تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۰۵/۰۵

پاسخنامه آزمون دفترچه شماره (۳) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۱۳۵	مدت پاسخگویی: ۱۶۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

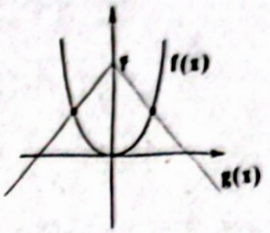
ردیف		مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	ریاضیات	حسابان (۱)	۱۰	۱	۱۰	۷۰ دقیقه
		ریاضی (۱)	۱۰	۱۱	۲۰	
		هندسه (۲)	۵	۲۱	۲۵	
		هندسه (۱)	۵	۲۶	۳۰	
		آمار و احتمال	۵	۳۱	۳۵	
		حسابان (۲)	۱۰	۳۶	۴۵	
		هندسه (۳)	۱۰	۴۶	۵۵	
۲	فیزیک	فیزیک (۲)	۱۵	۵۶	۷۰	۵۰ دقیقه
		فیزیک (۱)	۱۵	۷۱	۸۵	
		فیزیک (۳)	۱۰	۸۶	۹۵	
۳	شیمی	شیمی (۲)	۱۵	۹۶	۱۱۰	۴۰ دقیقه
		شیمی (۱)	۱۵	۱۱۱	۱۲۵	

@master_Azmon مرجع پخش آزمون های آزمایشی

ریاضیات

۱ ۳

$$x^2+|x|-4=0 \Rightarrow x^2=4-|x|$$



$$\begin{cases} f(x)=x^2 \\ g(x)=4-|x| \end{cases}$$

بنابراین دارای دو ریشهٔ حقیقی است.

۲ ۱ نکته: فاصله دو خط موازی $ax+by+c_1=0$ و $ax+by+c_2=0$ از رابطهٔ $\frac{|c_1-c_2|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ به دست می‌آید.

ابتدا معادلهٔ خط d_2 را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$d_2: 24y=9-10x \Rightarrow 10x+24y-9=0 \Rightarrow 5x+12y-\frac{9}{2}=0$$

بنابراین دو خط d_1 و d_2 با یک‌دیگر موازی‌اند و فاصلهٔ این دو خط موازی برابر قطر دایره است.

$$\text{قطر دایره}=\frac{|2-(-\frac{9}{2})|}{\sqrt{5^2+12^2}}=\frac{\frac{13}{2}}{13}=\frac{1}{2} \Rightarrow \text{شعاع}=\frac{1}{4}$$

$$S=\pi r^2=\pi\times(\frac{1}{4})^2=\frac{\pi}{16}$$

۳ ۱ فرض می‌کنیم که $a=\sqrt[3]{14+\sqrt{x}}$ و $b=\sqrt[3]{14-\sqrt{x}}$ باشد:

$$a+b=4, a^3+b^3=28$$

$$(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b) \Rightarrow 64=28+3ab(4)$$

$$ab=\frac{64-28}{12}=3 \Rightarrow \sqrt[3]{(14+\sqrt{x})(14-\sqrt{x})}=3$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۳}} 196-x=27 \Rightarrow x=169 \Rightarrow (\frac{x}{169}+2)^2=9$$

۴ ۳

$$5, x, 10 \Rightarrow x^2=50 \Rightarrow x=\pm 5\sqrt{2}$$

چون دنباله افزایشی است $x=5\sqrt{2}$ قابل قبول است. بنابراین قدرنسبت دنباله برابر $\sqrt{2}$ است.

$$S_{10}=\frac{a_1(q^{10}-1)}{q-1} \Rightarrow S_{10}=\frac{5((\sqrt{2})^{10}-1)}{\sqrt{2}-1}=155(\sqrt{2}+1)$$

۵ ۳

$$\begin{cases} S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=7 \\ P=\alpha\beta=\frac{c}{a}=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha'=\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} \alpha+\beta+2\sqrt{\alpha\beta}=\alpha'^2 \\ \Rightarrow 7+2=\alpha'^2 \Rightarrow \begin{cases} \alpha'=3 \text{ ق ق} \\ \alpha'=-3 \text{ غ ق ق} \end{cases} \\ \beta'=\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta} \Rightarrow \beta'=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} \Rightarrow \beta'=\frac{7}{1}=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S'=\alpha'+\beta'=3+7=10 \\ P'=\alpha'.\beta'=3\times 7=21 \end{cases} \Rightarrow x^2-S'x+P'=0 \Rightarrow x^2-10x+21=$$

۶ ۴ فاصله نقطه $A(2,1)$ از خط $2x-y+3=0$ برابر است با طول ضلع مربع:

$$d=\frac{|2(2)-1+3|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{6}{\sqrt{5}} \Rightarrow S=d^2=\frac{36}{5}$$

۷ ۱

$$A=\sqrt{(2)^2+(\sqrt{3})^2+4\sqrt{3}}+\sqrt{(2)^2+(\sqrt{3})^2-4\sqrt{3}}$$

$$=\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}+\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$$

$$\Rightarrow A=|2+\sqrt{3}|+|2-\sqrt{3}|=2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=4$$

۸ ۲

$$\frac{S_6}{S_5}=\frac{\frac{6}{2}(2a_1+5d)}{\frac{5}{2}(2a_1+4d)}=\frac{36}{25} \Rightarrow \frac{2a_1+5d}{2a_1+4d}=\frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow 10a_1+25d=12a_1+24d \Rightarrow d=2a_1$$

$$\Rightarrow \frac{a_6}{a_5}=\frac{a_1+5d}{a_1+4d} \xrightarrow{d=2a_1} \frac{11a_1}{9a_1}=\frac{11}{9}$$

۹ ۴ ریشهٔ معادله را در خود معادله صدق می‌دهیم:

$$(3)^3-(3)^2-(3)-m=0 \Rightarrow m=27-9-3=15$$

حال برای محاسبهٔ ریشه‌های دیگر، عبارت را بر $x-3$ تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r|l} x^3-x^2-x-15 & x-3 \\ \hline -x^3+3x^2 & x^2+2x+5 \\ \hline 2x^2-x-15 & \\ -2x^2+6x & \\ \hline 5x-15 & \\ -5x+15 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

برای یافتن ریشه‌های دیگر، معادله $x^2+2x+5=0$ را حل می‌کنیم که این معادله به دلیل دلتای منفی، ریشهٔ حقیقی ندارد.

۱۰ ۲ با فرض $x^2+x=u$ معادلهٔ $f(x)=0$ را حل می‌کنیم:

$$x^2+x=u \Rightarrow u^2-18u+72=0 \Rightarrow (u-6)(u-12)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u=6 \Rightarrow x^2+x=6 \Rightarrow x^2+x-6=0 \Rightarrow x_1+x_2=-1 \\ u=12 \Rightarrow x^2+x=12 \Rightarrow x^2+x-12=0 \Rightarrow x_3+x_4=-1 \end{cases}$$

پس مجموع ریشه‌ها ۲- است. ضمناً توجه داشته باشید که دو معادله فوق ریشه مشترک ندارند.

۱۱ ۲

$$-\frac{1}{n}<-\frac{1}{3}\leq\frac{n-1}{n} \xrightarrow[\times n]{n>0} \underbrace{-1<-\frac{n}{3}}_{(1)}\leq\underbrace{n-1}_{(2)}$$

$$(1) \Rightarrow -\frac{n}{3}>-1 \xrightarrow{\times(-3)} n<3$$

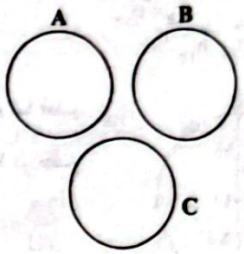
$$(2) \Rightarrow n+\frac{n}{3}\geq 1 \Rightarrow \frac{4}{3}n\geq 1 \xrightarrow{\times\frac{3}{4}} n\geq\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}\leq n<3$$

@master_Azmon مرجع پخش آزمون های آزمایشی

۱۲ **۱** بین هر دو عدد گویا (یا گنگ) متمایز، نامتناهی عدد گویا و نامتناهی عدد گنگ وجود دارد.

۱۳ **۲** سه مجموعهٔ A، B و C دوبه‌دو مجزا هستند، زیرا:



$$\begin{cases} A \text{ و } B \text{ مجزا} \Rightarrow A\cap B=\varnothing \\ B-C=B \Rightarrow B\cap C=\varnothing \\ A\cap C=\varnothing \end{cases} \Rightarrow$$

در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} n(A\cup B)=n(A)+n(B)=18 \\ n(B\cup C)=n(B)+n(C)=18\times\frac{2}{3}=12 \xrightarrow{+} \\ n(A\cup C)=n(A)+n(C)=18\times\frac{4}{9}=8 \end{cases}$$

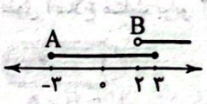
$$2n(A)+2n(B)+2n(C)=18+12+8$$

$$\Rightarrow 2(n(A)+n(B)+n(C))=38 \Rightarrow \underbrace{n(A)+n(B)}_{18}+n(C)=19$$

$$\Rightarrow n(C)=1 \begin{cases} n(A)+n(C)=8 \rightarrow n(A)=7 \\ n(B)+n(C)=12 \rightarrow n(B)=11 \end{cases}$$

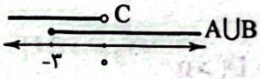
پس اختلاف تعداد اعضای B و C برابر با $10=1-11$ می‌باشد.

