ها در C_2H_5OH برابر ۹ و مجموع شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در $C_2H_4Br_2$ برابر ۶ است.

گزینهٔ «۳»: کاتالیزگر به‌کار رفته در واکنش I، سولفوریک‌اسید (H_2SO_4) می‌باشد.

گزینهٔ «۴»: در دمای اتاق، آب و دی برمواتان هر دو به حالت مایع هستند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۱۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا جمشیدی)*

ابتدا فرمول آلکن مورد نظر را پیدا می‌کنیم.

تعداد پیوند در آلکن $= n \Rightarrow 3n = 24$ ۸

$$C_8H_{16} + 12O_2 \rightarrow 8CO_2 + 8H_2O$$

$$56g\,C_8H_{16} \times \frac{1mol\,C_8H_{16}}{112g\,C_8H_{16}} \times \frac{20}{100} \times \frac{8mol\,CO_2}{1mol\,C_8H_{16}}$$

$$\times \frac{25L\,CO_2}{1mol\,CO_2} = 20L\,CO_2$$

راه حل دوم:

$$\frac{56\times 20}{1\times 112\times 100} = \frac{x}{8\times 25} \Rightarrow x = 20\,L\,CO_2$$

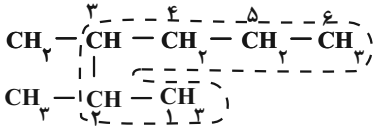
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۲)

۱۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(عامر برزیکر)*

تنها مورد سوم نادرست است.

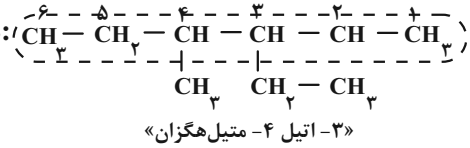
مورد اول و دوم: مطابق شکل‌های مقابل، درست‌اند.

A:



«۳- اتیل ۲- متیل‌هگزان»

B:

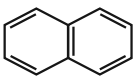


«۳- اتیل ۴- متیل‌هگزان»

مورد سوم: این دو ترکیب، فرمول مولکولی یکسانی (C_9H_{20}) دارند ولی ساختارشان متفاوت است، پس ایزومر یکدیگر می‌باشند و به دلیل ساختار متفاوت ویژگی‌های متفاوت نیز دارند.

مورد چهارم: مجموع عددها در نامگذاری ترکیب B، برابر ۷ است.

در ساختار نفتالن که به‌صورت روبه‌رو است نیز ۵ پیوند دوگانه وجود دارد.



نفتالن

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ و ۴۲)

۱۲۸- **گزینهٔ «۱»** *(مسعود طبرسا)*

عبارت‌های آ، ب و پ درست است. بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ): گاز اتین با فرمول مولکولی C_2H_2 در جوشکاری کاربیدی استفاده می‌شود.

عبارت (ب): چهارمین عضو آلکین‌ها C_5H_8 و چهارمین عضو سیکلوآلکان‌ها C_6H_{12} است.

$$\left.\begin{matrix} \text{جرم مولی } C_5H_8 = 68g.mol^{-1} \\ \text{جرم مولی } C_6H_{12} = 84g.mol^{-1} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \text{اختلاف جرم مولی} = 16g.mol^{-1}$$

عبارت (پ) درست است.

عبارت (ت): در بالاترین قسمت برج تقطیر مواد اولیهٔ پتروشیمی خارج می‌شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۷)

۱۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(سهراب صادقی‌زاده)*

مورد سوم و چهارم نادرست می‌باشد.

بررسی موارد:

مورد اول: فرمول مولکولی نفتالن $C_{10}H_8$ و فرمول مولکولی آلکین گفته شده C_4H_5Cl می‌باشد.

مورد دوم: نام ترکیب داده شده ۶- برمو -۳، ۴-دی‌اتیل- ۵-فلوئورو-۲، ۵، ۷- تری‌متیل نونان است: مجموع اعداد در نامگذاری = ۳۲

با جایگزین کردن گروه‌های $-CH_3$ با هیدروژن، نام ترکیب ۵- برمو ۴- فلوئورو ۲، ۳- دی‌متیل‌هپتان می‌شود: مجموع اعداد در نامگذاری = ۱۴

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

مورد سوم: فرمول مولکولی این هیدروکربن $C_{۳۸}H_{۴۸}$ می‌باشد که جرم مولی آن برابر $۵۰۴ g.mol^{-۱}$ است.

مورد چهارم: در شکل داده شده ۱۶ کربن وجود دارد که طبق فرمول عمومی آلکان‌ها باید $۲\times۱۶+۲=۳۴$ اتم هیدروژن داشته باشد که دو تای آن‌ها جای خود را به F و Br داده‌اند، پس: $C_{۱۶}H_{۳۲}BrF$

(شیمی ۲- ترکیبی؛ صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳ و ۳۷ تا ۴۳)

۱۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(حمید ذبی)*

فقط مورد اول نادرست است. بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: از واکنش هر مول بنزن با ۳ مول گاز هیدروژن، یک مول سیلکوهگزان تهیه می‌شود.

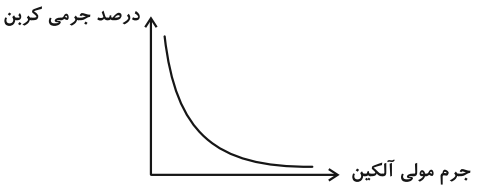
عبارت دوم: فرمول مولکولی هفتمین سیکلوآلکان $C_۹H_{۱۸}$ است و فرمول مولکولی پنجمین عضو آلکن‌ها $C_۶H_{۱۲}$ است. اما در هر دو دسته از این ترکیب‌ها، درصد جرمی کربن ثابت و برابر $۸۵/۷\%$ است.

عبارت سوم:

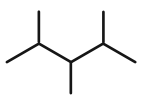
نسبت جرم C به جرم مولی ترکیب $C_nH_{۲n-۲} \rightarrow$

$$=\frac{(۱۲\times n)}{۱۲n+۲n-۲}=\frac{۱۲n}{۱۴n-۲}$$

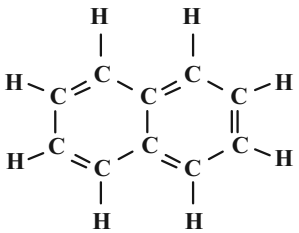
تابع بالا نزولی است پس با کاهش جرم مولی، درصد جرمی کربن افزایش می‌یابد.