۱۴ **۱**



$$A=\{x\in\mathbb{R}\mid -3\le x\le 3\}$$
$$B=\{x\in\mathbb{R}\mid x>2\}$$

$A\cup B$ شامل تمام اعضای A و اعضای B است، لذا:

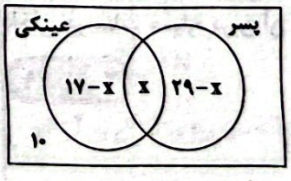


$$A\cup B=[-3,+\infty)$$
$$C=\{x\in\mathbb{R}\mid x<0\}=(-\infty,0)$$

$(A\cup B)\cap C$ شامل تمام اعضای مشترک C و $A\cup B$ است، بنابراین:

$$(A\cup B)\cap C=[-3,0)$$

۱۵ **۲** روش اول: اگر x تعداد پسرهای عینکی باشد، آن‌گاه:



$$10+17-x+x+29-x=50 \Rightarrow 56-x=50 \Rightarrow x=6$$

$$n(S)=50$$

روش دوم:

$$\text{عینکی}=A \Rightarrow n(A)=17$$

$$\text{پسر}=B \Rightarrow n(B)=29$$

$$n(A'\cap B')=n((A\cup B)')=n(S)-n(A\cup B)$$

$$\Rightarrow 10=50-n(A\cup B)$$

$$\Rightarrow n(A\cup B)=40 \Rightarrow n(A)+n(B)-n(A\cap B)=40$$

$$\Rightarrow 17+29-n(A\cap B)=40 \Rightarrow n(A\cap B)=46-40=6$$

۱۶ **۱**

$$t_n=an^2+bn-a \begin{cases} t_2=5 \rightarrow 5=a(2^2)+b(2)-a \\ t_7=-47 \rightarrow -47=a(7^2)+b(7)-a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9a+3b-a=5 \Rightarrow 8a+3b=5 \\ \xrightarrow{\times(-6)} -48a-18b=-30 \quad (1) \\ 49a+7b-a=-47 \Rightarrow 48a+7b=-47 \quad (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1)+(2)} -18b+7b=-30-47 \Rightarrow -11b=-77 \Rightarrow b=7$$

$$\xrightarrow{8a+3b=5} 8a+3(7)=5 \Rightarrow 8a=5-21 \Rightarrow 8a=-16$$

$$\Rightarrow a=-2$$

$$t_1=a+b-a=b=7$$

۱۷ **۱**

$$4x+2,6,x-2,y,\ldots$$

بنا به خاصیت دنباله‌های هندسی داریم:

$$6^2=(4x+2)(x-2) \Rightarrow 36=4x^2-8x+2x-4$$

$$\Rightarrow 4x^2-6x-40=0 \Rightarrow (2x)^2-3(2x)-40=0$$

$$\Rightarrow (2x-8)(2x+5)=0 \Rightarrow \begin{cases} 2x=8 \Rightarrow x=4 \\ 2x=-5 \Rightarrow x=-\frac{5}{2} \text{ (غ ق ق)} \end{cases}$$

به همین ترتیب داریم:

$$(x-2)^2=6y \Rightarrow (4-2)^2=6y \Rightarrow 4=6y \Rightarrow y=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

۱۸ **۲**

شمارهٔ شکل	۱	۲	۳	...	n
کل مربع‌ها	1×2	2×3	3×4	...	$n(n+1)$
رنگی‌ها	۰	$1=1^2$	$4=2^2$	...	$(n-1)^2$

بنابراین در شکل ۱۰اُم داریم:

$$\frac{\text{رنگی}}{\text{کل}}=\frac{(10-1)^2}{10\times11}=\frac{9^2}{110}=\frac{81}{110}$$

۱۹ **۱**

$$\begin{cases} a_1+a_2+a_3+a_4=32 \\ a_5+a_6+a_7+a_8=128 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{a_n=a_1+(n-1)d} \begin{cases} a_1+a_1+d+a_1+2d+a_1+3d=32 \\ a_1+4d+a_1+5d+a_1+6d+a_1+7d=128 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a_1+6d=32 \\ 4a_1+22d=128 \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\text{از هم کم می‌کنیم}]{\text{دو رابطه را}} 4a_1+22d-4a_1-6d=128-32$$

$$\Rightarrow 16d=96 \Rightarrow d=\frac{96}{16}=6 \xrightarrow{4a_1+6d=32} 4a_1+6(6)=32$$

$$\Rightarrow 4a_1=32-36 \Rightarrow a_1=-\frac{4}{4}=-1$$

$$a_{10}=a_1+9d=-1+9(6)=-1+54=53$$

بنابراین داریم:

@master_Azmon مرجع پخش آزمون های آزمایشی

۲۰ (۳)

$a_۲ , a_۵ , a_{۱۰}$ جملات متوالی دنبالهٔ هندسی $\Rightarrow a_۵^۲ = a_۲ a_{۱۰}$

$\xrightarrow{a_n = a_۱ + (n-۱)d} (a_۱ + ۴d)^۲ = (a_۱ + d)(a_۱ + ۹d)$

$\Rightarrow a_۱^۲ + ۸a_۱ d + ۱۶d^۲ = a_۱^۲ + ۱۰a_۱ d + ۹d^۲$

$\Rightarrow ۱۶d^۲ - ۹d^۲ = ۱۰a_۱ d - ۸a_۱ d \Rightarrow ۷d^۲ = ۲a_۱ d$

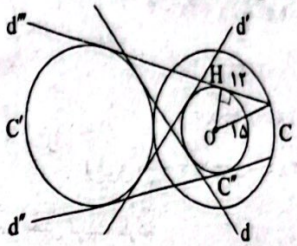
$\xrightarrow[+d]{d \neq ۰} ۷d = ۲a_۱ \Rightarrow a_۱ = \frac{۷}{۲}d \quad (*)$

حال قدرنسبت دنبالهٔ هندسی را می‌یابیم.

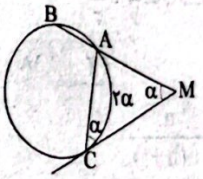
$a_۲$ و $a_۵$ دو جملهٔ متوالی دنبالهٔ هندسی‌اند، پس:

$$r = \frac{a_۵}{a_۲} = \frac{a_۱ + ۴d}{a_۱ + d} \xrightarrow{(*)} r = \frac{\frac{۷}{۲}d + ۴d}{\frac{۷}{۲}d + d} = \frac{\frac{۱۵}{۲}d}{\frac{۹}{۲}d} = \frac{۱۵}{۹} = \frac{۵}{۳}$$

۲۱ (۳) OH در دایرهٔ C طبق قضیهٔ فیثاغورس برابر ۹ است و خط مورد نظر بر دایرهٔ C' و بر دایرهٔ C'' به شعاع $OH = ۹$ مماس است و چون دو دایرهٔ C'' و C' متخارج هستند ۴ مماس مشترک می‌توانند با این شرایط داشته باشند.



۲۲ (۱)



$$\Rightarrow M = \frac{\overset{\frown}{BC} - \overset{\frown}{AC}}{۲} \Rightarrow ۲\alpha = \overset{\frown}{BC} - ۲\alpha$$

$$\Rightarrow \overset{\frown}{BC} = ۴\alpha \Rightarrow \overset{\frown}{BCA} = ۶\alpha$$

از آنجاکه $\frac{۴}{۵}$، $\overset{\frown}{BCA}$ محیط دایره است پس داریم:

$$۶\alpha = \frac{۴}{۵} \times ۳۶۰^\circ \Rightarrow \alpha = ۴۸^\circ$$

۲۳ (۱)

$|R - R'| = ۳ , d = \sqrt{۵}$

$\sqrt{۵} < ۳ \Rightarrow d < |R - R'| \Rightarrow$ دو دایره متداخل هستند

۲۴ (۱) با توجه به این‌که دایره به ۱۵ قسمت مساوی تقسیم شده و هر قسمت برابر $\frac{۳۶۰^\circ}{۱۵} = ۲۴^\circ$ است و داریم:

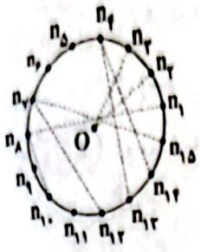
زاویهٔ محاطی: $n_۱ \hat{n}_۸ n_{۱۰} = \frac{\overset{\frown}{n_۱ n_{۱۰}}}{۲} = \frac{۶ \times ۲۴}{۲} = ۷۲^\circ$

زاویهٔ محاطی: $n_{۱۴} \hat{n}_۴ n_{۱۲} = \frac{\overset{\frown}{n_{۱۲} n_{۱۴}}}{۲} = \frac{۲۴}{۲} = ۱۲^\circ$

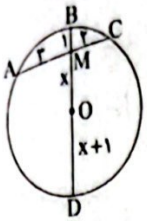
زاویهٔ محاطی: $n_{۱۵} \hat{n}_۷ n_{۱۲} = \frac{\overset{\frown}{n_{۱۲} n_{۱۵}}}{۲} = \frac{۳ \times ۲۴}{۲} = ۳۶^\circ$

زاویهٔ مرکزی: $n_۲ \hat{o} n_۳ = \overset{\frown}{n_۲ n_۳} = ۲۴^\circ$

$$\Rightarrow \text{عبارت حاصل} = \frac{۷۲^\circ - ۱۲^\circ}{۳۶^\circ - ۲۴^\circ} = \frac{۶۰^\circ}{۱۲^\circ} = ۵^\circ$$



۲۵ (۲) BO را امتداد می‌دهیم تا قطر BD به دست آید و MO را برابر x در نظر می‌گیریم. حال داریم:



$MA \times MC = MB \times MD$

$\Rightarrow ۳ \times ۲ = ۱ \times (۲x+۱) \Rightarrow ۲x+۱ = ۶ \Rightarrow x = \frac{۵}{۲}$

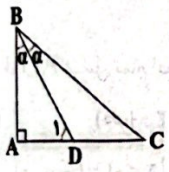
$\Rightarrow R = x+۱ = \frac{۷}{۲} = ۳/۵$

۲۶ (۴) برای این‌که سه پاره‌خط به طول‌های a، b و c ضلع‌های یک مثلث باشند باید مجموع هر دو تای آن‌ها از سومی بزرگ‌تر باشد.

$$\left.\begin{array}{l} ۴x + x + ۸ > ۶x + ۶ \Rightarrow x < ۲ \\ ۴x + ۶x + ۶ > x + ۸ \Rightarrow x > \frac{۲}{۹} \\ x + ۸ + ۶x + ۶ > ۴x \Rightarrow x > \frac{-۱۴}{۳} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{۲}{۹} < x < ۲$$

چون طول اضلاع اعداد طبیعی است پس فقط $x = ۱$ می‌تواند باشد، در نتیجه طول اضلاع مثلث برابر ۹، ۱۲ و ۴ و محیط آن $۲۵ = ۱۲ + ۹ + ۴$ است.

۲۷ (۱)



$$\left.\begin{array}{l} D_۱ + \alpha = ۹۰^\circ \\ C + ۲\alpha = ۹۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow D_۱ + \alpha = C + ۲\alpha$$

$\Rightarrow D_۱ = C + \alpha \Rightarrow D_۱ > \alpha$

در مثلث ABD داریم: $\hat{D}_۱ > \hat{\alpha} \Rightarrow AB > AD$

۲۸ (۳) اگر مثلث، دارای زاویه منفرجه باشد، نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های آن خارج مثلث قرار دارد. نقطهٔ همرسی میانه‌ها و نیمسازهای داخلی هر مثلث همواره درون آن قرار دارد.