عبارت چهارم:



عبارت پنجم:



(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۲)

شیمی ۲- آشنا

۱۳۱- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب آبی)*

بازیافت اگر قرار باشد رخ دهد باید قبل از خوردگی و فرسایش باشد. بعد از آن فقط می‌تواند به سنگ معدن تبدیل شود. چون سرعت بهره‌برداری از منابع فلزی از سرعت تجدید این منابع بیش‌تر است، تجدیدناپذیر به حساب می‌آیند. با وجود بیش‌تر بودن غلظت منابع اقیانوس هنوز به‌طور عمده از این منابع بهره‌برداری نمی‌شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۱۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب آبی)*

تنها مورد چهارم درست است.

بررسی سایر موارد:

مورد اول: نادرست. چون مدل گلوله – میله مربوط به مولکول بوتان است.

مورد دوم: نادرست. چون مولکول (۱) بوتان ($C_۴H_{۱۰}$) با جرم مولی $۵۸ g.mol^{-۱}$ است و مولکول (۴) اتیلن ($C_۲H_۴$) با جرم مولی $۲۸ g.mol^{-۱}$ است، پس تفاوت جرم مولی آن‌ها برابر با $۳۰ g.mol^{-۱}$ خواهد بود.

مورد سوم: نادرست. شکل (۳) مدل گلوله – میله اتین است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۱۳۳- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی)*

فقط مورد «ب» نادرست است.

بررسی موارد:

آ: تنها تفاوت فرمول ساختاری و ساختار لوویس در این است که در فرمول ساختاری جفت الکترون‌های غیر پیوندی نشان داده نمی‌شوند. از آن جایی که در هیدروکربن‌ها جفت الکترون غیر پیوندی نمی‌تواند وجود داشته باشد. پس در این ترکیبات فرمول ساختاری و ساختار لوویس یکسان هستند.

ب: در فرمول پیوند – خط، اتم‌های هیدروژن همانند اتم‌های کربن، نمایش داده نمی‌شوند.

پ: در مدل فضا پرکن مرتبه پیوند مشخص نمی‌شود.

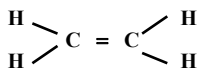
ت: صحیح است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۱ تا ۳۴)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

۱۳۴- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

$H-C\equiv C-H$



a : اتین (C_2H_2) b : اتن (C_2H_4)

$H-C\equiv N:$

$\ddot{O}=C=\ddot{O}$

d : کربن دی‌اکسید (CO_2) هیدروژن (HCN)

C : سیانید

آ: درست. تعداد پیوندهای کووالانسی:

$a\to 5 \quad b\to 6 \quad c\to 4 \quad d\to 4 \quad b>a>c=d$

ب: درست. تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی:

$a\to 0 \quad b\to 0 \quad c\to 1 \quad d\to 4 \quad d>c>b=a$

پ: نادرست. تعداد اتم‌های موجود در مولکول:

$a\to 4 \quad b\to 6 \quad c\to 3 \quad d\to 3 \quad b>a>d=c$

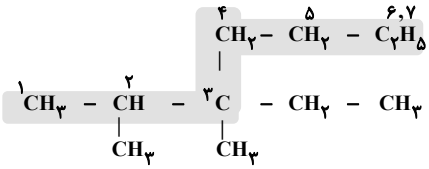
ت: نادرست. تعداد اتم‌هایی که به آرایش هشتایی پایدار رسیده‌اند:

$c\to 2 \quad d\to 3 \quad a\to 2 \quad b\to 2 \quad d>c=b=a$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۲، ۴۰ و ۴۲)

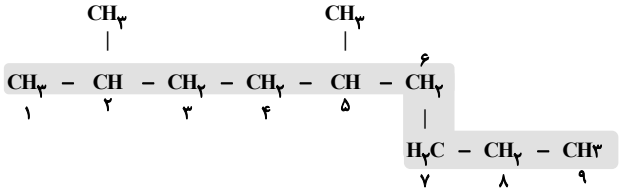
۱۳۵- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

آ:

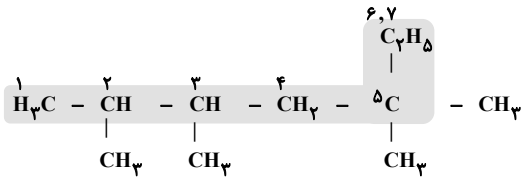


۳- اتیل – ۲، ۳- دی‌متیل هپتان

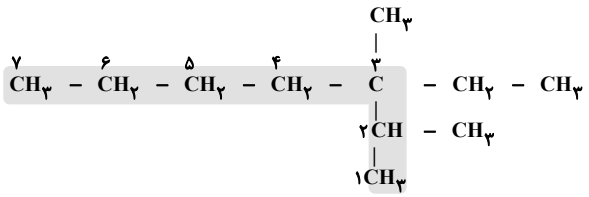
ب: ۲، ۵ – دی‌متیل نونان



پ: ۲، ۳، ۵، ۵ – تترامتیل هپتان



ت: ۳- اتیل – ۲، ۳- دی‌متیل هپتان



همانطور که مشاهده می‌کنید، موارد (آ) و (ت) نشان‌دهنده یک آلکان مشخص هستند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب آبی)*

$$۲۰/۱۶LCO_2=۱۲/۸gC_nH_{2n+2}\times\frac{۱molC_nH_{2n+2}}{(14n+2)gC_nH_{2n+2}}$$

$$\times\frac{nmolCO_2}{۱molC_nH_{2n+2}}\times\frac{۲۲/۴LCO_2}{۱molCO_2}\Rightarrow n=۹$$

بررسی موارد:

مورد اول: با توجه به شکل داده شده آلکان با ۹ کربن در دما و فشار اتاق مایع است.

مورد دوم: سنگین‌ترین آلکان گازی‌شکل در دمای اتاق (با توجه به شکل) بوتان (C_4H_{10}) است.

$$\text{تفاوت جرم مولی}=C_9H_{20}\text{ جرم مولی}-C_4H_{10}\text{ جرم مولی}$$

$$=۱۲۸-۵۸=۷۰g.mol^{-1}$$

مورد سوم: گریس $(C_{18}H_{38})$ و وازلین $(C_{25}H_{52})$، کربن بیشتری نسبت به C_9H_{20} دارند و گران‌روی آن‌ها از C_9H_{20} بیشتر است.

مورد چهارم: سوخت هواپیما به‌طور عمده از نفت سفید که مخلوطی از آلکان‌هایی با ده تا پانزده اتم کربن است، تهیه می‌شود.

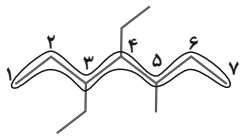
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۵، ۳۶، ۴۴ و ۴۷)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

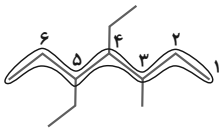
۱۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی)*

زنجیر اصلی در این هیدروکربن را می‌توان از دو طرف شماره‌گذاری کرد:

۳، ۴ – دی‌اتیل – ۵- متیل هپتان :حالت اول



۴، ۵ – دی‌اتیل – ۳ – متیل هپتان :حالت دوم



در هر دو حالت یک شاخه اتیل در وسط زنجیره قرار گرفته و دارای شماره ۴ است؛ اما تفاوت حالت اول و دوم در این است که در حالت اول؛ یک شاخه اتیل دارای شماره ۳ و متیل دارای شماره ۵ است و در حالت دوم این موضوع برعکس است. یعنی متیل دارای شماره ۳ و اتیل دارای شماره ۵ می‌باشد.

$\text{اتیل} \rightarrow \text{Ethyl} \rightarrow \text{E}$

$\text{متیل} \rightarrow \text{Methyl} \rightarrow \text{M}$

از آن‌جایی که اتیل (E) بر متیل (M) تقدم دارد، پس در اینجا باید به اتیل شمارهٔ کمتری اطلاق شود؛ یعنی حالت اول صحیح است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱۳۸- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

موارد «آ» و «ب» درست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

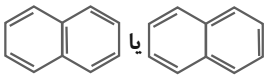
پ) در کشور ما سالانه میلیون‌ها تن موادشیمیایی مانند آمونیاک، پلی‌اتن و سولفوریک اسید تولید می‌شود.

ت) در واکنش $C_2H_4\,(g)$ و $Br_2\,(l)$، تغییر رنگ نشانهٔ تغییر شیمیایی و انجام واکنش شیمیایی است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۱۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

عبارت «آ» نادرست است، ساختار پیوند - خط نفتالن به‌صورت زیر است:

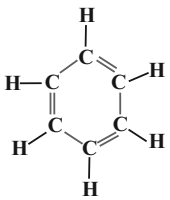


ب) درست است:

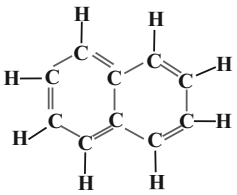
$$\left.\begin{aligned} C_6H_6 &= (12\times6+6) = 78\,g.mol^{-1} \\ C_{10}H_8 &= (12\times10+8) = 128\,g.mol^{-1} \end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف جرم مولی}: 128-78 = 50\,g.mol^{-1}$$

پ) درست است.



۱۵ جفت الکترون پیوندی



۲۴جفت الکترون پیوندی

ت) درست است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحهٔ ۴۳)

۱۴۰- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی)*

گزینهٔ «۱»: درست. از آن‌جایی که NO_2, SO_2 نیز جزء فراورده‌های سوختن هستند، پس علاوه بر عنصرهای کربن و هیدروژن، عناصر S,N نیز در زغال‌سنگ وجود دارند.

گزینهٔ «۲»: نادرست. زیرا مقدار کربن دی‌اکسید به ازای هر کیلوژول انرژی تولید شده برای بنزین و زغال‌سنگ به ترتیب برابر ۰/۰۶۵ و ۰/۱۰۴ گرم است.

گزینهٔ «۳»: نادرست. از آن‌جایی که طبق برآوردها طول عمر ذخایر زغال‌سنگ به ۵۰۰ سال می‌رسد، پس می‌تواند جایگزینی مناسب برای بنزین باشد.

گزینهٔ «۴»: نادرست. به ازای تولید ۱kJ گرما:

$$\frac{\text{مقدار } CO_2 \text{ حاصل از سوختن زغال‌سنگ}}{\text{مقدار } CO_2 \text{ حاصل از سوختن بنزین}} = \frac{0/104}{0/065} = 1/6$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحهٔ ۴۶)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

شیمی ۱

۱۴۱- **گزینهٔ «۳»** *(کامران جعفری)*

عنصر X $_{24}Cr$ و Y عنصر $_{10}Ne$ است:

$_{24}Cr: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^5\ 4s^1$

$_{10}Ne: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6$

اختلاف عدد اتمی دو عنصر برابر با ۱۴ است.

$_{24}Cr$ عنصر گروه ۶ و $_{10}Ne$ عنصر گروه ۱۸ می‌باشد که ۱۲ واحد اختلاف دارند.

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۴۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیرعلی بیات)*

بررسی برخی از گزینه‌ها:

۱) بور به کمک مدل اتمی خود طیف نشری خطی گونه‌های هیدروژن مانند و تک الکترونی را توجه کرد مثل H و Li^{+} و ...

۳) الکترون مطابق مدل کوآنتومی انرژی را به صورت پیمانه‌ای جذب یا نشر می‌کند درست مثل بالا رفتن از پله نه سطح شیبدار.

۴) هر چه فاصله بین لایه‌ها در انتقالات الکترونی (بازگشت به لایهٔ پایین‌تر) بیشتر باشد انرژی موج آزاد شده بیشتر و طول موج آن کمتر خواهد بود.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۴۳- **گزینهٔ «۴»** *(حسین ناصری‌ثانی)*

موارد اول و سوم درست است.

آرایش الکترونی اتم‌های M و X به‌صورت زیر است:

$_{21}M: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2$ ، $_{16}X: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$

بررسی همهٔ موارد:

«مورد اول»: باتوجه به آرایش الکترونی M، اتم این عنصر یک الکترون در زیرلایهٔ $3d\ (l=2)$ دارد.

«مورد دوم»: عنصر X در دورهٔ ۳ و گروه ۱۶ جدول دوره‌ای جای دارد.

«مورد سوم»: گاز نجیب دورهٔ بعد عنصر X گاز کریپتون $(_{36}Kr)$ است و تفاوت عدد اتمی دو عنصر X و Kr برابر ۲۰ است.

«مورد چهارم»: با توجه به این‌که یون پایدار فسفر به‌صورت P^{3-} است، بنابراین فرمول ترکیب یونی حاصل از دو عنصر M و P به‌صورت MP خواهد بود.

«مورد پنجم»: با توجه به آرایش الکترونی اتم M، این عنصر جزو عنصرهای دستهٔ d است و در دورهٔ ۴ قرار دارد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

۱۴۴- **گزینهٔ «۳»** *(سیدرضا رضوی)*

موارد الف، پ و ت درست هستند.