۲۹ (۲)

$$\left.\begin{array}{l} B \text{ نیمساز زاویهٔ } BO \Rightarrow D\hat{B}O = C\hat{B}O \\ BC \parallel DE \Rightarrow D\hat{O}B = C\hat{B}O \end{array}\right.$$

$\Rightarrow D\hat{B}O = D\hat{O}B \Rightarrow DO = DB \quad (۱)$

$$\left.\begin{array}{l} C \text{ نیمساز زاویهٔ } CO \Rightarrow E\hat{C}O = B\hat{C}O \\ BC \parallel DE \Rightarrow E\hat{O}C = B\hat{C}O \end{array}\right.$$

$\Rightarrow E\hat{C}O = E\hat{O}C \Rightarrow EO = EC \quad (۲)$

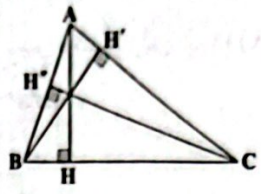
بنابراین داریم:

محیط مثلث $ADE = AD + DO + OE + AE$

$= \underbrace{AD + DB}_{AB} + \underbrace{EC + AE}_{AC} = AB + AC = ۱۶ + ۲۴ = ۴۰$

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

۳۰ (۳)



$\hat{A}>\hat{B}\Rightarrow BC>AC$
$\hat{A}>\hat{C}\Rightarrow BC>AB$ $\Rightarrow$ BC بزرگ‌ترین ضلع است.

$AH\times BC=BH'\times AC\Rightarrow \frac{AH}{BH'}=\frac{AC}{BC}$

$\xrightarrow{AC<BC} AH<BH'$

به طور مشابه $AH<CH''$ و درنتیجه AH کوچک‌ترین ارتفاع مثلث است.
اما در مورد میانهٔ AM نمی‌توان نظر داد و همواره $BC<AB+AC$ است.

۳۱ (۴) می‌دانیم: $x\subseteq A\cap B\Leftrightarrow x\subseteq A\wedge x\subseteq B$

پس گزینهٔ (۴) صحیح است.

۳۲ (۳)

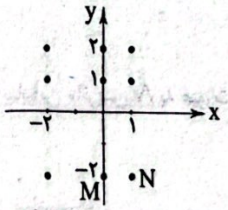
$$\begin{aligned}\text{عبارت}&\equiv((\sim p\vee q)\wedge\sim q)\Rightarrow p\\&\equiv\sim((\sim p\vee q)\wedge\sim q)\vee p\\&\equiv(p\wedge\sim q)\vee q\vee p\\&\equiv(p\wedge\sim q)\vee(p\vee q)\\&\equiv(p\vee(p\vee q))\wedge(\sim q\vee(p\vee q))\\&\equiv(p\vee q)\wedge T\\&\equiv p\vee q\end{aligned}$$

۳۳ (۱)

$A\times B=\{(۰,۱),(۰,۲),(۰,-۲),(۱,۱),(۱,۲),(۱,-۲),(-۲,۱),(-۲,۲),(-۲,-۲)\}$

$|MN|=\sqrt{(x_N-x_M)^۲+(y_N-y_M)^۲}$

$=\sqrt{(۱-۰)^۲+(-۲+۲)^۲}=\sqrt{۱}=۱$



۳۴ (۳)

$۲^{n-۴}=۲^{n-۶}+۴۸\Rightarrow ۲^{n-۴}-۲^{n-۶}=۴۸$

$\Rightarrow ۲^{n-۶}\times ۲^۲-۲^{n-۶}=۴۸\Rightarrow ۲^{n-۶}(۲^۲-۱)=۴۸$

$\Rightarrow ۲^{n-۶}=\frac{۴۸}{۳}=۱۶\Rightarrow ۲^{n-۶}=۲^۴\Rightarrow n=۱۰$

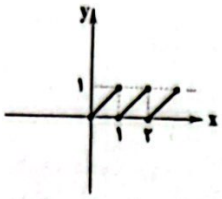
۳۵ (۲) می‌دانیم که:

$\begin{cases}A\cup(A\cap B)=A\\A\cap(A\cup B)=A\end{cases}$ قانون جذب

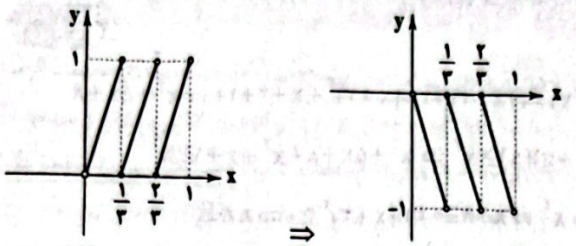
$(A\cap B)\cap(A'\cup B)=A\cap B\,,\ A\cup(A-B)=A$

$X=(A\cap B)\cap A=A\cap B$

۳۶ (۱) نمودار تابع $f(x)=x-[x]$ به صورت زیر است:



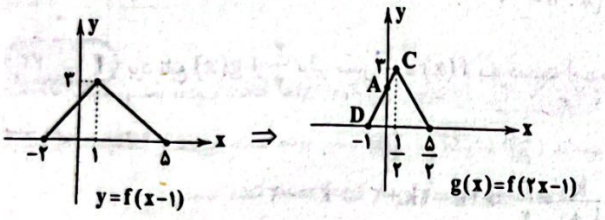
حال اگر نمودار $y=ax-[ax]$ در بازهٔ $(۰,۱)$ سه پاره‌خط داشته باشد و هم‌چنین زیر محور xها باشد باید $a=۳$ باشد. فرایند رسم را ببینید:



پس $a+a^۲$ برابر ۱۲ می‌شود.

۳۷ (۲) مراحل رسم به صورت زیر است:

$f(x)\to f(x-۱)\to f(۲x-۱)$



برای به دست آوردن مختصات نقطهٔ A، باید معادلهٔ DC را بنویسیم و آن را با محور عرض‌ها قطع دهیم.

$DC: y-۰=\frac{۳-۰}{\frac{۱}{۲}+۱}(x+۱)\Rightarrow y=۲x+۲\xrightarrow{x=۰} y=۲$

پس مختصات A به صورت $A(۰,۲)$ خواهد بود.

$|AB|=\sqrt{(۰+۱)^۲+(۲-۰)^۲}=\sqrt{۵}$

۳۸ (۴) طول نقاط تابع $f(\frac{x}{۲})$ دو برابر طول نقاط تابع $f(x)$ است.

اگر نقاط برخورد تابع $y=f(\frac{x}{۲})$ با محور xها را a' و b' و c' در نظر بگیریم:

$\left.\begin{matrix}a'=۲a\\b'=۲b\\c'=۲c\end{matrix}\right\}\Rightarrow a'+b'+c'=۲(a+b+c)=۲\times ۴=۸$

۳۹ (۱)

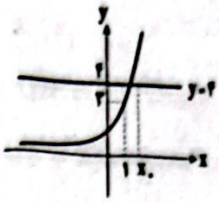
$f(x)=۳^{|\cos x|}\xrightarrow[\text{به سمت چپ}]{\pi\text{ واحد انتقال افقی}}۳^{|\cos(x+\pi)|}=۳^{|\cos x|}$

$\xrightarrow[\text{به پایین}]{۴\text{ واحد انتقال}} y=۳^{|\cos x|}-۴$

$۳^{|\cos x|}-۴=۰\Rightarrow ۳^{|\cos x|}=۴$

@master_Azmon مرجع پخش آزمون های آزمایشی

نمودار دو تابع $g(x)=3^x$ و $h(x)=4$ را ببینید:



ملاحظه می‌کنید که دو تابع در نقطه $x_0>1$ متقاطع‌اند.

$3^{|\cos x|}=4 \Rightarrow |\cos x|=x_0>1 \Rightarrow$ (فاقد جواب حقیقی)

۴۰ (۳)

$g(x)=f(x+2)+1=(x+2)^2+x+2+1+1=x^2+5x+8$

$(f+g)(x)\geq x^2 \Rightarrow x^2+5x+8+x^2+x+1\geq x^2$

$\Rightarrow x^2+6x+9\geq 0 \Rightarrow (x+3)^2\geq 0 \Rightarrow x\in\mathbb{R}$

۴۱ (۱)

$f(3)=2$

$x+1=3 \Rightarrow x=2$

$g(2)=2-3f(3)=2-3\times 2=-4$

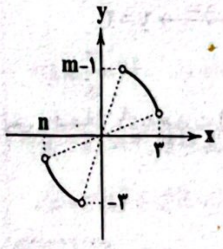
$\Rightarrow (2,-4)\in g \Rightarrow B(2,-4)$

$\begin{cases} a+b=2 \\ a-b=-4 \end{cases} \xrightarrow{+} 2a=-2 \Rightarrow a=-1$

۴۲ (۴) برد تابع $g(x)$ از $\frac{3}{2}$ برابر شدن برد $f(x)$ به دست آمده است پس:

$\frac{k}{k+1}=\frac{3}{2} \Rightarrow 2k=3k+3 \Rightarrow k=-3$

۴۳ (۱) برای رسم تابع $f(x)$، نمودار $f(x)+1$ را یک واحد به سمت پایین منتقل می‌کنیم.



نمودار تابع $-f(-x)$ قرینهٔ تابع $f(x)$ نسبت به مبدأ مختصات است.

بنابراین داریم:

$\begin{cases} m-1=+3 \Rightarrow m=4 \\ n=-3 \end{cases} \Rightarrow m+n=1$

۴۴ (۲) ابتدا ضابطهٔ سهمی مربوط به تابع $y=3f(\frac{x}{2})$ را می‌نویسیم:

$y=a(x+1)(x-3) \xrightarrow{(0,-3)} -3=a(1)(-3) \Rightarrow a=1$

$\Rightarrow y=(x+1)(x-3)=x^2-2x-3$

مختصات رأس سهمی به صورت زیر است:

$\begin{cases} x_S=1 \\ y_S=f(1)=-4 \end{cases}$

از روی مختصات رأس در تابع $y=3f(\frac{x}{2})$ مختصات رأس تابع $y=f(x)$ و سپس مختصات رأس تابع $y=-2f(2-x)+1$ را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$S\begin{vmatrix} 1 \\ -4 \end{vmatrix} \in 3f(\frac{x}{2}) \Rightarrow S'\begin{vmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{-4}{3} \end{vmatrix} \in f(x)$

$\Rightarrow S''\begin{vmatrix} \frac{\frac{1}{2}-2}{-1}=\frac{3}{2} \\ -2(-\frac{4}{3})+1=\frac{11}{3} \end{vmatrix} \in -2f(2-x)+1$

۴۵ (۳) ابتدا نمودار f نسبت به محور xها قرینه شده است و سپس ۶ واحد به بالا انتقال یافته است.

۴۶ (۳) عناصر قطر اصلی دو ماتریس را تشکیل داده و با هم جمع می‌کنیم.

$c_{11}=a_{11}+b_{11}=(1^3-1)+(1^3+1)=2$

$c_{22}=a_{22}+b_{22}=(2^3-2)+(2^3+2)=16$

$c_{33}=a_{33}+b_{33}=(3^3-3)+(3^3+3)=54$

جمع درایه‌های قطر اصلی $=54+16+2=72$

۴۷ (۴) از تساوی دو ماتریس نتیجه می‌گیریم:

$a+b=4\ ,\ ab=3$

$\Rightarrow a^3+b^3=(a+b)^3-3(ab)(a+b)=4^3-3(3)(4)$

$=64-36=28$

۴۸ (۱) یک ماتریس مربعی زمانی قطری است که درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن صفر باشد، پس:

$\begin{cases} 3a-b=0 \Rightarrow b=3a \\ b-2a-2=0 \Rightarrow 3a-2a=2 \Rightarrow a=2 \text{ و } b=6 \end{cases}$

بنابراین ماتریس A به صورت $A=\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ است.

$\Rightarrow$ مجموع درایه‌ها $=9$

۴۹ (۲)

$A=\begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix} a-1 & b \\ 2c & 2d^3 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \begin{cases} -1=a-1 \Rightarrow a=0 \\ b=-4 \\ 1=2c \Rightarrow c=\frac{1}{2} \\ 2d^3=-2 \Rightarrow d=-1 \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{a+d}{b+c}=\frac{0-1}{-4+\frac{1}{2}}=\frac{-1}{-\frac{7}{2}}=\frac{2}{7}$

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

۵۰ (۲) چون A ماتریس اسکالر است پس تمامی درایه‌های روی قطر اصلی با هم برابرند و سایر درایه‌ها صفر هستند. پس در این‌صورت:

$$\begin{cases} x^2-x=0 \Rightarrow x(x^2-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{cases} \\ x^2+x=0 \Rightarrow x(x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \end{cases} \end{cases} \xrightarrow{\cap} x=-1,0$$

$x=-1$ غیرقابل قبول است، چون درایهٔ a_{11} به صورت $\frac{1}{x+1}$ است و به‌ازای $x=-1$ بی‌معنا می‌شود. پس $x=0$ قابل قبول است و ماتریس اسکالر A به صورت زیر است:

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{y}{-2} \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{y}{-2}=1 \Rightarrow y=-2 \Rightarrow A=I$$

۵۱ (۴) چون درایهٔ a_{22} در ستون دوم قرار دارد و هم‌چنین:

$$a_{22}=(2)^2-(2)^2=0$$

پس: $a_{12}\times a_{22}\times a_{32}\times\cdots\times a_{82}=0$

۵۲ (۱)

$$B=[i+2j]_{2\times2}=\begin{bmatrix} 1+2\times1 & 1+2\times2 \\ 2+2\times1 & 2+2\times2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$3C+A-2B=I \Rightarrow 3C+\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 6 & 10 \\ 8 & 12 \end{bmatrix}=I$$

$$\Rightarrow 3C=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} -4 & -11 \\ -8 & -11 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 5 & 11 \\ 8 & 12 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow C=\begin{bmatrix} \frac{5}{3} & \frac{11}{3} \\ \frac{8}{3} & \frac{12}{3} \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه‌ها}=\frac{1}{3}(5+11+8+12)=\frac{36}{3}=12$$

۵۳ (۴)

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow 2\times3\times5\times6=180$$

۵۴ (۳) در این ماتریس درایه‌ها از رابطهٔ $a_{ij}=mi^2-j^3$ محاسبه می‌شوند.

$$a_{22}=3m \Rightarrow m(2)^2-(2)^3=3m \Rightarrow m=8 \Rightarrow a_{ij}=8i^2-j^3$$

$$a_{11}=8-1=7,\ a_{12}=8-8=0,\ a_{21}=32-1=31,\ a_{22}=24$$

$$a_{11}+a_{12}+a_{21}+a_{22}=7+0+31+24=62$$

۵۵ (۳) ماتریس B را تشکیل می‌دهیم:

$$B=\begin{bmatrix} 2\times1+1 & 2\times1+2 & 2\times1+3 \\ 2\times2+1 & 2\times2+2 & 2\times2+3 \\ 2\times3+1 & 2\times3+2 & 2\times3+3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 7 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$2X=-(A+B)=\begin{bmatrix} -4 & -4 & -7 \\ -4 & -6 & -11 \\ -8 & -9 & -10 \end{bmatrix}$$

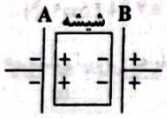
درایه‌های واقع در ستون سوم ماتریس X برابر $\begin{bmatrix} -\frac{7}{2} \\ -\frac{11}{2} \\ -5 \end{bmatrix}$ است.

$$-\frac{7}{2}\times-\frac{11}{2}\times(-5)=-\frac{385}{4}=-96/25$$

البته برای صرفه در زمان می‌توانید فقط ستون سوم را حساب کنید.

فیزیک

۵۶ (۱) چون در ابتدا ورقه‌های الکتروسکوپ، باز هستند الزاماً الکتروسکوپ، باردار است، که بار ورقه‌ها و کلاهک الکتروسکوپ و صفحهٔ B همنام و بار صفحهٔ A با آن‌ها غیرهمنام است که در شکل زیر بار صفحهٔ B را مثبت و بار صفحهٔ A را منفی فرض کرده‌ایم. هنگامی که قطعهٔ شیشه‌ای وارد فضای بین دو صفحهٔ A و B می‌شود، روی آن بار الکتریکی القا می‌شود و قسمتی که طرف صفحهٔ B است، به طور نسبی دارای بار منفی و سمت صفحهٔ A دارای بار مثبت می‌شود که بارهای منفی سمت صفحهٔ B باعث جذب بار بیشتری روی صفحهٔ B می‌شوند، لذا از بار ورقه‌های الکتروسکوپ کاسته می‌شود و زاویه بین آن‌ها کاهش می‌یابد.



۵۷ (۳) نوع نیروی بین کره‌ها ابتدا جاذبه بوده، یعنی بارها ناهمنام بوده‌اند (q_A مثبت، پس q_B منفی بوده است.) و بعد از تماس، نوع نیروی بین کره‌ها دافعه است، پس بار کره‌ها همنام شده است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) چون بار کرهٔ A مثبت است با تماس با کرهٔ B که بار منفی دارد، مقداری از بارش خنثی می‌شود. (✓)

۲) چون کرهٔ B بار منفی و کرهٔ A بار مثبت دارد، پس الکترون‌ها از کرهٔ B به کرهٔ A می‌روند. (✓)

۳) چون پس از تماس کره‌ها، مقداری از بار کره‌ها خنثی می‌شود و بار نهایی کره‌ها عددی کوچک‌تر از حالت اولیه است، بنابراین اندازهٔ نیروی بین آن‌ها ممکن است کاهش یابد. (✗)

۴) طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، مجموع بار کره‌ها همواره مقداری ثابت است. (✓)

۵۸ (۳) ابتدا قانون کولن را در حالت اول می‌نویسیم:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{|q_1|=|q_2|=q} F=k\frac{q^2}{r^2}$$

دوباره قانون کولن را می‌نویسیم ولی این بار برای بارهای جدید:

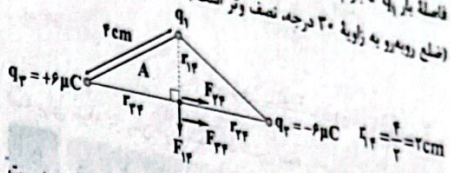
$$F'=k\frac{|q_1'||q_2'|}{r^2} \xrightarrow[|q_2'|=\frac{5}{2}q]{|q_1'|=\frac{1}{2}q} F'=k\frac{\frac{1}{2}q\times\frac{5}{2}q}{r^2}=\frac{5}{4}k\frac{q^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow F'=\frac{5}{4}F=\frac{5}{4}\times96=120N$$

بنابراین: $F'-F=120-96=24N$

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

۵۹ **۱** ابتدا باید فاصلهٔ بارهای q_1، q_2 و q_3 تا بار q_4 را به دست آوریم. فاصلهٔ بار q_1 تا بار q_4 برابر با نصف وتر در مثلث قائم‌الزاویه (A) می‌باشد. (ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰ درجه، نصف وتر است.)



حال در مثلث A با دانستن طول دو ضلع، اندازهٔ طول ضلع دیگر را به دست می‌آوریم:

$$۴^۲ = ۲^۲ + (r_{۴۳})^۲ \Rightarrow r_{۴۳}^۲ = ۱۶ - ۴ = ۱۲$$
$$\Rightarrow r_{۴۳}^۲ = r_{۴۴}^۲ = ۱۲cm$$

بنابراین طبق قانون کولن داریم:

$$F_{۴۳} = F_{۴۴} = k\frac{|q_۳||q_۴|}{r_{۴۳}^۲}$$
$$\Rightarrow F_{۴۳} = F_{۴۴} = \frac{۹\times۱۰^۹ \times ۶\times۱۰^{-۶} \times ۱\times۱۰^{-۶}}{۱۲\times۱۰^{-۴}} = ۴۵N$$

بردارهای $\vec{F}_{۴۳}$ و $\vec{F}_{۴۴}$ هم‌جهت هستند. $\Rightarrow F' = F_{۴۳} + F_{۴۴} = ۴۵ + ۴۵ = ۹۰N$

هم‌چنین نیرویی که بار q_1 به بار q_4 وارد می‌کند، برابر است با:

$$F_{۱۴} = k\frac{|q_۱||q_۴|}{r_{۱۴}^۲} = \frac{۹\times۱۰^۹ \times ۴\times۱۰^{-۶} \times ۱\times۱۰^{-۶}}{۴\times۱۰^{-۴}} = ۹۰N$$

$\vec{F}_{۱۴}$ و $\vec{F}'$ بر هم عمود هستند. $\Rightarrow F_t = \sqrt{F_{۱۴}^۲ + F'^۲} = ۹۰\sqrt{۲}N$

۶۰ **۴** با توجه به رابطهٔ $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_۰}$ داریم:

$$\vec{E} = \frac{۶\vec{i} - ۴\vec{j}}{-۲} \Rightarrow \vec{E} = -۳\vec{i} + ۲\vec{j}\left(\frac{N}{C}\right)$$

۶۱ **۲** اندازهٔ میدان الکتریکی یک ذرهٔ باردار از رابطهٔ $E = \frac{k|q|}{r^۲}$ به دست می‌آید، بنابراین:

$$\frac{E_۲}{E_۱} = \left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲ \xrightarrow[r_۱ = r+۲ \text{ و } r_۲ = r]{E_۱ = ۲۵\frac{N}{C},\ E_۲ = ۴\frac{N}{C}} \frac{۴}{۲۵} = \left(\frac{r}{r+۲}\right)^۲$$

از دو طرف جذر می‌گیریم $\Rightarrow \frac{۲}{۵} = \frac{r}{r+۲} \Rightarrow ۲r + ۴ = ۵r \Rightarrow r = \frac{۴}{۳}cm$

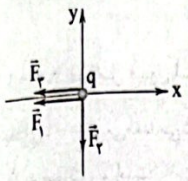
۶۲ **۴** دو صفحه با هم موازی هستند و در فاصلهٔ کم از یک‌دیگر قرار گرفته‌اند، پس هنگامی که دو صفحه با بار برابر و ناهمنام باردار شوند، میدان الکتریکی بین دو صفحه یکنواخت است و شدت میدان در بین دو صفحه (به دور از لبه‌ها) ثابت است.