ابتدا با توجه به داده‌های سؤال عدد اتمی عنصر X را تعیین می‌کنیم:

$$\left.\begin{matrix} n+p=75 \\ n-e=5 \\ p=e-2 \end{matrix}\right\} p=34 \Rightarrow \text{عدد اتمی}=34$$

$$\Rightarrow {}_{34}X: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^4$$

بررسی همهٔ موارد:

مورد الف) در این عنصر ۱۰ الکترون با $l=2$ دیده می‌شود $(3d^{10})$ و در عنصر فلوئور $(_9F)$، ۵ الکترون با $l=1$ $(2p^5)$ می‌بینیم.

مورد ب) این عنصر دارای ۶ الکترون ظرفیت است $(4s^2, 4p^4)$ و عنصر فسفر دارای ۵ الکترون ظرفیت $(3s^2, 3p^3)$ است.

مورد پ) آخرین زیرلایه در آرایش الکترونی $_{34}X$، $4p^4$ است.

$$n+\ell=4+1=5$$

مورد ت) عنصر $_{34}X$ و $_{20}Ca$ هر دو در دوره ۴ جدول دوره‌ای و عنصری با عدد اتمی ۱۶ همانند $_{34}X$ در گروه ۱۶ جدول دوره‌ای قرار دارد.

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۴۵- **گزینهٔ «۲»** *(بهنام قازانچایی)*

$$_{30}Zn: [_{18}Ar]\underbrace{3d^{10}\ 4s^2}_{b=12} \Rightarrow a=3 \Rightarrow \text{۳ لایه به‌طور کامل پر شده است.}$$

$$_{15}P: [_{10}Ne]\underbrace{3s^2 3p^3}_{d=5} \Rightarrow c=2 \Rightarrow \text{۲ لایه به‌طور کامل پر شده است.}$$

$$\Rightarrow \text{عدد اتمی}=\frac{(5\times12)+(10\times5)}{(5\times2)+(4\times3)}=\frac{110}{22}=5 \Rightarrow {}_5B: 1s^2 2s^2 2p^1$$

$$n+l=2+1=3 \Leftarrow \text{آخرین زیرلایه}$$

مفهوم پر شدن و اشغال شدن لایه‌های الکترونی در آرایش الکترونی اتم‌ها متفاوت است به عنوان مثال در اتم $_{30}Zn$، ۴ لایه از الکترون اشغال شده است ولی فقط ۳ لایه به‌طور کامل از الکترون پر شده است.

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

۱۴۶- **گزینهٔ «۴»** *(متین قنبری)*

موارد (آ) و (ب) و (پ) درست است.

$A \rightarrow_{29} Cu \quad B \rightarrow_{25} Mn \quad C \rightarrow_{24} Cr \quad D \rightarrow_{8} O \quad E \rightarrow_{1} H$

بررسی موارد:

آ) امروزه، به کمک روش‌های طیف‌سنجی پیشرفته، آرایش الکترونی اتم عنصرهایی مانند کروم $(_{24}Cr)$ و مس $(_{29}Cu)$ را که از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کنند، تعیین می‌کنند.

ب) شمار عنصرهای دسته‌های جدول دوره‌ای:

$$28 \leftarrow f \quad ,40 \leftarrow d, \quad 36 \leftarrow p, \quad 14 \leftarrow s$$

حاوی عنصر E حاوی عنصر D

در نتیجه داریم: $14 + 36 = 50$

پ) $_{24}Cr : [Ar]3d^5 4s^1 \Rightarrow \overbrace{5(3+2)}^{3d^5} + \overbrace{1(4+0)}^{4s^1} = 25 + 4 = 29$

$_{29}Cu \Rightarrow Z = 29$

ت) آخرین الکترون اتم عنصر $_{25}Mn$، به زیرلایهٔ $3d$ وارد می‌شود.

توجه کنید، آرایش الکترونی اتم عنصر $_{25}Mn$، به زیرلایهٔ $4s$ ختم می‌شود.

$_{25}Mn : 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^5\ 4s^2$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۴۷- **گزینهٔ «۳»** *(ماهان زواری)*

در بین عنصرهای داده شده، آرایش الکترونی $_{53}I$ و $_{32}Ge$ نادرست ولی گروه و دورهٔ $_{24}Cr$، $_{29}Cu$ و $_{53}I$ درست نوشته شده است:

تناوب چهارم- گروه ۱۴ $\rightarrow$ $_{32}Ge : [_{18}Ar]\ 3d^{10}\ 4s^2\ 4p^2$

تناوب پنجم- گروه ۱۷ $\rightarrow$ $_{53}I : [_{36}Kr]\ 4s^{10}\ 5s^2\ 5p^5$

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۴۸- **گزینهٔ «۲»** *(جواد سوری‌لکی)*

موارد سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی همهٔ موارد:

مورد اول: هر ترکیب یونی که تنها از دو عنصر ساخته شده باشد، ترکیب یونی دوتایی نامیده می‌شود.

مورد دوم: نسبت تعداد کاتیون به تعداد آنیون در سدیم اکسید (Na_2O) برابر ۲ و در کلسیم کلرید $(CaCl_2)$ برابر $\frac{1}{2}$ است که حاصل تقسیم آن، برابر ۴ می‌شود.

مورد سوم: درست است چون اندازهٔ بار مثبت و منفی در ترکیب‌های یونی برابر است و در مجموع ترکیب خنثی است.

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۴۹- **گزینهٔ «۳»** *(سیدرحیم هاشمی دهکردی)*

همهٔ عناصر گازی‌شکل گروه ۱۸ (گازهای نجیب) در لایهٔ ظرفیت خود هشت الکترونی نیستند. در بین آن‌ها هلیم در لایهٔ ظرفیت خود دو الکترون دارد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹)

۱۵۰- **گزینهٔ «۳»** *(مسعود جعفری)*

فقط عبارت چهارم درست است.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

عبارت اول: عناصر D و G به ترتیب معادل کربن و گوگرد هستند. ترکیب حاصل از آن‌ها، CS_2 ساختار لوییس $\ddot{G} = D = \ddot{G}$ است.

عبارت دوم: D کربن است و ساده‌ترین ترکیب حاصل از آن با هیدروژن، متان (CH_4) با ۵ اتم است.

عبارت سوم: عنصر E همان فلوئور است که در دما و فشار اتاق به صورت مولکول‌های دو اتمی است.

عبارت چهارم: E فلوئور است و مولکول حاصل از آن در دما وفشار اتاق به‌صورت مولکول‌های دواتمی F_2 دیده می‌شود. ساختار لوویس این مولکول به‌صورت زیر است:

$$:\ddot{F}-\ddot{F}: \Rightarrow \frac{n.e}{p.e} = \frac{6}{1} = 6$$

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

شیمی ۳

۱۵۱- **گزینهٔ «۱»** *(عبدالرضا دادخواه)*

تنها عبارت (ب) نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ): مخلوط آب و روغن ناپایدار بوده و در همدیگر حل نمی‌شوند.

عبارت (ب): در کلوییدها ذرات سازنده، توده‌های مولکولی با اندازهٔ متفاوت است.

عبارت (پ): مخلوط آب، روغن و صابون یک کلوییـد است از این رو مرز مشخص میان اجزایش نخواهد داشت.

عبارت (ت): صابون دارای دو بخش قطبی و ناقطبی بوده که به ترتیب با مولکول‌های آب و مولکول‌های چربی جاذبه برقرار می‌سازد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱۵۲- **گزینهٔ «۴»** *(حسین ناصری‌ثانی)*

مطالب «آ»، «پ» و «ت» درست است. بررسی مطالب:

«آ»: این شکل نشان‌دهندهٔ یک «پاک‌کنندهٔ غیرصابونی» است و این نوع پاک‌کننده‌ها از مواد پتروشیمیایی طی واکنش‌های پیچیده در صنعت تولید می‌شوند.

«ب»: صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی براساس برهم کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند اما پاک‌کننده‌های خورنده، افزون بر این برهم‌کنش‌ها، با آلاینده‌ها واکنش هم می‌دهند.

«پ»: پاک‌کننده‌های غیرصابونی، قدرت پاک‌کنندگی بیشتری نسبت به صابون دارند و در آب‌های سخت نیز خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند، زیرا با یون‌های موجود در این آب‌ها رسوب نمی‌دهند.

«ت»: قسمت آروماتیکی جزو بخش ناقطبی این پاک‌کننده است و بخش قطبی آن دارای گروه سولفونات است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۵۳- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین طیبی)*

در صورت سوال دربارهٔ صابون مایعی گفته شده است که کاتیون تک اتمی دارد یعنی جزء کاتیونی آن K^+ است و همچنین گفته شده است که در ساختار آن دو پیوند دوگانه یافت می‌شود؛ می‌دانیم که در صورت سیرشده بودن گروه R مولکول‌های صابون حداقل یک پیوند دوگانه در قسمت $(-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O^-)$ خواهند داشت. پس می‌توانیم نتیجه‌گیری کنیم که صابون مطرح شده دارای یک پیوند دوگانه $C=C$ در زنجیرهٔ هیدروکربنی خود است.

فرمول عمومی صابون مطرح شده:

$$\underbrace{\underbrace{C_nH_{2n-1}}_{\text{بخش ناقطبی}}\underbrace{COO^-}_{\text{بخش قطبی}}}_{\text{قسمت آنیونی}}\quad \underbrace{K^+}_{\text{قسمت کاتیونی}}$$

اختلاف جرم مولی بخش‌های قطبی و ناقطبی

$$=(12n+2n-1)-(12+2(16))=14n-45$$

$$\Rightarrow 14n-45=109\Rightarrow 14n=154\Rightarrow n=11$$

فرمول شیمیایی صابون $C_{11}H_{21}COOK$

واکنش صابون با آب سخت:

$$\overbrace{2C_{11}H_{21}COOK(aq)}^{\text{صابون}}+Ca^{2+}(aq)$$

$$\rightarrow \overbrace{(C_{11}H_{21}COO)_2Ca(s)}^{\text{رسوب سفیدرنگ}}+2K^+(aq)$$

$$?\,mol\ \text{رسوب سفیدرنگ}=708g\ \text{صابون}\times\frac{1mol\ \text{صابون}}{236g\ \text{صابون}}$$

$$\text{رسوب سفیدرنگ}\ 0/9mol=\times\frac{60}{100}\times\frac{1mol\ \text{رسوب}}{2mol\ \text{صابون}}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۹)

۱۵۴- **گزینهٔ «۲»** *(عامر برزیکر)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: الکل‌ها در آب، انحلال کاملاً مولکولی دارند لذا در آب یون H^+ یا OH^- آزاد نمی‌کنند پس نه خاصیت بازی دارند نه اسیدی!

گزینهٔ «۲»: پتاسیم هیدروکسید جامد پس از ورود به آب، یون OH^- آزاد می‌کند و گاز هیدروژن کلرید نیز پس از حل شدن یون H^+ آزاد می‌کند.

گزینهٔ «۳»: در نظریهٔ آرنیوس، فقط آب به عنوان حلال مطرح شده است.

گزینهٔ «۴»: مطابق نظریهٔ آرنیوس، ماده‌ای که خاصیت بازی دارد، با حل شدن در آب یون هیدروکسید تولید می‌کند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۱۵۵- **گزینهٔ «۴»** *(علی کریمی)*

همهٔ موارد صحیح‌اند.

مخلوط آب و روغن و صابون کلوئید تشکیل می‌دهد که ناهمگن ولی پایدارند.

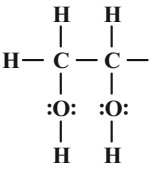
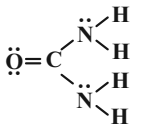
شیر جزء کلوئیدها ولی شربت معده و شربت خاکشیر از سوسپانسیون‌ها هستند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱۵۶- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین طیبی)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»:

اتیلن‌گلیکول:  اوره: 

$$mg\,CO(NH_2)_2 \times \frac{1mol\,CO(NH_2)_2}{60g\,CO(NH_2)_2} : \text{? مول جفت } e^- \text{ ناپیوندی}$$

$$\text{جفت } e^- \text{ناپیوندی} = \frac{m}{15}mol \times \frac{4mol\ \text{جفت } e^- \text{ناپیوندی}}{1mol\,CO(NH_2)_2}$$

$$mg\,C_2H_6O_2 \times \frac{1mol\,C_2H_6O_2}{62g\,C_2H_6O_2} : \text{? مول جفت } e^- \text{ ناپیوندی}$$

$$\text{جفت } e^- \text{ناپیوندی} = \frac{m}{15/5}mol \times \frac{4mol\ \text{جفت } e^- \text{ناپیوندی}}{1mol\,C_2H_6O_2}$$

در نمونهٔ اوره، شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی بیشتری یافت می‌شود.

گزینهٔ «۲»: در شرایط یکسان میزان پخش نور در سوسپانسیون از محلول بیشتر است.

گزینهٔ «۴»: هرچه میزان نمک‌های فسفات درون شوینده صابونی بیشتر باشد، بیشتر با یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} موجود در آب سخت واکنش می‌دهند و جلوی کاهش قدرت پاک‌کنندگی صابون را می‌گیرند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۴ تا ۱۳)

۱۵۷- **گزینهٔ «۲»** *(ماهان زواری)*

با توجه به مطالب حاشیهٔ صفحهٔ ۱۳ کتاب درسی، موارد (پ) و (ت) نقش اسید معده را به درستی بیان کرده‌اند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحهٔ ۱۳)

۱۵۸- **گزینهٔ «۲»** *(جهان شاهی‌بیگباغی)*

ابتدا مول یون کلسیم ظرف را حساب می‌کنیم؛

$$\overbrace{15\times 0/02}^{\text{تعداد ذره}} = 0/3mol$$

سپس مول روغن زیتون را حساب می‌کنیم؛

$$\text{روغن زیتون } 0/25mol \times \frac{1mol\ \text{روغن زیتون}}{884g\ \text{روغن زیتون}} \times \text{روغن زیتون } 221g$$

پس با توجه به واکنش‌های زیر داریم؛

$$\text{الکل } 1mol + \text{صابون } 3mol \rightarrow \text{باز } 3mol + \text{روغن زیتون } 1mol$$

$$\text{صابون } 0/75mol \times \frac{3mol\ \text{صابون}}{1mol\ \text{روغن زیتون}} \times \text{روغن زیتون } 0/25mol$$

$$\text{نمک محلول } 2mol + \text{رسوب } 1mol + \text{صابون } 2mol \leftarrow 1mol\,Ca^{2+}$$

اکنون حساب می‌کنیم که چه مقدار از صابون تولیدی با یون Ca^{2+} واکنش می‌دهد؛

$$0/3mol\,Ca^{2+} \times \frac{2mol\ \text{صابون}}{1mol\,Ca^{2+}} = 0/6mol\ \text{صابون}$$

$$\text{مول صابون شرکت کرده در واکنش} = 0/6mol$$

به عبارتی از ۰/۷۵ مول صابون تولیدی ۰/۶ مول آن خاصیت شویندگی خود را از دست می‌دهند و ۰/۱۵ مول خاصیت شویندگی و چربی‌زدایی را خواهند داشت. به عبارتی؛

$$\text{٪ صابون که در چربی‌زدایی شرکت کرده} = \frac{۰/۱۵}{۰/۷۵} \times ۱۰۰ = ٪۲۰$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵، ۶ و ۹)

۱۵۹- **گزینهٔ «۳»** *(مسعود جعفری)*

به‌جز عبارت‌های سوم و چهارم سایر عبارت‌ها درست هستند. ساختار داده شده مربوط به یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی با فرمول $C_{۱۲}H_{۲۵}C_۶H_۴SO_۳^-Na^+$ می‌باشد.

بررسی عبارت‌ها؛

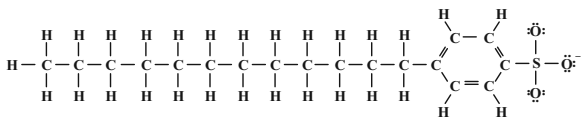
عبارت «اول»؛ یون فسفات صابون‌های فسفات‌دار با یون‌های $Mg^{۲+}$ و $Ca^{۲+}$ آب‌های سخت واکنش داده و مانع تشکیل رسوب صابون و افت قدرت پاک‌کنندگی آن می‌شود. از طرفی پاک‌کننده غیرصابونی، در آب‌های سخت هم می‌تواند قدرت پاک‌کنندگی خود را حفظ کند.

عبارت «دوم»؛ $-C_۶H_۴-$ با جرم مولی ۸۰ گرم بر مول است. از طرفی این پاک‌کننده دارای ۱۸ اتم کربن در ساختار خود است.

$$\frac{\text{جرم اتم‌های کربن}}{\text{جرم بخش } -C_۶H_۴-} = \frac{۱۸ \times ۱۲}{۷۶} \simeq ۲/۸۴$$

عبارت «سوم»؛ پاک‌کننده‌های غیرصابونی از مواد پتروشیمیایی طی واکنش‌های پیچیده در صنعت تولید می‌شوند.

عبارت «چهارم»؛ ساختار لوویس این آنیون به‌صورت زیر است؛



با توجه به آن، ۵۴ پیوند کووالانسی (جفت‌الکترون پیوندی) و ۹ جفت الکترون ناپیوندی داریم لذا نسبت خواسته شده، برابر $\frac{۱}{۶}$ است. دقت کنید برای به‌دست آوردن شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی می‌توانید از فرمول زیر نیز استفاده کنید؛

$$\text{جفت الکترون پیوندی} = \frac{\text{۴C} + \text{۲S} + \text{۲O} + \text{H} + \text{بار الکتریکی یون}}{۲}$$

عبارت پنجم؛ با توجه به حلقهٔ بنزنی ساختار پاک‌کنندگی غیرصابونی، می‌توان گفت که جرم بخش ناقطبی آن به اندازهٔ این حلقه از صابون مورد نظر بیشتر است در نتیجه جاذبهٔ آن با مولکول‌های چربی قوی‌تر و خاصیت پاک‌کنندگی آن بیشتر خواهد بود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۶۰- **گزینهٔ «۳»** *(ماهان زواری)*

بررسی هر یک از موارد می‌پردازیم؛

مورد اول؛ نادرست؛ در یون هیدرونیوم $(H_۳O^+)$، بار یون برابر ۱ و شمار اتم‌ها برابر ۴ است که نسبت اولی به دومی برابر $\frac{۱}{۴}$ می‌باشد.

مورد دوم؛ نادرست؛ عدد اتمی اکسیژن و هیدروژن به ترتیب برابر ۸ و ۱ است. بنابراین یون $H_۳O^+$ در مجموع دارای ۱۱ پروتون و ۱۰ الکترون است.

مورد سوم؛ نادرست؛ اتم‌های هیدروژن به آرایش گاز نجیب هلیم $(_۲He)$ رسیده‌اند که یک آرایش هشت‌تایی نیست.

مورد چهارم؛ درست

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

دفترچه سؤال

آزمون هوش و استعداد

(دورهٔ دوم)

۱۹ مرداد

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

مسئول آزمون	حمید لنجان‌زاده اصفهانی
ویراستار	فاطمه راسخ
مدیر گروه مستندسازی	محیا اصغری
مسئول درس مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه
طراحان	سپهر حسن‌خان‌پور، حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، نیلوفر امینی، آرین توسل، نازنین صدقی، محمّدرضا اسفندیار
حروف‌چینی و صفحه‌آرایی	معصومه روحانیان
ناظر چاپ	حمید عباسی

برای مشاهدهٔ پاسخ‌ها، به صفحهٔ شخصی خود در سایت کانون مراجعه کنید.

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

استعدادتحلیلی

۲۵۱- گزینهٔ «۳» *(سپهر حسن‌خان‌پور)*

غم‌خانه: خانهٔ غم

تیره‌بخت: دارای بخت تیره / نوکیسه: دارای کیسهٔ نو / بلندقامت: دارای قامت بلند

(هوش کلامی)

۲۵۲- گزینهٔ «۱» *(سپهر حسن‌خان‌پور)*

همهٔ واژه‌های صورت سؤال و گزینهٔ پاسخ از ساختار «بن مضارع + ان» تشکیل شده است:

دو + ان / گری+ ان / خند + ان / پریش + ان

(هوش کلامی)

۲۵۳- گزینهٔ «۲» *(نیلوفر امینی)*

متن به طور کلّی در مخالفت با این اندیشه است که اگر عاقل باشیم، هیجان نخواهیم داشت.

(هوش کلامی)

۲۵۴- گزینهٔ «۴» *(نیلوفر امینی)*

متن خشونت را صرفاً ابزار می‌داند و به همین دلیل بیان می‌کند که نمی‌توان آن را ماهیت چیزی دانست. دیگر گزینه‌ها از متن برنمی‌آید.

(هوش کلامی)

۲۵۵- گزینهٔ «۳» *(نیلوفر امینی)*

متن در انکار لزوم برقراری رابطه بین رفتارهای جانوری و رفتارهای انسانی، و یا حدّاقل در بیان بی‌فایده بودن آن است. برای مثال، از ازدحام جمعیت انسانی که منجر به خشونت می‌شود سخن می‌گوید و می‌گوید برای فهم این موضوع، نیازی به آزمایش موش‌ها نیست، مناطق پست و کثیف شهر این موضوع را نشان می‌دهد.

(هوش کلامی)

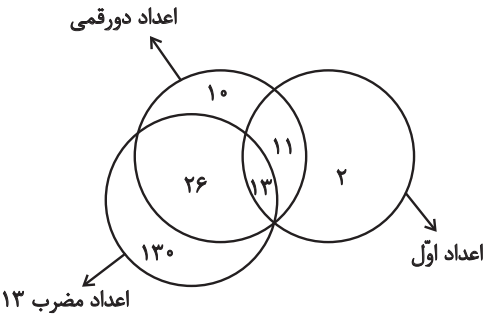
۲۵۶- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

یوزپلنگ‌ها کفتار نیستند، یعنی همهٔ یوزپلنگ‌ها در دستهٔ غیرکفتارها می‌گنجند.

(هوش کلامی)

۲۵۷- گزینهٔ «۱» *(حمید اصفهانی)*

خود عدد سیزده، عددی دورقمی، اوّل و مضرب سیزده است. بنابراین سه دسته باید در یک نقطه اشتراک داشته باشند. همچنین نه همهٔ اعداد دورقمی اوّلند و نه همهٔ اعداد اوّل دورقمی و نه همهٔ اعداد مضرب سیزده دورقمی‌اند و نه همهٔ دورقمی‌ها مضرب سیزده. در نهایت، نه همهٔ اعداد مضرب سیزده عدد اوّلند و نه همهٔ اعداد اوّل، مضرب سیزده. امّا نکته‌ای که هست، این‌که هیچ عدد مضرب سیزده عدد اوّل نیست مگر این که دورقمی باشد. مثالی از جدول پرشدهٔ پاسخ:



(هوش کلامی)

۲۵۸- گزینهٔ «۲» *(محمّدرضا اسفندیار)*

ساعت در هر ۱۲ ساعت، یعنی $۱۲\times۶۰=۷۲۰$ دقیقه، ۳۶ دقیقه عقب می‌ماند، یعنی برای طی کردن ۱۲ ساعت $۷۲۰+۳۶=۷۵۶$ دقیقه زمان لازم است.

حال در یک تناسب ساده معلوم می‌شود برای طی سه ساعت و نیم در ساعت ما، یعنی $۳/۵\times۶۰=۲۱۰$ دقیقه، ۲۲۰/۵ دقیقه زمان لازم است:

$$\begin{array}{c|c}۷۲۰ & ۲۱۰\\ ۷۵۶ & ?\end{array}\Rightarrow ?=\frac{۲۱۰\times۷۵۶}{۷۲۰}=۲۲۰/۵$$

(هوش ریاضی)

۲۵۹- گزینهٔ «۴» *(آرین توسل)*

عقربهٔ ساعت‌شمار ۳۶۰ درجه را در ۱۲ ساعت طی می‌کند. پس در هر دقیقه $\frac{۳۶۰}{۱۲\times۶۰}=\frac{۱}{۲}$ درجه حرکت می‌کند. عقربهٔ دقیقه‌شمار در هر دقیقه $\frac{۳۶۰}{۶۰}=۶$ درجه حرکت می‌کند. در ساعت ۶، عقربهٔ ساعت‌شمار روی ساعت ۶ و عقربهٔ دقیقه‌شمار روی ساعت ۱۲ است، یعنی ۱۸۰ درجه اختلاف بین دو عقربه. حال اگر n دقیقه پس از ساعت ۶ این دو عقربه روی هم منطبق شوند، باید معادلهٔ زیر درست باشد:

$$۱۸۰+\frac{n}{۲}=۶n\Rightarrow n=\frac{۳۶۰}{۱۱}=۳۲\frac{۸}{۱۱}$$ دقیقه

(هوش ریاضی)

۲۶۰- گزینهٔ «۱» *(آرین توسل)*

در سال ۱۳۹۵، علی ۱۰ ساله و مسعود ۱۵ ساله است. بر اساس دادهٔ «ج»، سعید در این سال ۲۰ سال دارد: $\frac{۱۰+۱۵+?}{۳}=۱۵\Rightarrow ?=۲۰$

پس سعید متولد $۱۳۹۵-۲۰=۱۳۷۵$ است، زمانی که مادر خانواده ۲۹ ساله بوده است. پس ۲۹ سال بعد سنّ مادر خانواده دو برابر سنّ سعید خواهد بود:

$$۲۹+x=۲x\Rightarrow x=۲۹$$

که این یعنی سالِ $۱۳۷۵+۲۹=۱۴۰۴$.

(هوش ریاضی)

۲۶۱- گزینهٔ «۲» *(فاطمه راسخ)*

در ماه‌های سی روزه، آن روزهای هفته که به روزهای اول و دوم ماه مربوطند، پنج بار و دیگر روزهای هفته چهار بار وجود دارند:

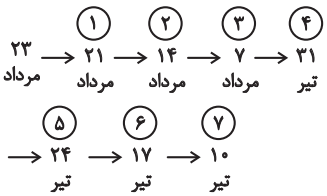
$$\begin{array}{r|l} ۳۰ & ۷ \\ \hline -۲۸ & ۴ \\ \hline ۲ & \end{array}$$

عدد روزهای هر روز هفته نیز در ماه، یکی در میان زوج و فرد است، چرا که «هفت» خود عددی فرد است. اگر پنج روز هفته در ماه مهر در تاریخ‌هایی به عددهای زوج است، روزهای دوم، نهم، شانزدهم، بیست‌وسوم و سی‌اُم ماه است. این روزها در این سؤال، یکشنبه است. پس دوشنبه و جمعه چهار بار و شنبه نیز پنج بار در ماه وجود دارد.

(هوش ریاضی)

۲۶۲- گزینهٔ «۲» *(نازنین صدیقی)*

اوّلین شنبهٔ قبلی، ۲۱ مرداد است. از ان، شش تا هفت روز عقب می‌رویم:



پس هفت تا شنبهٔ قبلی، ۱۰ تیر است. شش روز بعد از آن، ۱۶ تیر است. بنابراین روز تولد شخص مدّنظر ما، ۱۶ تیر است. تا ۱۵ تیر سال آینده، او هنوز تولد چهارده سالگی خود را جشن نگرفته است، پس باید جمع شمع‌های یک تا سیزده سالگی او را حساب کنیم:

$$۱+۲+۳+\ldots+۱۲+۱۳=\frac{۱۴\times۱۳}{۲}=۹۱$$

(هوش ریاضی)

۲۶۳- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

الف) روزی که دو روز قبلش، جمعهٔ هفتهٔ بعد است: یکشنبهٔ دو هفتهٔ بعد

فردای روزی که دو روز قبلش، جمعهٔ هفتهٔ بعد است: دوشنبهٔ دو هفتهٔ بعد

هفت روز پیش از فردای روزی که دو روز قبلش، جمعهٔ هفتهٔ بعد است: دوشنبهٔ هفتهٔ بعد

ب) روزی که دیروزش سه‌شنبهٔ هفتهٔ قبل بود: چهارشنبهٔ هفتهٔ قبل

فردای روزی که دیروزش سه‌شنبهٔ هفتهٔ قبل بود: پنج‌شنبهٔ هفتهٔ قبل

دوشنبهٔ هفتهٔ بعد، دقیقاً یازده روز پس از پنج‌شنبهٔ هفتهٔ قبل است.

(هوش ریاضی)

۲۶۴- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

نیما و مینا هیچ کدام فرزند نخست نیستند. امین نیز از مبینا کوچکتر است، پس فقط مبیناست که ممکن است در جایگاه نخست قرار گیرد.

امین در جایگاه چهارم نیست، چرا که از نیما بزرگتر است. مینا نیز در جایگاه چهارم نیست. پس نیماست که چهارمین فرزند خانواده است.

امین و مینا، در جایگاه‌های دوم و سوم هستند ولی جایگاه دقیق آنها معلوم نیست.

(هوش ریاضی)

۲۶۵- گزینهٔ «۱» *(کتاب استعدادتحلیلی هوش کلامی)*

پاسخ‌های افراد حاضر در کلاس با هم متفاوت است؛ اما حقیقت یکی است، پس حتماً فقط و فقط یک نفر درست می‌گوید که آن یک نفر نمی‌تواند نفر پنجم باشد، زیرا اگر هیچ‌یک از افراد ورزش نکرده باشند، یعنی هر پنج نفر دروغ گفته و کسی ورزش نکرده است.

اگر نفر اوّل راست گفته باشد و چهار نفر ورزش کرده باشند، خودش هم که راستگوست ورزش کرده است، یعنی $۳=۱-۴$ نفر دیگر هم باید ورزش کرده و راست گفته باشند، امّا این با حرف سه نفر دیگر در تناقض است، پس نفر اوّل دروغ گفته و ورزش نکرده است. به همین ترتیب ثابت می‌شود افراد دوم و سوم هم دروغ گفته‌اند و ورزش نکرده‌اند. فرد چهارم راست گفته است، خودش تنها شخصی بوده است که ورزش کرده است.

(هوش ریاضی)

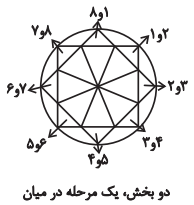
۲۶۶- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

تصویر در آینه وارون جانبی و در آب، معکوس است. در دیگر گزینه‌ها جایگاه پاها و یا جایگاه شاخک‌ها عوض شده است.

(هوش غیرکلامی)

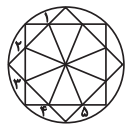
۲۶۷- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

سه الگو در صورت سؤال هست:



دو بخش، یک مرحله در میان

یک، دو، سه و چهار مرحله ساعتگرد



یک مرحله پادساعتگرد

(هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

در انتقال از چپ به راست در هر ردیف از الگوی صورت سؤال، طرح سقف ثابت می‌ماند. طرح شکل وسط به پایه می‌رسد و طرح قسمت کمان‌دار، به طرح شکل وسط می‌رسد.

(هوش غیرکلامی)

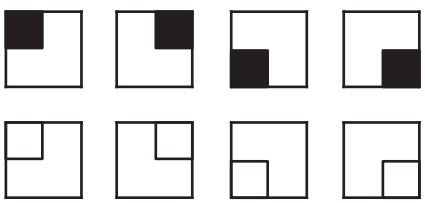
۲۶۹- گزینهٔ «۴» *(حمید اصفهانی)*

قسمت‌های مشترک ستون‌های چپ و راست در هر ردیف از الگوی صورت سؤال، با ۱۸۰ درجه دوران، در ستون وسط آن ردیف رسم شده است.

(هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

هشت شکل ۲×۲ در هر ردیف در هر ستون از الگوی صورت سؤال دقیقاً یک بار تکرار می‌شود.



(هوش غیرکلامی)