۶۳ **۳** میلهٔ پلاستیکی مالش داده‌شده با پارچهٔ پشمی دارای بار منفی و میلهٔ شیشه‌ای مالش داده‌شده با پارچهٔ ابریشمی دارای بار مثبت است و می‌دانیم که بارهای غیرهمنام یک‌دیگر را جذب می‌کنند. از طرف دیگر با اندکی دقت متوجه می‌شویم که جهت چرخش میلهٔ شیشه‌ای به دلیل جذب شدن به میلهٔ پلاستیکی به کدام سمت است.

۶۴ **۳** از آن‌جا که جسم خنثی است، تعداد پروتون‌ها و الکترون‌های آن برابر است، بنابراین با توجه به رابطهٔ $q = ne$ داریم:

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e} = \frac{۶۴\times۱۰^{-۶}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} = ۴\times۱۰^{۱۴}$$

۶۵ **۴** ابتدا جهت نیروهای وارد بر بار q را مشخص می‌کنیم:



با توجه به این‌که اندازهٔ بارهای q_1، q_2 و q_3 یکسان است، داریم:

$$|F_۱| = |F_۲| = |F_۳| = k\frac{|q_۱||q|}{r^۲} = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۴\times۳\times۱۰^{-۱۲}}{۹\times۱۰^{-۴}} = ۱۲۰N$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ = -F_۱\vec{i} - F_۳\vec{i} - F_۲\vec{j} \Rightarrow \vec{F}_T = -(F_۱ + F_۳)\vec{i} - F_۲\vec{j}$$
$$\Rightarrow \vec{F}_T = -۲۴۰\vec{i} - ۱۲۰\vec{j}(N)$$

۶۶ **۴** دو بار ناهمنام‌اند و مقدار یکسانی دارند، پس تفاوتی نمی‌کند از کدام بار، $\frac{۱}{۳}$ آن را برداریم.

$$q_۱ = ۶\mu C \Rightarrow q_۱' = ۶ - (\tfrac{۱}{۳}\times۶) = ۴\mu C \Rightarrow q_۲' = -۶ + ۲ = -۴\mu C$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q_۱'||q_۲'|}{|q_۱||q_۲|} \times \left(\frac{r}{r}\right)^۲ \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{۴\times۴}{۶\times۶} \times \left(\frac{r}{\frac{۱}{۳}r}\right)^۲$$

$$= \frac{۱۶}{۳۶}\times۹ = ۴ \Rightarrow F' = ۴F$$

۶۷ **۴** ابتدا نیروی F را محاسبه می‌کنیم:

$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲} \quad (I)$$

حال نیرویی که بارهای $-۳q_1$ و $۱۸q_2$ برهم وارد می‌کنند را محاسبه می‌کنیم:

$$F' = k\frac{|q_۱'||q_۲'|}{r'^۲} = k\frac{|-۳q_۱|\times|۱۸q_۲|}{۹r^۲} = +۵۴\frac{k|q_۱||q_۲|}{۹r^۲}$$

$$= +۶\frac{k|q_۱||q_۲|}{r^۲} \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),\ (II)} \frac{F'}{F} = ۶F$$

دو بار q_1 و q_2 یک‌دیگر را می‌ربایند، پس ناهمنام هستند. در نتیجه دو بار $-۳q_1$ و $۱۸q_2$ همنام هستند و یک‌دیگر را دفع می‌کنند.

۶۸ **۳** از تعریف میدان الکتریکی داریم:

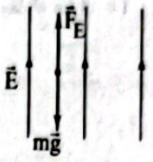
$$E = \frac{F}{|q|} \Rightarrow E = \frac{۱۰/۵\times۱۰^{-۵}}{۳/۵\times۱۰^{-۶}} = ۳۰\frac{N}{C}$$

برای بار q' داریم:

$$F = E|q'| = ۳۰\times۲/۲\times۱۰^{-۶} = ۶۶\times۱۰^{-۶}N$$

@master_Azmon مرجع پخش آزمون های آزمایشی

۶۹ **۴** با توجه به شکل زیر، برای معلق ماندن بار باید نیروی وزن آن خنثی شود نیروی $\vec{F}_E$ که از طرف میدان به ذره وارد می‌شود، mg را خنثی می‌کند

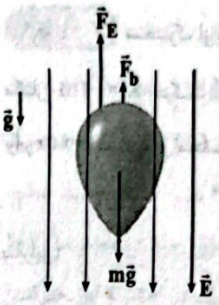


$$F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg \Rightarrow |q| = \frac{mg}{E}$$

$$\Rightarrow |q| = \frac{۰/۰۰۶\times ۱۰}{۴\times ۱۰^{۴}} = ۱/۵\times ۱۰^{-۶} = ۱/۵\mu C$$

چون جهت نیروی وارد بر بار از طرف میدان، هم‌جهت با جهت میدان الکتریکی است، بنابراین بار q مثبت است، بنابراین: $q = +۱/۵\mu C$

۷۰ **۳** چون $q<۰$ است و جهت $\vec{E}$ رو به پایین است، بنابراین جهت نیروی واردشده از طرف میدان الکتریکی به بادکنک در خلاف جهت $\vec{E}$ و در خلاف جهت نیروی وزن $(m\vec{g})$ و در امتداد قائم رو به بالاست. هم‌چنین جهت نیروی شناوری وارد از طرف هوا بر بادکنک $(\vec{F}_b)$ هم رو به بالاست.



بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر بادکنک برابر است با:

$$F_E = |q|E = ۴۰۰\times ۱۰^{-۶}\times ۱۰۰ = ۰/۰۴N$$

بادکنک به صورت معلق قرار گرفته است، بنابراین برایند نیروهای وارد بر بادکنک برابر صفر است:

$$F_E + F_b = mg \Rightarrow ۰/۰۴ + ۰/۳۲ = m\times ۱۰$$

$$\Rightarrow m = ۰/۰۳۶kg = ۳۶g$$

۷۱ **۱** به ترتیب از راست به چپ، بور مدل سیاره‌ای را به عنوان مدل اتمی پیشنهاد کرد و رادرفورد مدل هسته‌ای را ارائه نمود.

۷۲ **۴** تمام عبارت‌های داده‌شده، صحیح هستند.

۷۳ **۲** از نیروی جاذبه و وزن، به دلیل این‌که اثر مهم و تعیین‌کننده‌ای دارند در هیچ‌کدام از پرتاب‌های ذکرشده نمی‌توان صرف‌نظر کرد. در پرتاب توپ بدمینتون، به دلیل وزن کم، وزش باد اثر مهم و تعیین‌کننده‌ای روی آن دارد و نمی‌توان از آن صرف‌نظر کرد. اما از اندازه و شکل توپ می‌توان در هر دو پرتاب صرف‌نظر کرد.

۷۴ **۴** علت حرکت یخ در مسیر AB، نیروی وزن می‌باشد، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نمی‌توانند صحیح باشند.

اگر نیروی اصطکاک نبود، یخ در پایان مسیر (نقطهٔ C) متوقف نمی‌گردید، بنابراین گزینهٔ (۳) هم صحیح نیست.

۷۵ **۴** ابتدا آهنگ خروج آب از شلنگ را برحسب $\frac{cm^۳}{s}$ محاسبه می‌کنیم:

$$۶۰۰۰\frac{L}{min}\times\frac{۱۰۰۰cm^۳}{۱L}\times\frac{۱min}{۶۰s} = ۱۰^۵\frac{cm^۳}{s}$$

حال مساحت سطح حوض را برحسب $cm^۲$ می‌نویسیم:

$$۲۰\times ۲۲m^۲ = ۲۰\times ۲۲m^۲\times\frac{۱۰^۴cm^۲}{۱m^۲} = ۴۴\times ۱۰^۵cm^۲$$

حال با تقسیم آهنگ تغییر حجم بر مساحت، آهنگ تغییر ارتفاع را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{۱۰^۵}{۴۴\times ۱۰^۵} = \frac{۱}{۴۴}\frac{cm}{s}$$

۷۶ **۳** کمیت‌هایی مانند نیرو، سرعت، سرعت متوسط، جابه‌جایی و شتاب، برداری هستند و کمیت‌هایی مانند جرم، طول، زمان، دما و تندی، نرده‌ای هستند.

۷۷ **۴** هر یک از جمله‌های زیر را برحسب میلی‌متر مربع می‌نویسیم:

$$۴cm^۲\times ۱۰^۲ + ۶\times ۱۰^۶\mu m^۲\times(۱۰^{-۳})^۲ + ۸\times ۱۰^{-۳}dm^۲\times(۱۰^۲)^۲$$

$$= ۴۰۰ + ۶ + ۸۰ = ۴۸۶mm^۲$$

۷۸ **۱** برای انجام اندازه‌گیری‌های درست و قابل اطمینان به یکاهای اندازه‌گیری‌ای نیاز داریم که تغییر نکنند و قابل بازتولید باشند.

۷۹ **۴** سال نوری برابر مسافتی است که نور در طی یک سال می‌پیماید، پس:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v\times\Delta t$$

$$\xrightarrow[ly = \text{سال نوری}]{\Delta x = ly} ly = ۳\times ۱۰^۸\times ۳۶۵\times ۲۴\times ۶۰\times ۶۰m$$

$$\Rightarrow ۱ly = ۱ly\times\frac{۳\times ۱۰^۸\times ۳۶۵\times ۲۴\times ۶۰\times ۶۰m}{۱ly}\times\frac{۱AU}{۱/۵\times ۱۰^{۱۱}m}$$

$$= ۶۳۰۷۲AU$$

۸۰ **۳** با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$۴۰cm^۲ = ۴۰cm^۲\times(\frac{۱۰^{-۲}m}{۱cm})^۲\times(\frac{۱pm}{۱۰^{-۱۲}m})^۲$$

$$= ۴۰cm^۲\times\frac{۱۰^{-۴}m^۲}{۱cm^۲}\times\frac{۱pm^۲}{۱۰^{-۲۴}m^۲} = ۴\times ۱۰^{۲۱}pm^۲$$

۸۱ **۳** دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند، بنابراین:

$$\frac{\text{دقت اندازه‌گیری ترازوی A}}{\text{دقت اندازه‌گیری ترازوی B}} = \frac{۰/۰۱}{۰/۰۰۱} = ۱۰$$

۸۲ **۳** رقمی یا مدرج بودن ابزار، تأثیری در دقت اندازه‌گیری آن ندارد.

۸۳ **۲** ابتدا حجم کره را حساب می‌کنیم:

$$V = \frac{۴}{۳}\pi(r^۳_{\text{خارجی}} - r^۳_{\text{داخلی}}) \Rightarrow V = ۴\times(۵۱۲ - ۲۱۶) = ۱۱۸۴cm^۳$$

اکنون با توجه به رابطهٔ محاسبهٔ چگالی برای محاسبهٔ جرم می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۵ = \frac{m}{۱۱۸۴} \Rightarrow m = ۵۹۲۰g = ۵/۹۲kg$$

@master_Azmon مرجع پخش آزمون های آزمایشی

۸۴ **۲** حجم کل استوانه برابر است با:

$$V=\pi R^2 h \xrightarrow{h=2R} V=2\pi R^3$$

حجم حفره برابر است با:

$$V'=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi\times\frac{R^3}{8}=\frac{1}{6}\pi R^3$$

حجم استوانه با حفره برابر است با:

$$V''=V-V'=2\pi R^3-\frac{1}{6}\pi R^3=\frac{17}{6}\pi R^3$$

چگالی استوانه با حفره برابر است با:

$$\rho=\frac{m_{\text{فلز}}}{V}=\frac{\rho_0 V''}{V}=\frac{\frac{17}{6}\pi R^3\rho_0}{2\pi R^3}\Rightarrow\rho=\frac{17}{18}\rho_0$$

۸۵ **۳** ابتدا حجم قسمت توپر را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{\text{توپر}}=V_{\text{ظاهری حفره}}-V=\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r'^3\right)=\frac{2}{3}\pi(r^3-r'^3)$$

$$=\frac{2}{3}\times 3(6^3-3^3)=2\times(216-8)=416\,cm^3$$

از رابطهٔ چگالی داریم:

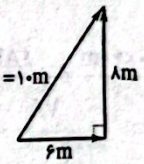
$$m=\rho V=5\times 416=2080\,g$$

۸۶ **۲** ابتدا جابه‌جایی در هر بازهٔ زمانی و سپس جابه‌جایی کل را محاسبه می‌کنیم:

به طرف شرق $\Delta x_1=v_1\Delta t_1=3\times 2=6m$

به طرف شمال $\Delta x_2=v_2\Delta t_2=1\times 8=8m$

$$\Delta x=\sqrt{6^2+8^2}=10m$$



برای محاسبهٔ اختلاف اندازهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط خواهیم داشت:

$$|v_{av}|=\frac{|\Delta x|}{\Delta t}=\frac{10}{8+2}=1\frac{m}{s}$$

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{6+8}{8+2}=1/4\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow s_{av}-|v_{av}|=1/4-1=0/4\frac{m}{s}$$

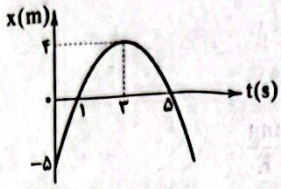
۸۷ **۴** تغییر جهت متحرک هنگامی رخ می‌دهد که سرعت متحرک صفر شده و علامت سرعت عوض شود، در حالی‌که در نمودار صورت سؤال، شیب همواره مثبت است، بنابراین در بازهٔ زمانی داده‌شده متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

۸۸ **۱** می‌دانیم تندی متوسط از رابطهٔ $s_{av}=\frac{l}{\Delta t}$ قابل محاسبه است. برای محاسبهٔ مقدار مسافت طی‌شده (l) در بازهٔ زمانی $t_1=1s$ تا $t_2=5s$ ثانیه، در گام اول با استفاده از رأس سهمی، نمودار مکان ـ زمان متحرک را رسم می‌کنیم:

$$t_{\text{رأس سهمی}}=-\frac{b}{2a}\Rightarrow t_{\text{رأس سهمی}}=\frac{-6}{2(-1)}=3s$$

$$x(t_{\text{رأس سهمی}})=-(3)^2+6(3)-5\Rightarrow x(t_{\text{رأس سهمی}})=4m$$

بنابراین نقطهٔ $M\Big|_4^3$ رأس سهمی است. با توجه به این‌که طبق معادله، ریشه‌های معادله هم $t=1s$ و $t=5s$ هستند، با رسم نمودار مکان ـ زمان داریم:



متحرک در بازهٔ زمانی مورد نظر از مکان $x=0$ تا مکان $x=+4m$ رفته و بازگشته است، بنابراین در این بازهٔ زمانی مسافت $8m$ را طی کرده است و داریم:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\Rightarrow s_{av}=\frac{8}{5-1}=2\frac{m}{s}$$

۸۹ **۲** متحرک از مکان $x=4m$ شروع به حرکت کرده و در مکان $x=-2m$ حرکت آن به پایان رسیده است، پس جابه‌جایی آن برابر $-6m$ است. برای محاسبه مسافت طی‌شده داریم:

$$l=1+2+8+1=12m$$

بنابراین:

$$\frac{l}{|\Delta x|}=\frac{12}{6}=2$$

۹۰ **۳** مسافت طی‌شده توسط متحرک برابر است با:

$$4\times 54=216km$$

$$30\frac{m}{s}=108\frac{km}{h}$$

$$l=s\Delta t\Rightarrow 216=108\Delta t\Rightarrow\Delta t=2h=120min$$

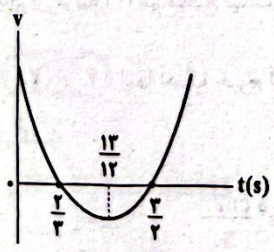
۹۱ **۳** سرعت متوسط از رابطهٔ $\vec{v}_{av}=\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$ به دست می‌آید. بردار مکان متحرک در لحظهٔ t_1، $+8\vec{i}$ و ۲ ثانیهٔ بعد ($\Delta t=2s$) به صورت $-4\vec{i}$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{v}_{av}=\frac{\vec{x}_2-\vec{x}_1}{\Delta t}=\frac{-4\vec{i}-8\vec{i}}{2}=\frac{-12\vec{i}}{2}=-6\vec{i}\,\frac{m}{s}$$

۹۲ **۳** می‌دانیم سرعت مثبت به معنی حرکت در جهت محور xها و سرعت منفی به معنی حرکت در خلاف جهت محور xها است. با توجه به معادلهٔ سرعت ـ زمان که یک تابع درجهٔ دو است (تابع سهمی)، داریم:

$$v=6t^2-13t+6=(2t-3)(3t-2)$$

بنابراین تنها گزینهٔ (۳) درست است.



مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

۹۳ (۳) با توجه به این‌که نمودار سهمی است، پس معادلهٔ مکان ـ زمان آن یک تابع درجهٔ دوم است.

از آن‌جایی که نمودار، در مبدأ زمان از $x=0$ رسم شده است، بنابراین صورت کلی معادله به شکل $x=At^2+Bt$ است. با استفاده از داده‌های سؤال خواهیم داشت:

$$x=At^2+Bt \Rightarrow \begin{cases} t=2s\ ;\ x=12m \rightarrow 12=4A+2B \\ t=6s\ ;\ x=12m \rightarrow 12=36A+6B \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2A+B=6 \\ 6A+B=2 \end{cases} \Rightarrow A=-1\ ,\ B=8$$

پس معادلهٔ مکان ـ زمان این متحرک به صورت $x=-t^2+8t$ خواهد بود.

با توجه به نمودار سهمی می‌توان گفت که متحرک در لحظهٔ $t=4s$ تغییر جهت داده است. متحرک در این لحظه در مکان $x=-(4)^2+8(4)=16m$ قرار دارد، پس متحرک از لحظهٔ $t=0$ تا لحظهٔ $t=4s$ در جهت محور xها، $16m$ و از لحظهٔ $t=4s$ تا لحظهٔ $t=6s$، 4 متر خلاف جهت محور xها حرکت کرده است، بنابراین متحرک در ۶ ثانیه اول حرکتش مجموعاً $20m$ مسافت طی کرده است، پس تندی متوسط متحرک در ۶ ثانیهٔ اول حرکتش برابر است با:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{20}{6}=\frac{10}{3}\frac{m}{s}$$

۹۴ (۱) نمودار داده‌شده یک نمودار مکان ـ زمان است که محور عمودی آن معرف مکان متحرک در زمان‌های متفاوت است. مسافت طی‌شده در ۴ ثانیهٔ اول حرکت برابر با مجموع تمام مسافت‌های طی‌شده است. از طرفی جابه‌جایی از رابطهٔ $\vec{d}=\vec{x}_f-\vec{x}_i$ به دست می‌آید، بنابراین:

$$\text{مسافت}=l=20+20+20+30=90m$$

$$\vec{d}|_{0\le t\le 3}=\vec{x}|_{t=3s}-\vec{x}|_{t=0}=0-20=-20 \Rightarrow d=20m$$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{l}{d}=\frac{90}{20}=\frac{9}{2}=4/5$$

۹۵ (۲) مسافت طی‌شده برابر محیط دو نیم‌دایرهٔ طی‌شده توسط متحرک می‌باشد، بنابراین: محیط نیم‌دایرهٔ (۲) + محیط نیم‌دایرهٔ (۱) $=l$

$$\Rightarrow l=\frac{2\pi r_1}{2}+\frac{2\pi r_2}{2}=\pi\times 2+\pi\times 3=5\pi\ (m)$$

جابه‌جایی یک متحرک، فاصلهٔ نقطهٔ ابتدا و انتهای مسیر می‌باشد. با اتصال دو نقطهٔ A و B متوجه می‌شویم که جابه‌جایی برابر مجموع قطرهای دو نیم‌دایره می‌باشد، بنابراین:

$$d=2r_1+2r_2=2\times 2+2\times 3=10m$$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{l}{d}=\frac{5\pi}{10}=0/5\pi$$

شیمی

۹۶ (۲) در دورهٔ سوم جدول دوره‌ای فقط $_{14}Si$ قادر به تشکیل پیوند تک‌اتمی نبوده و در واکنش با دیگر اتم‌ها تنها الکترون به اشتراک می‌گذارد.

۹۷ (۲) در دمای $300K$ یا همان $27^\circ C$، گازهای F_2 و Cl_2 با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند.

۹۸ (۴) هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

۹۹ (۲) طلا با بازتاب زیاد پرتوهای خورشیدی، جان فضانوردان را در برابر تغییر دمای شدید محافظت می‌کند. به همین علت در ساخت کلاه فضانوردان از فلز طلا استفاده می‌شود.

۱۰۰ (۳) به‌جز عبارت نخست، سایر عبارت‌ها درست هستند.

عنصر A همان سدیم ($_{11}Na$) است و آرایش الکترونی اتم عنصر X به $6s^2 6p^2$ ختم می‌شود. بنابراین عنصر X در گروه چهاردهم و دورهٔ ششم جدول جای دارد و همان سرب ($_{82}Pb$) است.

- A و X یا همان Na و Pb در گروه‌های ۱ و ۱۴ جدول دوره‌ای جای دارند و تفاوت شمار گروه‌های آن‌ها برابر با ۱۳ است.
- هر دو عنصر A و X فلز بوده و رسانایی الکتریکی و گرمایی بالایی دارند.
- تفاوت عدد اتمی $_{11}Na$ و $_{82}Pb$ برابر با $82-11=71$ بوده و ۷۱ عدد اتمی نخستین عنصر دستهٔ d دورهٔ ششم جدول است.
- عنصر هم‌گروه و بالایی سرب همان فلز قلع و عنصر هم‌دوره و بعدی سدیم همان فلز منیزیم است. هر دو عنصر مورد نظر همانند سایر فلزها، خاصیت چکش‌خواری دارند.

۱۰۱ (۴) هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

یکی از واکنش‌هایی که در صنعت جوشکاری از آن استفاده می‌شود واکنش ترمیت است: $2Al(s)+Fe_2O_3(s) \rightarrow Al_2O_3(s)+2Fe(l)$

از آهن مذاب تولید شده در واکنش ترمیت برای جوش دادن خطوط راه‌آهن استفاده می‌شود.

۱۰۲ (۳) آهن (III) کلرید در آب محلول است و حالت فیزیکی $FeCl_3$ باید به صورت (aq) باشد.

۱۰۳ (۳) به‌جز مورد دوم، سایر موارد برای پر کردن عبارت مورد نظر، مناسب هستند. در دورهٔ سوم با افزایش عدد اتمی، واکنش‌پذیری فلزها کاهش و واکنش‌پذیری نافلزها (تا هالوژن‌ها) افزایش می‌یابد.

۱۰۴ (۳) هر چه واکنش‌پذیری فلزی کم‌تر باشد، استخراج آن فلز راحت‌تر است. در بین فلزهای داده‌شده، مس واکنش‌پذیری کم‌تری دارد.

۱۰۵ (۲) عبارت‌های اول و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- عنصرهای دستهٔ d شامل ۴۰ عنصر بوده و به تقریب ٪۳۳/۸۹ عنصرهای جدول دوره‌ای را تشکیل می‌دهند:

$$\frac{40}{118}\times 100=\%33/89$$

- آرایش الکترونی اتم عنصرهای دستهٔ d به زیرلایهٔ s ختم می‌شود.

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

۱۰۶ (۱)

$$2Fe_2O_3 + 3C \rightarrow 4Fe + 3CO_2$$

$$\frac{15m\,g\,Fe_2O_3 \times \frac{P}{100}}{2\times160} = \frac{m\,g\,C}{3\times12} = \frac{4/2\times10^{-6}\,g\,Fe}{4\times56}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 6/75\times10^{-3}\,g \\ \%P = \%59/25 \end{cases}$$

واضح است که می‌توان از دو کسر اول و بدون محاسبهٔ مقدار m، درصد خلوص را به دست آورد.

۱۰۷ (۲) مطابق قانون پایستگی جرم، تفاوت جرم واکنش‌دهنده و مواد حاصل درون ظرف برابر با جرم گاز اکسیژن تولید شده است.

$$?g\,O_2 = 300 - 284 = 16g\,O_2$$

$$2KMnO_4 \rightarrow K_2MnO_4 + MnO_2 + O_2$$

$$\frac{300g\,KMnO_4 \times \frac{P}{100}}{2\times158} = \frac{16g\,O_2}{1\times32} \Rightarrow \%P = \%52/6$$

۱۰۸ (۲) از آن‌جا که در هر سمت هر کدام از واکنش‌های داده‌شده، فقط در یک ماده، گوگرد وجود دارد، می‌توان تناسب زیر را نتیجه گرفت:

$$S \sim H_2SO_4$$

$$\frac{\text{جرم گوگرد} \times \frac{P}{100}\times\frac{R_1}{100}\times\frac{R_2}{100}\times\frac{R_3}{100}}{\text{جرم مولی گوگرد} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{غلظت مولی} \times \text{حجم سولفوریک اسید (L)}}{\text{ضریب سولفوریک اسید}}$$

$$\Rightarrow \frac{x\,gS\times(\frac{80}{100})\times(\frac{80}{100})\times(\frac{75}{100}\times\frac{80}{100})\times(\frac{75}{100}\times\frac{75}{100}\times\frac{80}{100})}{1\times32} = \frac{2L\times6M\,H_2SO_4}{1} \Rightarrow x = 2222g\,S$$

۱۰۹ (۴) سوخت سبز همان اتانول (C_2H_5OH) است.

$$C_6H_{12}O_6 \rightarrow 2C_2H_5OH + 2CO_2$$

$$\frac{6250kg\,C_6H_{12}O_6 \times \frac{72}{100}\times\frac{R}{100}}{1\times180} = \frac{920kg\,C_2H_5OH}{2\times46}$$

$$\Rightarrow \%R = \%40$$

۱۱۰ (۱)

$$Fe_2O_3(s) + 3CO(g) \rightarrow 2Fe(s) + 3CO_2(g)$$

با تبدیل Fe_2O_3 به Fe، اتم‌های اکسیژن از آهن (III) اکسید خارج شده و جرم نمونهٔ اولیه کاهش می‌یابد. به‌ازای مصرف یک مول آهن (III) اکسید ($160g\,Fe_2O_3$)، ۳ مول اتم اکسیژن معادل ۴۸g از آن خارج شده و جرم نمونه به ۱۱۲g می‌رسد.

$$(40-32/8)g\,\text{کاهش جرم} \times \frac{160g\,Fe_2O_3}{48g\,\text{کاهش جرم}} = 24g$$

$$\text{درصد خلوص } Fe_2O_3 = \frac{24g}{40g}\times100 = \%60$$

۱۱۱ (۱) رادیوایزوتوپ‌های A و B به ترتیب ${}_1^3H$ و ${}_1^7H$ هستند. شمار نوترون‌های ${}_1^3H$ و ${}_1^7H$ به ترتیب برابر با ۲ و ۶ است.

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

۱۱۲ (۱) از آن‌جا که نیم‌عمر ${}_{43}^{99}Tc$ کم است و نمی‌توان مقادیر زیادی از این عنصر را تهیه و برای مدت طولانی نگه‌داری کرد، بسته به نیاز، آن را با یک مولد هسته‌ای تولید و سپس مصرف می‌کنند.

۱۱۳ (۴) اگر مقدار یک ایزوتوپ خاص در مخلوط ایزوتوپ‌های یک عنصر را افزایش دهند، به این کار غنی‌سازی ایزوتوپی گفته می‌شود.

۱۱۴ (۲) عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

توده‌های سرطانی، یاخته‌هایی هستند که رشد غیرعادی و سریع‌تری دارند. در این توده‌ها، هم گلوکز معمولی و هم گلوکز نشان‌دار (حاوی اتم پرتوزا) تجمع می‌کنند.

۱۱۵ (۴)

$$\text{درصد جرمی X} = \frac{\text{جرم عنصر X}}{\text{جرم مولی ترکیب}}\times100 = \frac{2(3/5M)}{2(3/5M)+3M}\times100 = \%70$$

۱۱۶ (۳) a و b و c به ترتیب رنگ‌های سبز، زرد و سرخ هستند که مقایسهٔ میان طول موج آن‌ها به صورت زیر است:

$$\lambda: \text{سبز} > \text{زرد} > \text{سرخ}$$
$$(c)\quad (b)\quad (a)$$

۱۱۷ (۲)

$$?atom\,H = m\,g\,C_6H_{12}O_6 \times \frac{1mol\,C_6H_{12}O_6}{180g\,C_6H_{12}O_6} \times \frac{6/02\times10^{23}\,molecule\,C_6H_{12}O_6}{1mol\,C_6H_{12}O_6} \times \frac{12atom\,H}{1molecule\,C_6H_{12}O_6}$$

$$= 0/4m\times10^{23}$$

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$0/4m\times10^{23} = 4m^2\times10^{21} \Rightarrow m = 10$$

۱۱۸ (۳) مطابق داده‌های سؤال برای فراوانی ایزوتوپ‌های اول تا آخر می‌توان نوشت (f فراوانی ایزوتوپ آخر است):

$$8f + 6f + 5f + f = 100 \Rightarrow f = 5$$

$$\bar{X} = M_1 + \frac{F_2}{100}(M_2 - M_1) + \frac{F_3}{100}(M_3 - M_1) + \frac{F_4}{100}(M_4 - M_1)$$

$$27/55 = m + \frac{6(5)}{100}(2) + \frac{5(5)}{100}(3) + \frac{5}{100}(4)$$

$$27/55 = m + 0/6 + 0/75 + 0/2 \Rightarrow m = 26$$

۱۱۹ (۲) به‌جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند. جرم هر مول آب برابر ۱۸ گرم است.

۱۲۰ (۲)

$$\text{حجم ورقه} = [\text{ضخامت} \times \text{مساحت دایره}] - [\text{ضخامت} \times \text{عرض} \times \text{طول}]$$

$$\text{حجم ورقه} = [58\times37/5\times4] - [\underbrace{\pi}_{3}\times(\frac{30}{2})^2\times4] = 6000mm^3$$

$$= 6000(10^{-1}cm)^3 = 6cm^3$$

$$?atom = 6cm^3 \times \frac{6g}{1cm^3}\times\frac{1mol}{120g}\times\frac{6/02\times10^{23}\,atom}{1mol}$$

$$= 1/806\times10^{23}\,atom$$

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

۱۲۱ (۱) هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

۱۲۲ (۱)

$$^{۲۰۹}A^{۳+}\begin{cases}p+n=۲۰۹\\p-e=۳\\n-e=۴۶\end{cases}\Rightarrow p=۸۳, e=۸۰, n=۱۲۶$$

$$^{۱۲۶}X^{۲-}\begin{cases}p+n=۱۲۶\\e-p=۲\\n-e=۲۰\end{cases}\Rightarrow p=۵۲, e=۵۴, n=۷۴$$

مجموع اعداد اتمی دو عنصر A و X برابر است با:

$$۸۳+۵۲=۱۳۵$$

۱۲۳ (۴) از نخستین عنصر ساخت بشر ($^{۹۹}_{۴۳}Tc$) برای تصویربرداری غدهٔ تیروئید استفاده می‌شود. زیرا یون یدید با یون حاوی ^{۹۹}Tc، اندازهٔ مشابهی دارد.

۱۲۴ (۴) برای سادگی در محاسبات به جای مقدار عدد آووگادرو فقط از نماد N_A استفاده می‌کنیم:

$$?atom=۳۲g\,Fe_۲O_۳\times\frac{۱mol\,Fe_۲O_۳}{۱۶۰g\,Fe_۲O_۳}\times\frac{۵N_A\,atom}{۱mol\,Fe_۲O_۳}=N_A\,atom$$

بررسی گزینه‌ها:

۱) $۲۱g\,CO\times\frac{۱mol\,CO}{۲۸g\,CO}\times\frac{۲N_A\,atom}{۱mol\,CO}=۱/۵N_A\,atom$

۲) $۳/۰۱\times۱۰^{۲۳}\,molecule\,H_۲O\times\frac{۱mol\,H_۲O}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\,molecule\,H_۲O}$

$$\times\frac{۳N_A\,atom}{۱mol\,H_۲O}=۱/۵N_A\,atom$$

۳) $۷/۲۵g\,CH_۳COCH_۳\times\frac{۱mol\,CH_۳COCH_۳}{۵۸g\,CH_۳COCH_۳}$

$$\times\frac{۱۰N_A\,atom}{۱mol\,CH_۳COCH_۳}=۱/۲۵N_A\,atom$$

۴) $۰/۰۰۵L\,C_۶H_{۱۴}\times\frac{۱۰۰۰mL}{۱L\,C_۶H_{۱۴}}\times\frac{۰/۸۶g\,C_۶H_{۱۴}}{۱mL\,C_۶H_{۱۴}}\times\frac{۱mol\,C_۶H_{۱۴}}{۸۶g\,C_۶H_{۱۴}}$

$$\times\frac{۲۰N_A\,atom}{۱mol\,C_۶H_{۱۴}}=N_A\,atom$$

۱۲۵ (۴) فرض می‌کنیم جرم هر کدام از ایزوتوپ‌ها در مخلوط اولیه برابر ۲۴amu است. در این صورت نمونهٔ اولیه شامل ۶ اتم ^{۴}He (پایدار)، ۴ اتم ^{۶}He و ۳ اتم ^{۸}He خواهد بود.

$$\text{درصد فراوانی }^{۶}He=\frac{۴}{(۶+۴+۳)}\times۱۰۰=٪۳۰/۷$$

۲۴۰ میلی‌ثانیه معادل ۳ نیم‌عمر ^{۶}He و ۲ نیم‌عمر ^{۸}He است.

$$^{۶}He\xrightarrow{۸۰ms}\frac{۱}{۲}\,^{۶}He\xrightarrow{۸۰ms}\frac{۱}{۴}\,^{۶}He\xrightarrow{۸۰ms}\frac{۱}{۸}\,^{۶}He$$

$$^{۸}He\xrightarrow{۱۲۰ms}\frac{۱}{۲}\,^{۸}He\xrightarrow{۱۲۰ms}\frac{۱}{۴}\,^{۸}He$$

بنابراین مخلوط نهایی شامل ۶ اتم ^{۴}He، ۰/۵ اتم ^{۶}He و ۰/۷۵ اتم ^{۸}He است.

$$\text{درصد فراوانی }^{۶}He=\frac{۰/۵}{(۶+۰/۵+۰/۷۵)}\times۱۰۰=٪۶/۹$$

تفاوت دو عدد ٪۳۰/۷ و ٪۶/۹ برابر با ٪۲۳/۸ است.

۱۲۶ (۳) دلیل این‌که لکه عسل به راحتی با آب شسته و در آن پخش می‌شود این است که عسل حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل دارند.

۱۲۷ (۲) فرمول کلی صابون مورد نظر به صورت $C_xH_yCOONH_۴$ است. مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{٪C}{٪O}=۶\Rightarrow\frac{(x+۱)\times۱۲}{۲\times۱۶}=۶\Rightarrow x=۱۵$$

$\Rightarrow$ فرمول صابون: $C_{۱۵}H_yCOONH_۴$

مطابق متن سؤال، دو پیوند دوگانه در ساختار صابون وجود دارد که یکی C=O و آن یکی C=C خواهد بود. در نتیجه شمار اتم‌های هیدروژن زنجیر کربنی برابر است با:

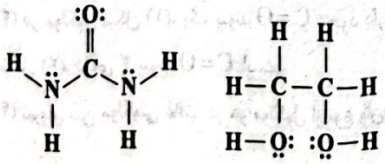
$$۲(۱۵)-۱=۲۹$$

فرمول صابون: $C_{۱۵}H_{۲۹}COONH_۴$

$$\frac{٪H}{٪N}=\frac{(۲۹+۴)\times۱}{۱\times۱۴}=۲/۳۵$$

۱۲۸ (۱) فرمول شیمیایی اوره و اتیلن گلیکول به ترتیب به صورت $CO(NH_۲)_۲$ و $C_۲H_۴(OH)_۲$ است.

- در هر دو ترکیب نسبت شمار اتم‌های C به O برابر با ۱ است.
- هر دو ترکیب در هگزان نامحلول هستند.
- به دلیل وجود پیوندهای N—H و O—H در ساختار آن‌ها، هر دو ترکیب می‌توانند با مولکول‌های آب، پیوند هیدروژنی تشکیل دهند.
- در ساختار هر کدام از این دو ترکیب، ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد:



۱۲۹ (۱) فرمول روغن زیتون به صورت $C_{۵۷}H_{۱۰۴}O_۶$ است. در ساختار داده شده در سؤال به‌جز گروه‌های R، ۶ اتم کربن، ۶ اتم اکسیژن و ۵ اتم هیدروژن وجود دارد. بنابراین در مجموع سه گروه R، ۵۱ اتم کربن و ۹۹ اتم هیدروژن وجود دارد.

$$۹۹-۵۱=۴۸$$

۱۳۰ (۲)

بنزین: $C_۸H_{۱۸}\Rightarrow a=\frac{۱۸}{۸}=\frac{۹}{۴}$

وازلین: $C_{۲۵}H_{۵۲}\Rightarrow b=\frac{۵۲}{۲۵}$

$$\frac{a}{b}=\frac{\frac{۹}{۴}}{\frac{۵۲}{۲۵}}=\frac{۹}{۴}\times\frac{۲۵}{۵۲}=\frac{۲۲۵}{۲۰۸}=۱/۰۸$$

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

۱۳۱ (۴)

جرم مولی صابون $= \frac{۱۷/۴g}{۰/۰۶mol} = ۲۹۰g.mol^{-۱}$

$RCOONa: ۲۹۰g.mol^{-۱} \Rightarrow R + ۱۲ + ۲(۱۶) + ۲۳ = ۲۹۰$

$\Rightarrow R = ۲۲۲g.mol^{-۱} \Rightarrow R: C_{۱۶}H_{۳۱}$

اسید چرب: $C_{۱۶}H_{۳۱}COOH \Rightarrow \frac{\text{شمار پیوندهای کربن - هیدروژن}}{\text{شمار پیوندهای کربن - کربن}} = \frac{۳۱}{۱۶}$

۱۳۲ (۲) مطابق داده‌های سؤال، فرمول صابون به صورت $RCOONH_۴$ است که R دارای ۲۹ اتم هیدروژن خواهد بود.

با توجه به یک پیوند دوگانهٔ $C=C$ در R، فرمول آن را می‌توان به صورت $C_nH_{۲n-۱}$ در نظر گرفت:

$۲n - ۱ = ۲۹ \Rightarrow n = ۱۵$

فرمول اسید چرب: $C_{۱۵}H_{۲۹}COOH$

جرم مولی اسید چرب: $۱۲(۱۵+۱) + (۲۹+۱) + ۲(۱۶) = ۲۵۴g.mol^{-۱}$

۱۳۳ (۲) عبارت‌های «آ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) شاخص امید به زندگی نشان می‌دهد با توجه به خطراتی که انسان‌ها در طول زندگی با آن مواجه هستند، به طور میانگین چند سال در این جهان زندگی می‌کنند.

پ) امروزه امید به زندگی برای بیش‌تر مردم دنیا بین ۷۰ تا ۸۰ سال است.

۱۳۴ (۲) سه مادهٔ بنزین، روغن زیتون و وازلین در هگزان محلول هستند.

۱۳۵ (۱) **بررسی گزینه‌ها:**

۱) شکل‌های (۱) و (۲) به ترتیب مدل فضاپرکن اسید چرب و استر بلند زنجیر را نشان می‌دهند.

۲) شمار اتم‌های اکسیژن مولکول شکل (۲) برابر با ۶ و شمار اتم‌های اکسیژن مولکول شکل (۱) برابر با ۲ است.

۳) در مولکول شکل (۱)، یک پیوند $C=O$ وجود دارد. در صورتی‌که مولکول شکل (۲)، دارای ۳ پیوند $C=O$ است.

۴) نیروی بین مولکولی غالب در دو مولکول از نوع وان‌دروالسی است.

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon